两刚性直尺间圆形射弹的动力学研究

李俊明 佟 蕾

(渤海大学物理科学与技术学院,辽宁 锦州 121013)

摘 要 对2024年IYPT的题目“尺子加农炮”进行了研究,从转动惯量和几何关系等入手,建立了两把刚性尺子间圆形射弹的运动模型,给出了理论假设下系统的耦合运动方程。使用Tracker软件对圆形射弹的出射速度等参量进行了测量,定量探究了出射速度与相关参量的变化关系并进行了理论分析。在此基础上,利用Matlab对相应的实验探究进行了数值求解,将其与实验结果进行对比,验证了模型的正确性,并对理论与实验存在偏差的原因进行了分析。

关键词 IYPT;尺子加农炮;刚性直尺;圆形射弹

DOI: 10.27024/j.wlygc.2025.10.11.05

DYNAMIC ANALYSIS OF CIRCULAR PROJECTILES BETWEEN TWO RIGID CONSTRAINTS

LI Junming TONG Lei

(College of Physical Science and Technology, Bohai University, Jinzhou, Liaoning 121013)

Abstract The problem “Ruler Cannon” from the 2024 IYPT has been investigated. Starting from the moment of inertia and geometric relationships, a motion model for a circular projectile between two rigid rulers has been established, and the coupled motion equations of the system under theoretical assumptions have been provided. The Tracker software was used to measure parameters such as the ejection velocity of the circular projectile, and a quantitative investigation of the relationship between the ejection velocity and related parameters was conducted with theoretical analysis. Based on this, Matlab was utilized to numerically solve the corresponding experimental investigation, and the results were compared with the experimental data to verify the correctness of the model. The reasons for the discrepancies between theory and experiment were also analyzed.

Key words IYPT; ruler cannon; rigid ruler; circular projectile

国际青年物理学家锦标赛(IYPT)是一项极负盛名的国际物理竞赛。其开放性、研究性的赛题模式,也被中国大学生物理学术竞赛(CUPT)所借鉴,吸引了广大学生参与其中[1-7]。它不仅引导学生将课堂理论应用于复杂的实际问题,更是一场全方位提升科研素养的宝贵实践,能有效培养参赛学生的创新思维、实验设计与数据分析能力[8-10]。

2024年IYPT第七题是关于两把紧靠在一起的尺子间圆形射弹射出现象的研究:“Two rulers

收稿日期: 2025-10-11; **修回日期**: 2025-10-11; **出版日期**: 2026-03-30

基金项目: 国家级大学生创新项目(D202503171248431104);2025年辽宁省“兴辽英才计划”教学名师项目(XLYC2411095)。

通信作者: 佟蕾,tonglei@qymail.bhu.edu.cn。

引文格式: 李俊明,佟蕾. 两刚性直尺间圆形射弹的动力学研究[J]. 物理与工程,2026,36(2):111-118.

Cite this article: LI J M, TONG L. Dynamic analysis of circular projectiles between two rigid constraints[J]. Physics and Engineering, 2026, 36(2): 111-118. (in Chinese)

are tightly held against each other. A round projectile (e. g. a plastic bottle cap or a ball) is inserted between them close to one of their ends. When extra force is exerted on the surface of the rulers, the projectile is ejected at a high speed. Investigate this effect and the parameters that affect ejection speed."

通过分析题目,我们需要将两把尺子的一端紧靠在一起,并在尺子的另一端夹住一个圆形射弹(本次实验使用乒乓球和钢球),在尺子表面施加一个外力时圆形射弹会射出,需要研究这一射出现象及影响射弹射出速度的参数。本次实验使用亚克力材料自制刚性直尺、乒乓球、钢球和砝码,考虑到直尺裁剪以及钢球炼制时存在的误差和其他因素,重点探究尺子长度 L、钢球半径 R、附加质量 m_2 和附加质量块位置 a 四个参量的影响。

正式实验探究前先做以下预实验:(1)在上尺的上端固定一定质量的砝码,之后将圆形射弹轻放在临近尺子边缘处,一段时间后圆形射弹射出;(2)将录制的视频导入 Tracker 软件,进行坐标系建立、定标等处理,之后选取圆形射弹射出的前后几帧进行分析,测量圆形射弹射出的水平速度并记录。

