

## 3D 打印弯梁法杨氏模量测量装置的设计与教学应用

岳 盈 王中平 祝 巍 赵 霞 张增明

(中国科学技术大学国家级物理实验教学示范中心, 安徽 合肥 230026)

**摘 要** 杨氏模量是表征材料弹性性能的基本物理量, 在物理教学与工程应用中具有重要意义。本文设计并实现了一套基于 3D 打印技术的可调式弯梁法杨氏模量测量装置。该装置结构模块化, 支撑跨度、试样接口及砝码加载方式均可灵活调整, 能够适配不同截面形状的试样。为确保测量可靠性, 本文还建立了基于该装置的完整测量方法和不确定度评估模型。对铝合金梁的实测结果为 70.12(57)GPa, 与标准值偏差在 1% 以内。而对非标准材料(意大利面 4.540(50)GPa)的测量则进一步体现了装置在开放性实验中的适用性。进一步地, 学生可利用 3D 打印自主设计不同截面形状的梁体, 探究截面几何对抗弯刚度的影响, 从而将实验从参数测量延伸为包含设计与分析的探究性任务。本研究为大学物理实验提供了低成本、灵活性的新方案, 也为连接物理原理与工程实践搭建了桥梁。

**关键词** 杨氏模量; 欧拉-伯努利梁理论; 3D 打印; 不确定度

**DOI:** 10.27024/j.wlygc.2026.03.17.04

## DESIGN AND TEACHING APPLICATION OF A 3D-PRINTED BENDING BEAM DEVICE FOR YOUNG'S MODULUS MEASUREMENT

YUE Ying WANG Zhongping ZHU Wei ZHAO Xia ZHANG Zengming

(National Physical Experiment Teaching Demonstration Center, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026)

**Abstract** Young's modulus is a fundamental physical quantity that characterizes the elastic properties of materials and is of great importance in physics teaching and engineering applications. In this study, an adjustable bending-beam device for measuring Young's modulus was designed and fabricated based on 3D printing technology. The device has a modular structure, with adjustable support span, specimen interfaces, and loading configurations, allowing it to accommodate specimens with different cross-sectional shapes. To ensure measurement reliability, a complete measurement procedure and an uncertainty evaluation model were established. Measurements of an aluminum alloy beam yielded a Young's modulus of 70.12(57) GPa, with a deviation of less than 1% from the reference value. Measurements of a non-standard material, spaghetti, gave a value of 4.540(50)GPa, further demonstrating the applicability of the device in open-ended experiments. In addition, students can use 3D printing to independently design beams with different cross-sectional shapes and investigate the influence

收稿日期: 2026-03-17; 修回日期: 2026-03-17; 出版日期: 2026-05-20

基金项目: 中国科学技术大学教育教学改革研究项目(2025xjyxm054); 中央高校基本科研业务费专项资金资助(WK2030250131)。

通信作者: 王中平, zpwang@ustc.edu.cn。

引文格式: 岳盈, 王中平, 祝巍, 等. 3D 打印弯梁法杨氏模量测量装置的设计与教学应用[J]. 物理与工程, 2026, 36(3): 216-222.

Cite this article: YUE Y, WANG Z P, ZHU W, et al. Design and teaching application of a 3D-printed bending beam device for Young's modulus measurement[J]. Physics and Engineering, 2026, 36(3): 216-222. (in Chinese)

of cross-sectional geometry on bending stiffness. In this way, the experiment can be extended from simple parameter measurement to an inquiry-based task involving design and analysis. This work provides a low-cost and flexible solution for university physics experiments and helps bridge physical principles with engineering practice.

**Key words** Young's modulus; Euler-Bernoulli beam theory; 3D printing; uncertainty

杨氏模量(Young's modulus)是描述固体材料在弹性范围内抵抗形变能力的基本物理量,广泛应用于工程选材、结构设计以及日常生活中。在大学物理实验教学中,杨氏模量的测量长期以来被视为经典实验之一。其目的不仅在于训练学生掌握微小形变量的观测方法,更在于帮助学生深入理解弹性形变的本质,掌握应力与应变之间的基本关系,并在此基础上建立起对材料弹性行为的初步定量认识。

在实验教学中,杨氏模量的测定多采用静态拉伸法,通过测量金属丝在轴向载荷下的微小伸长量来计算。该方法原理清晰、操作规范,但存在明显局限:试样必须为细长金属线材(钢丝等),且对夹持、防扭等技术要求较高。更重要的是,它无法适用于梁、板、棒等具有抗弯能力的结构件——而这恰恰是工程实际和科学研究中常见的材料形态。近年来,随着创新性物理实验项目和国际青年物理学家锦标赛(IYPT)等赛事的推广,学生越来越多地面对非标准材料(如3D打印塑料、复合板材、意大利面等)的力学性能表征问题。弯梁法因其对试样几何形状适应性强,成为开展此类开放性实验的理想选择。然而,现有教学实验设备多为固定结构,难以灵活适配不同跨距、截面或边界条件的梁体,限制了学生的探究空间。

为此,本文设计实现了一套基于3D打印技术的可调式弯梁法杨氏模量测量装置。利用3D打印的低成本与高自由度优势,整套装置可按需重构:支撑跨距可调、砝码加载方式可换、试样接口灵活。学生不仅可用于测量不同材料(金属、塑料、食材等)的杨氏模量,还可开展探究性实验。促进了实验教学从“验证性”向“设计性”和“研究性”转变。

## 1 理论推导

在弹性力学中,细长梁在受力弯曲时的形变可由欧拉-伯努利梁理论<sup>[1]</sup>描述,在静力学条件

下,其控制方程如式(1)所示,该理论适用于线弹性材料且满足小变形假设的情形。

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

其中, $w(x)$ 表示梁在位置 $x$ 处的挠度, $E$ 为杨氏模量, $I$ 为梁截面惯性矩, $q(x)$ 为沿梁长分布的横向载荷(单位长度所受的力)。图1展示了梁受载荷作用的示意图。

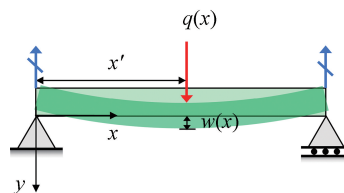


图1 梁受载荷作用示意图。图中使用带斜线的箭头来表示反作用力,以区别于载荷

对于两端简支、中点受集中力 $q$ 作用的梁,使用欧拉-伯努利梁理论计算其中点挠度。通过分段求解控制方程(1),代入边界条件和对称条件,可得挠度函数。在左半段 $0 \leq x \leq L/2$ 区间内,挠度函数为

$$w(x) = -\frac{q}{12EI}x^3 + \frac{qL^2}{16EI}x \quad (2)$$

其中, $L$ 为梁的跨距。梁在跨中( $x = L/2$ )的挠度<sup>[2]</sup>为

$$w_q = \frac{qL^3}{48EI} \quad (3)$$

实际上,除集中力外,梁的自重亦不可忽略,通常可等效为沿梁全长均匀分布的载荷。设梁材料的密度为 $\rho$ ,横截面积为 $A$ ,重力加速度为 $g$ ,则自重产生的均布载荷集度 $p$ (单位:N/m)表示为: $p = \rho \times A \times g$ 。在该均布载荷作用下,通过对控制方程(1)积分并施加边界条件,可得挠度函数,其在跨中( $x = L/2$ )处的值<sup>[2]</sup>为

$$w_p = \frac{5pL^4}{384EI} = \frac{5\rho AgL^4}{384EI} \quad (4)$$

当考虑梁的自重时,载荷情况由单一的集中力变为集中力和均布载荷的共同作用。解决这一

问题的核心是叠加原理(Principle of Superposition)<sup>[3]</sup>:在线弹性和小变形条件下,由几个不同载荷共同作用所引起的结构效应(如内力、应力、变形等),等于每个载荷单独作用时所引起的效应之和。因此,梁跨中的总挠度可表示为  $w_{\text{total}} = w_q + w_p$ 。