本文从转动惯量和几何关系等入手,对圆形射弹和上尺的转动进行了动力学分析,建立了两把刚性尺子间圆形射弹的运动模型,给出了理论假设下系统的耦合运动方程。在实验中调整尺子长度、钢球半径、附加质量和附加质量块的位置,并对各参量下射弹的出射速度进行测量,进而验证理论的合理性。

1 实验部分

根据题意绘制"尺子加农炮"的模型图(装置的侧视图),见图 1。

为了反映两尺子间所夹圆形射弹射出的主要特性,进行以下简化假设:

(1) 下方的尺子固定不动,且其表面完全水平。圆形射弹在一固定的水平面上运动时,下尺将不会移动或旋转,其位置和姿态均不会随时间发生变化。圆形射弹始终与水平下尺接触,竖直方向上所受合力为 0。

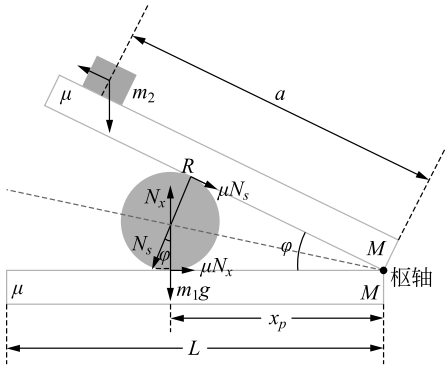


图 1 "尺子加农炮"模型图

(2) 上尺绕转轴无摩擦转动,在转轴处没有能量耗散或阻碍转动的力矩,此时上尺为纯转动,唯一的自由度是绕转轴的转角 φ。

(3) 圆形射弹为刚体,始终与上下尺接触,不发生弹跳。这个几何约束意味着圆形射弹的位置可以通过转角 φ 等参数进行确定,且圆形射弹在尺面时始终受到上下尺的法向力作用。

(4) 两把尺子均为刚体,圆形射弹与尺子间为滑动摩擦。附加物体始终固定在上尺的上方,不发生相对滑动。

设两把尺子是相同且质量均匀的矩形薄板,质量为 M,长度为 L,厚度为 h,与小球接触面的摩擦系数为 μ,两尺间夹角为 φ,且转轴垂直于薄板平面并通过长度的一端,则上尺绕转轴的转动惯量为

$$I_1=\frac{1}{3}M(L^2+h^2) \tag{1}$$

设上尺上端质量均匀的附加物体质量为 m_2,其质心与转轴的距离为 a,则其绕转轴的转动惯量为 $I_2=m_2a^2$,则上尺和附加物体绕转轴的总转动惯量为

$$I_1=\frac{1}{3}M(L^2+h^2)+m_2a^2 \tag{2}$$

设两把尺子之间所夹圆形射弹的半径为 R,质量为 m_1,圆形射弹中心距转轴的距离为 x_p,则圆形射弹水平位置 $x_p(t)$ 与角度 φ 的关系

$$x_p(t)=R\cot\frac{\varphi}{2} \tag{3}$$

$x_p(t)$ 对时间 t 求导可得圆形射弹的水平速度

$$v_p(t)=\frac{\mathrm{d}x_p(t)}{\mathrm{d}t}=-\frac{R}{2}\dot{\varphi}\csc^2\frac{\varphi}{2} \tag{4}$$

其中，$\dot{\varphi}$ 是上尺的角速度，为时间 t 的函数。规定顺时针方向为正方向(使 φ 增加)，则上尺下压时，φ 减小，$\dot{\varphi}<0$，则 $v_p(t)>0$，圆形射弹水平向左运动。

$v_p(t)$对时间 t 求导可得圆形射弹的水平加速度

$$a_p(t)=\frac{\mathrm{d}v_p(t)}{\mathrm{d}t}=-\frac{R}{2}\ddot{\varphi}\csc^2\frac{\varphi}{2}+\frac{R}{2}\dot{\varphi}^2\csc^2\frac{\varphi}{2}\cot\frac{\varphi}{2} \tag{5}$$