为测量杨氏模量,实验中通过在梁上加载砝码以引入集中力。根据叠加原理,梁由自重及砝码盘引起的挠度在加载前后保持不变。因此,加载砝码后测得的挠度增量仅由砝码重力  $mg$  所引起,即

$$\Delta w = y_1 - y_0 = \frac{gL^3}{48EI}m \quad (5)$$

由此可得杨氏模量的表达式

$$E = \frac{mgL^3}{48I\Delta w} \quad (6)$$

## 2 装置设计

本实验装置基于模块化设计理念,采用 SOLIDWORKS 软件进行三维建模,并通过熔融沉积成型(FDM)3D 打印技术制造各功能部件,打印材料选用聚乳酸(PLA)。PLA 具有良好的成型精度、较低的热收缩率和环保可降解特性,适用于教学实验装置的快速原型制作。装置的整体结构如图 2 所示,主体部分由可调插座、插板、定位杆、砝码盘及高对比度背景板构成,测量部分则包括固定支架与测微目镜。

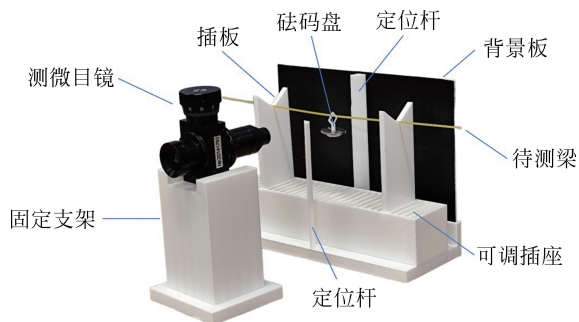


图2 基于3D打印的弯梁法杨氏模量测量装置

其中,插板安装于可调插座上,其位置可在水平方向调节,从而改变待测梁的跨距。插板边缘可根据梁的截面几何形状(如矩形、圆形等)定制不同轮廓,实现对多种梁型的适配(图3)。

定位杆由两个三角柱形结构组成,分别置于梁的前后两侧,配合砝码盘挂框,通过“三线合一”

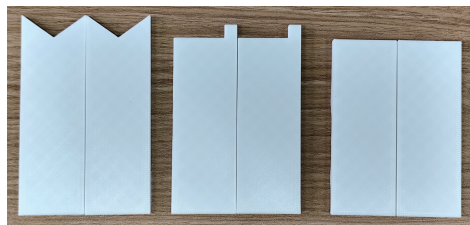


图3 适配不同梁截面的插板

(即前定位杆右边线、后定位杆左边线与挂框中心线对齐)的方式,确保砝码盘悬挂于梁的中点位置(图4)。

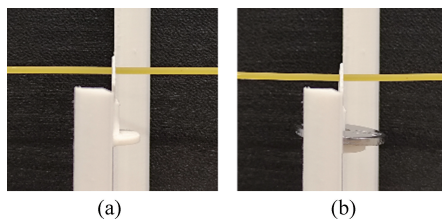


图4 三线合一示意图

(a) 加载砝码前; (b) 加载砝码后

针对不同截面形状的待测梁,砝码盘挂框可更换为匹配的接口形式(图5(a)),同时,根据所用砝码的类型(如标准槽码或圆柱形砝码),砝码盘底盘亦可设计为槽码式或砝码式结构(图5(b)(c)),以提升加载稳定性与操作便捷性。