其中，$\ddot{\varphi}$ 是上尺的角加速度，为时间 t 的函数。

单独对圆形射弹进行受力分析，见图 2。

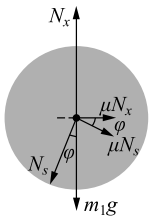


图 2 圆形射弹受力分析图

水平方向

$$m_1a_p=N_s\sin\varphi-\mu N_x-\mu N_s\cos\varphi \tag{6}$$

竖直方向

$$N_x=m_1g+N_s\cos\varphi+\mu N_s\sin\varphi \tag{7}$$

其中，N_s 是上尺对圆形射弹的法向压力，N_x 是下尺对圆形射弹的法向支持力。

将式(7)代入式(6)，得

$$m_1a_p=N_S(1-\mu^2)\sin\varphi-\mu m_1g-2\mu N_S\cos\varphi \tag{8}$$

则上尺的法向压力 N_s 为

$$N_s=\frac{m_1(a_p+\mu g)}{(1-\mu^2)\sin\varphi-2\mu\cos\varphi} \tag{9}$$

上尺绕转轴转动，法向力 N_s 作用于其与圆形射弹的接触点，接触点到转轴的距离 $d_s=x_p=R\cot\frac{\varphi}{2}$，则作用在上尺的力矩为

$$\begin{cases}\tau_M=-Mg\dfrac{L}{2}\cos\varphi\\ \tau_{m_2}=-m_2ga\cos\varphi\\ \tau_{N_s}=N_s\cdot d_s=N_sR\cot\dfrac{\varphi}{2}\\ \tau_{f_s}=0\end{cases} \tag{10}$$

其中，τ_M 是上尺自身重力产生的力矩，τ_{m_2} 是上方附加物体产生的力矩，τ_{N_s} 是圆形射弹对上尺的法向反作用力产生的力矩，τ_{f_s} 是圆形射弹对上尺摩擦力的力矩，由于其沿尺面且通过转轴，故为 0。

上尺的转动方程

$$\sum_k\tau_k=I\ddot{\varphi}=N_sR\cot\frac{\varphi}{2}-\left(M\frac{L}{2}+m_2a\right)g\cos\varphi \tag{11}$$

将式(5)代入式(9)，得到以 $\varphi,\dot{\varphi},\ddot{\varphi}$ 来表示的 N_s 为

$$N_s=\frac{\mu m_1g-\frac{1}{2}m_1R\left(\ddot{\varphi}-\dot{\varphi}^2\cot\frac{\varphi}{2}\right)\csc^2\frac{\varphi}{2}}{(1-\mu^2)\sin\varphi-2\mu\cos\varphi} \tag{12}$$

将上式代入式(11)，得

$$I\ddot{\varphi}=\left[\frac{\mu g-\frac{1}{2}R\left(\ddot{\varphi}-\dot{\varphi}^2\cot\frac{\varphi}{2}\right)\csc^2\frac{\varphi}{2}}{(1-\mu^2)\sin\varphi-2\mu\cos\varphi}\right]m_1R\cot\frac{\varphi}{2}-\left(M\frac{L}{2}+m_2a\right)g\cos\varphi \tag{13}$$

式(2)代入式(13)并整理，得到角加速度 $\ddot{\varphi}$ 的表达式

$$\ddot{\varphi}=\frac{m_1R\cot\frac{\varphi}{2}\left(\mu g+\frac{1}{2}R\dot{\varphi}^2\csc^2\frac{\varphi}{2}\cot\frac{\varphi}{2}\right)-\left(M\frac{L}{2}+m_2a\right)\left[(1-\mu^2)\sin\varphi-2\mu\cos\varphi\right]g\cos\varphi}{\left[\frac{1}{3}M(L^2+h^2)+m_2a^2\right]\left[(1-\mu^2)\sin\varphi-2\mu\cos\varphi\right]+\frac{1}{2}m_1R^2\csc^2\frac{\varphi}{2}\cot\frac{\varphi}{2}} \tag{14}$$

这是一个形如 $\ddot{\varphi}=f(\varphi,\dot{\varphi})$ 的二阶常微分方程。

初始时刻 $t=0$，设上尺初始夹角 $\varphi(0)=\varphi_0$，上尺初始角速度 $\dot{\varphi}(0)=0$，则圆形射弹距离转轴的距离 $x_p(0)=R\cot\frac{\varphi_0}{2}$，初速度 $v_p(0)=0$。若圆形射弹能够向左运动，则角加速度 $\ddot{\varphi}<0$。