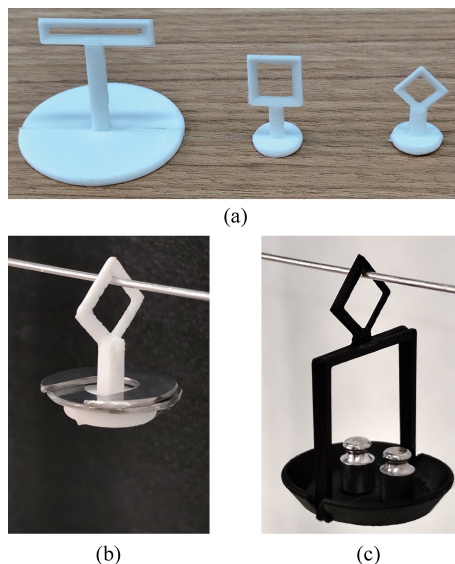


图5 定制化砝码盘

(a) 不同接口形式的砝码盘挂框; (b) 槽码式底盘; (c) 砝码式底盘

为提高挠度测量的视觉识别精度,背景板采用高对比度配色方案(图4,图5(b)(c)),使得待测

梁边缘在光学观测中具有显著的灰度差异,从而提高测量的准确性。

固定支架用于稳固安装测微目镜。实验中,如图 6 所示,将测微目镜中的十字叉丝对准梁边缘,在加载砝码前后分别记录读数,其差值即为梁在该载荷下的挠度变化量。该方法操作简便、重复性好,适用于杨氏模量测定等基础力学实验教学。

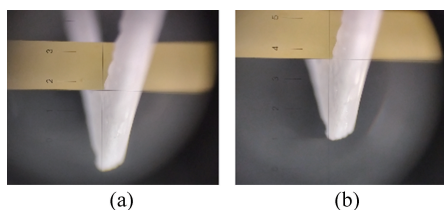


图 6 测微目镜视场图像  
(a) 加载砝码前; (b) 加载砝码后

### 3 测量方法与不确定度

根据式(5),实验中通过改变砝码质量  $m$  施加不同的集中力,并测量对应的跨中挠度  $w$ 。对所得数据进行最小二乘法线性拟合,由拟合直线的斜率  $k$  即可求得杨氏模量  $E$ 。具体的测量方法及不确定度分析可参照“101 计划”新编教材《大学物理实验》(2024 年版)。<sup>[4]</sup>

#### 3.1 长度的测量

本实验中梁的跨距和直径分别使用游标卡尺与螺旋测微器(千分尺)分别测量 3 次。挠度使用测微目镜(千分尺)测量多组数据。跨距和直径的 A 类标准不确定度为

$$u_{L,A} = \frac{s_L}{\sqrt{n}}; \quad u_{d,A} = \frac{s_d}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

其中  $s$  为测量值的标准差,  $n$  为测量次数。<sup>[4]</sup>

跨距、直径和挠度的 B 类标准不确定度为测量仪器的最大允许误差  $\Delta_{\text{仪}}$  除置信系数  $C$  为

$$u_{L,B} = \frac{0.02\text{mm}}{\sqrt{3}}; \quad u_{d,B} = \frac{0.004\text{mm}}{3};$$

$$u_{w,B} = \frac{0.004\text{mm}}{3} \quad (8)$$

其中,游标卡尺和千分尺的误差分布分别为矩形分布和正态分布,故置信系数取分别取  $\sqrt{3}$  和 3。<sup>[5]</sup>

#### 3.2 最小二乘法拟合

在最小二乘法拟合  $w = km + b$  中,斜率  $k$  的

A 类标准不确定度由统计理论给出,其值等于斜率的标准差为

$$u_{k,A} = s_k = k \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} \quad (9)$$

斜率  $k$  的 B 类标准不确定度则通过误差传递评定。考虑到变量  $w$  的 B 类标准不确定度较大,而变量  $m$  的 B 类标准不确定度较小,通常可忽略不计。因此,依据加权最小二乘法原理,可以给每个数据点分配合适的权重,反映其总的不确定度。<sup>[6]</sup>由此导出  $k$  的 B 类标准不确定度表达式为

$$u_{k,B} = \frac{u_{w,B}}{\sqrt{\sum (m_i - \bar{m})^2}} \quad (10)$$

#### 3.3 合成标准不确定度

对于量  $L, d, k$ , 其 A 类和 B 类标准不确定度<sup>[4]</sup>为

$$u_x = \sqrt{u_{x,A}^2 + u_{x,B}^2} \quad (x = L, d, k) \quad (11)$$

将  $k$  代入式(6),杨氏模量表示为

$$E = \frac{gL^3}{48Ik} \quad (12)$$

对于其中的惯性矩  $I$ ,以圆梁为例,其不确定度可通过传递公式<sup>[4]</sup>导出

$$I = \frac{\pi d^4}{64}; \quad u_I = 4I \sqrt{\left(\frac{u_d}{d}\right)^2} \quad (13)$$

根据不确定度传递公式<sup>[4]</sup>,杨氏模量  $E$  的合成标准不确定度为

$$u_E = E \sqrt{\left(3 \frac{u_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{u_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{u_k}{k}\right)^2} \quad (14)$$

### 4 结果与讨论

#### 4.1 实验测量与数据分析

在实际测量中,欧拉-伯努利梁理论的适用性依赖于小变形假设,即最大挠度与梁跨度之比需远小于 1。理论分析表明,当  $w_{\text{max}}/L < 0.1$  时,由线性理论所产生的误差可控制在工程可接受的范围内(通常  $< 2\%$ )<sup>[7]</sup>,本实验中所有测量均满足该条件。

首先,选用铝合金作为测试材料,其杨氏模量具有明确的参考标准值,便于验证测量系统的准确性。实验中以 2g 为步长逐级增加砝码,记录对

应的挠度数据,结果列于表1。采用 Matlab 编程对  $m-\Delta w$  数据进行最小二乘法拟合,并根据式(7)~(14)计算杨氏模量的合成标准不确定度。计算得各相对不确定度分量的贡献如下:跨距项( $3u_L/L$ ):0.3%,惯性矩项( $u_I/I$ ):51%,斜率项( $u_k/k$ ):49%。最终测得的杨氏模量为 70.12(57)GPa。该结果与文献标准值 70GPa<sup>[8]</sup> 的偏差在 1%以内,表明本实验装置具有良好的可靠性。

表1 铝合金梁的跨距、直径、施加载荷及对应挠度的测量结果

|               |        |        |        |       |
|---------------|--------|--------|--------|-------|
| $L/\text{cm}$ | 11.720 | 11.720 | 11.724 |       |
| $d/\text{mm}$ | 1.002  | 1.001  | 1.003  |       |
| $m/\text{g}$  | 0      | 2      | 4      | 6     |
| $w/\text{mm}$ | 2.510  | 2.694  | 2.880  | 3.060 |

意大利面因其几何形状规则、杨氏模量适中、易于获取且环境友好,常被用作力学实验的教学材料,尤其在国际青年物理学家锦标赛(IYPT)及大学物理实验课程中<sup>[9]</sup>。文献中常引用其杨氏模量参考值为 3.8GPa<sup>[10]</sup>,但由于配方、含水量等因素的影响,实际值通常在 3~5GPa 范围内变化<sup>[11]</sup>。因此,为提高相关实验的准确性,建议在具体实验条件下直接测量其杨氏模量。

表2 意大利面梁的跨距、直径、施加载荷及对应挠度的测量结果

|               |        |        |        |       |
|---------------|--------|--------|--------|-------|
| $L/\text{cm}$ | 11.712 | 11.710 | 11.712 |       |
| $d/\text{mm}$ | 1.650  | 1.646  | 1.651  |       |
| $m/\text{g}$  | 0      | 1      | 2      | 3     |
| $w/\text{mm}$ | 1.162  | 1.364  | 1.552  | 1.750 |