设圆形射弹在时刻 t_f 射出，其质心到达下尺末端，则 $x_p(t_f)=R\cot\frac{\varphi_f}{2}=L$，可以求得圆形射弹出射的瞬间两尺间夹角为

$$\varphi(t_f)=\varphi_f=2\operatorname{arccot}\frac{L}{R} \tag{15}$$

根据式(4)可以求得圆形射弹射出速度

$$v_f=|v_p(t_f)|=\frac{R}{2}|\dot{\varphi}(t_f)|\csc^2\frac{\varphi_f}{2} \tag{16}$$

其中，$\dot{\varphi}(t_f)$是圆形射弹射出时的角速度。

由 $\ddot{\varphi}=f(\varphi,\dot{\varphi})$，可以得到一个有关角度 φ 和角速度 $\dot{\varphi}$ 的联立微分方程组

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\dot{\varphi}}{\mathrm{d}t}=f(\varphi,\dot{\varphi})\\ \dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}=\dot{\varphi}\end{cases}\tag{17}$$

初始条件为 $\varphi(0)=\varphi_0$，$\dot{\varphi}(0)=0$。这个方程组无法直接求出 $\dot{\varphi}$ 的解析表达式，但可以使用数值方法解出 $\dot{\varphi}(t)$，进而求出在时刻 t_f 时的角速度 $\dot{\varphi}(t_f)$，进而利用式(16)计算对应的射出速度 v_f。

2 实验验证

实验需要用到相机及支架、乒乓球、不同半径的钢球、电子称(0.01g 精度)、30cm 刻度条、不同长度的亚克力自制尺子(宽 10cm，厚度 5mm)和砝码套装等，实验材料见图 3。

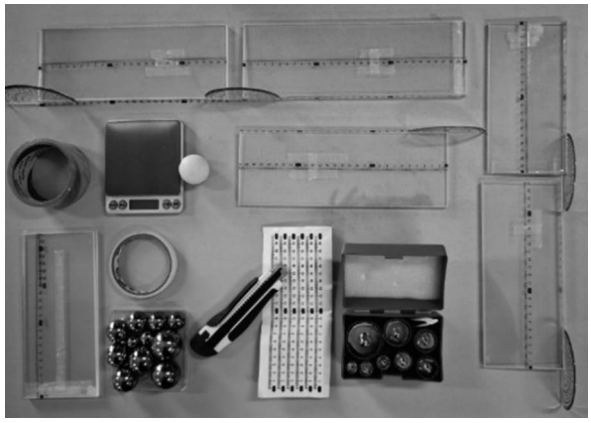


图 3 部分实验器材

实验方法：使用相机拍摄一段圆形射弹从静止到射出一段时间的完整高帧率视频，之后将录制的视频导入 Tracker 软件，进行坐标系建立、定标等处理后，选取圆形射弹射出的前后几帧进行分析，测量圆形射弹射出的水平速度并进行分析，见图 4。

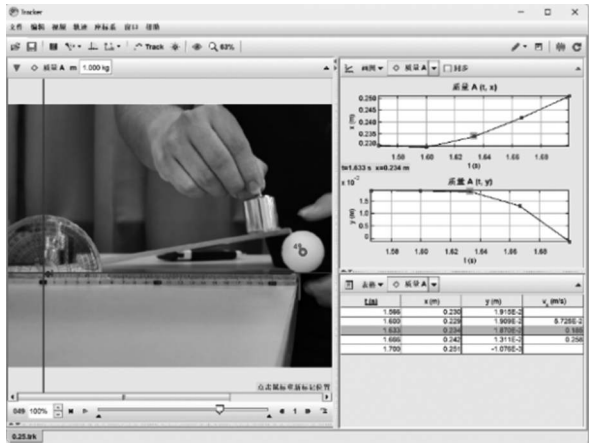


图 4 Tracker 软件测速

利用控制变量法，改变尺子长度 L、钢球半径 R、附加质量 m_2 和附加质量块位置 a 四个参量的大小，将测得的实验数据与使用公式进行数值求解的理论结果进行对照。