本实验采用莫利(Moli)5#直条型意大利面作为试样,每次增加 1g 砝码,记录对应的挠度数据,结果列于表2。使用 Matlab 计算杨氏模量及不确定度。其中,跨距项( $3u_L/L$ ),惯性矩项( $u_I/I$ ),斜率项( $u_k/k$ )的相对不确定度分别为 0.1%,20%,以及 80%。最终测得意大利面在该实验条件下的杨氏模量为 4.540(50)GPa。该结果在文献报道的合理范围内,通过实测获得的杨氏模量参数可有效减小后续相关实验中的误差。

#### 4.2 截面形状对梁抗弯能力的影响

在工程领域的实际应用中,梁需要具备足够

的抗弯能力以保证结构安全。这一能力可以用抗弯刚度 EI 衡量。其中,截面惯性矩 I 反映横截面的几何特性,其定义如式(15)所示,材料分布得离中性轴越远( $y$  越大),对  $I$  的贡献就越大。

$$I = \int_A y^2 dA \quad (15)$$

根据式(5),在相同的载荷与跨度下,梁的挠度变化与 EI 成反比。为探究截面形状对梁抗弯性能的影响,可比较两种由相同体积材料制成的梁(即长度与横截面积均相同),如实心圆梁与工字梁。两者的横截面示意图如图7所示。

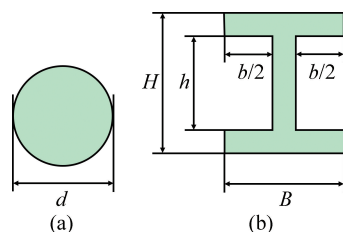


图7 梁横截面示意图  
(a) 圆梁; (b) 工字梁

其中,圆梁的截面惯性矩由式(13)给出。而对于工字梁,由于材料向远离中性轴的上下两个翼缘集中,可以获得更大的截面惯性矩,其计算公式<sup>[2]</sup>为

$$I = \frac{1}{12}(BH^3 - bh^3) \quad (16)$$

实验中,使用 3D 打印技术制备了横截面积相同的圆梁与工字梁,二者惯性矩相差约 4 倍。3D 打印参数设置为喷嘴温度 225℃,填充密度 100%,打印方向沿梁长(图8(a)),试件实物如图8(b)所示。测得材料杨氏模量约为 2GPa。

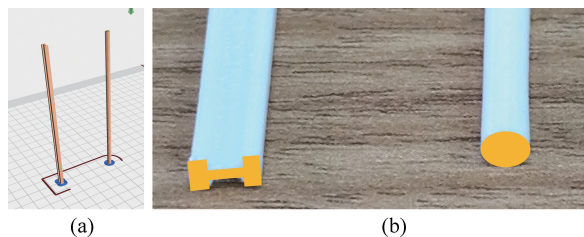


图8 3D 打印的圆梁和工字梁

(a) 打印方向; (b) 实物照片(参数:圆梁  $d$  3.46mm,  $A$  9.40mm<sup>2</sup>,  $I$  6.08×10<sup>-12</sup>m<sup>4</sup>,工字梁参数  $H$  5.00cm,  $B$  2.75cm,  $b$  1.75cm,  $h$  2.50cm,  $A$  9.38mm<sup>2</sup>,  $I$  2.62×10<sup>-11</sup>m<sup>4</sup>)

进一步探究两种梁的抗弯性能,在跨距 8.860cm 下,逐级施加 50g 砝码,测量挠度变化

$\Delta w$ , 结果如图 9 所示。

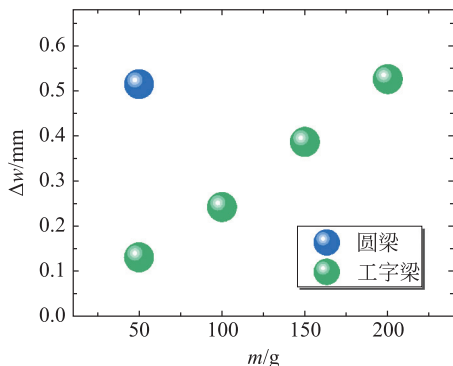


图 9 圆梁与工字梁在不同载荷下的挠度变化

数据显示,工字梁在 200g 载荷下的  $\Delta w$  与圆梁在 50g 载荷下相当,其抗弯能力约为圆梁的 4 倍,这与二者截面惯性矩之比带来的理论预期一致。

为进一步验证实验结果,采用仿真软件 COMSOL 对该圆梁与工字梁在载荷比为 1:4 的条件下进行模拟(图 10)。结果显示,工字梁内部应力更高,但挠度与圆梁相近,与实验观测吻合良好。

在物理实验教学中,可以将梁的弯曲问题设计为一个开放性探究项目。鼓励学生根据所学的力学原理,自主设计具有不同几何特征的梁截面,

如工字形截面、矩形空心管、圆形空心管或其他创新构型;随后利用 3D 打印技术制备出可供测试的梁试件;再通过实验比较不同截面梁的抗弯性能。这一过程不仅使学生直观体会到“截面惯性矩”并非抽象的数学公式,还能帮助他们深入理解抗弯刚度  $EI$  等物理量的实际意义。

## 5 结语

本文提出了一种基于 3D 打印的可调式弯梁法杨氏模量测量方法。实验装置结构简单、成本低廉,灵活可调,配合完整的测量方案与不确定度分析方法,能够有效地测定物理实验教学及竞赛中常见材料的杨氏模量(铝合金 70.12(57)GPa,意大利面 4.540(50)GPa)。进一步地,可利用 3D 打印自主设计不同截面的梁,探究其对抗弯刚度的影响。示例中工字梁因具有更大的截面惯性矩,在相同载荷下表现出更强的抗弯能力,这一规律在实验测量与有限元仿真中均得到验证。

整个项目融合了理论建模、结构设计、3D 打印、实验测量与仿真模拟等多个环节,不仅加深了学生对杨氏模量、惯性矩与抗弯刚度等物理量的理解,也有效提升了其解决实际问题 and 自主探究的能力。由于设备要求低、实施便捷,本方法易于

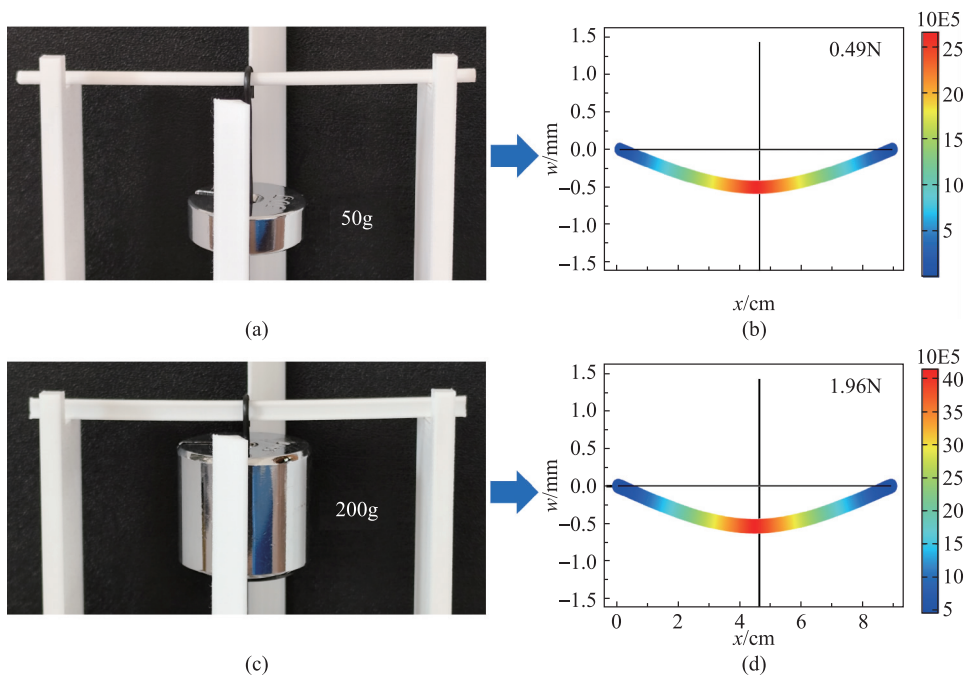


图 10 梁弯曲情况的实验照片与仿真结果

(a)(b) 圆梁; (c)(d) 工字梁; 图例为应力( $\text{N/m}^2$ )

在高校物理实验教学中推广,可以为提升实验的开放性与探究性提供有效支持。

### 参 考 文 献

- [1] TIMOSHENKO S, MACCULLOUGH G H. Elements of strength of materials[M]. New Jersey: D. Van Nostrand Company, 1949.
  - [2] GERE J M, GOODNO B J. Mechanics of materials[M]. Cengage Learning, 2009.
  - [3] 杨桂通. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.  
YANG G T. Elastic mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2011. (in Chinese)
  - [4] 张增明. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2024.  
ZHANG Z M. University physics experiments[M]. Beijing: Higher Education Press, 2024. (in Chinese)
  - [5] 吴泳华, 霍剑青, 浦其荣. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.  
WU Y H, HUO J Q, PU Q R. University physics experiments[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005. (in Chinese)
  - [6] BEVINGTON P R, ROBINSON D K. Data reduction and error analysis for the physical sciences[M]. New York: McGraw-Hill, 2003.
  - [7] UGURAL A C. Stresses in beams, plates, and shells[M]. Boca Raton: CRC Press, 2017.
  - [8] NASA. Metallic materials properties development and standardization (MMPDS-10)[R]. USA: National Aeronautics and Space Administration, 2015.
  - [9] 岳盈, 赵霞, 赵伟, 等. 基于梁弯曲问题的弹性力学教学实践研究[J]. 物理与工程, 2025, 35(6): 24-9, 34.  
YUE Y, ZHAO X, ZHAO W, et al. A study of teaching practice in elasticity mechanics based on beam bending problems[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(6): 24-9, 34.
  - [10] HEISSER R H, PATIL V P, STOOP N, et al. Controlling fracture cascades through twisting and quenching[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2018, 115(35): 8665-70.
  - [11] JIANG S, ZHU M, ZENG X, et al. Analysis of Mechanical Texture of Straight Thread-Like Pasta Based on Compressive Rod Post-Buckling [J]. Food Science, 2012, 33(23): 83-7.
- 
- (上接第 208 页)
- [10] ADLY G S, ANIS W R, EZZAT S, et al. Experimental validation of an analytical transient model for saturated boosting gain in DC-DC converters with variable duty cycle [J]. Discover Applied Sciences, 2024, 6: 375.
  - [11] TOFOLI F L, DE ARAÚJO R P, LINO P R G, et al. Generalized PWM switch model for small-signal modeling of converters operating in DCM [J]. Sensors, 2024, 24(10): 3084.
  - [12] LI Q, ZHANG D, ZHU L, et al. Sample voltage dead-beat control based on differentiative voltage prediction and switching-cycle extension for DC-DC converters[J]. Electronics, 2024, 13(12): 2319.
  - [13] NITHARA P V, GEORGE B, LIJO J, et al. Brayton-Moser passivity based controller for constant power load with interleaved boost converter[J]. Scientific Reports, 2024, 14: 28325.
  - [14] OGATA K. Modern control engineering[M]. 5th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2010.
  - [15] HAUKE B. Basic calculation of a boost converter's power stage: SLVA372D[R]. Dallas: Texas Instruments, 2022.
  - [16] KOBAKU T, JEYASENTHIL R, SAHOO S, et al. Experimental verification of robust PID controller under feed-forward framework for a nonminimum phase DC-DC boost converter[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2021, 9(3): 3373-3383.