2.1 尺子长度对出射速度的影响

实验室所处位置的重力加速度 $g=9.81\mathrm{m/s^2}$，使用半径为 0.02m，质量为 0.00273kg 的乒乓球进行实验。附加块质量为 0.5kg，离转轴距离为 0.18m，尺子与乒乓球之间的摩擦系数约 0.3。使用控制变量法，在乒乓球质量等其他因素一定的情况下，探究尺子长度 L 对乒乓球出射速度的影响，需要称量出各个长度尺子对应的质量，并且使用 Tracker 软件的角度测量功能对每个长度尺子对应的初始角度进行测量。得到表 1 的数据。

表 1 探究尺子长度影响的理论计算与实验测量数据

序号	尺子长度 L/m	尺子质量 M/kg	测量初始角度 φ_0/(°)	理论出射速度 v_f/(m/s)	实验出射速度 $v_{\exp}$/(m/s)	绝对误差/(m/s)	相对误差/%
1	0.20	0.0904	11.470	0.308	0.314	0.006	2.0
2	0.22	0.1024	10.400	0.211	0.202	−0.009	4.3
3	0.24	0.1143	9.541	0.234	0.230	−0.004	1.7
4	0.26	0.1177	8.819	0.386	0.356	−0.030	7.8
5	0.28	0.1276	8.216	0.573	0.565	−0.008	1.4
6	0.30	0.1431	7.639	0.364	0.357	−0.007	1.9

上述数据中，使用数值方法求解的理论出射速度和实验测得的出射速度的平均绝对误差为0.011m/s，平均相对误差为3.2%，可见在尺子与乒乓球间摩擦系数约为0.3的情况下，实验与理论符合的较好，出射速度 v_f 与尺子长度 L 的变化曲线见图5。

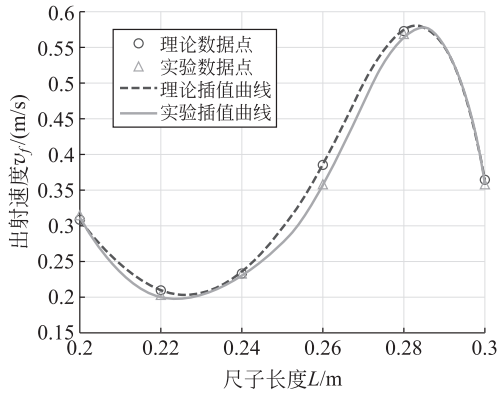


图5 乒乓球出射速度 v_f 与尺子长度 L 的变化

图中虚线为理论拟合曲线，实线为实验拟合曲线。从图中可以看出，乒乓球的出射速度 v_f 随尺子长度 L 的增加呈现“先减小后增大再减小”的趋势。这可能是因为当尺子从较短的长度开始增加时，其转动惯量的负面效应增长得最快，从而导致出射速度下降。然而，随着尺子继续变长，乒乓球出射时的夹角 φ_f 更小，这使得式(4)中的 $\csc^2\frac{\varphi}{2}$ 项非线性地急剧增大，有限的角速度将放大为更快的线速度，再加上更长的加速角程提供的增益，共同推动出射速度增大到峰值。但当尺子过长，越过这个最佳点后，转动惯量变得极其巨大，导致上尺的角速度被严重削弱，从而使最终的出射速度不可避免地再次下降。

2.2 钢球半径对出射速度的影响

使用长0.22m，质量为0.1024kg的直尺进行实验。附加块质量为0.2kg，离转轴距离为0.19m，固定钢球的初始距转轴的水平距离为0.2198m，尺子与钢球之间的摩擦系数约0.5。在直尺长度等其他因素一定的情况下，探究钢球半径对钢球出射速度的影响，需要称量出各个钢球对应的质量。得到表2的数据。

上述数据中，使用数值方法求解的理论出射速度和实验测得的出射速度的平均绝对误差为0.006m/s，平均相对误差为3.2%，可见在尺子与钢球间摩擦系数约为0.5的情况下，实验与理论符合得较好，出射速度 v_f 与钢球半径 R 的变化曲线见图6。

从图中可以看出，随着钢球半径 R 的增大，钢球的出射速度 v_f 呈现出明显的下降趋势。这一趋势的出现可能是由于钢球的质量与其半径的立方成正比，因此半径的微小增加便会导致其质量和惯性的急剧增长，使其在有限的能量输入下很难被有效地加速。此外，更大的半径会导致更大的出射夹角，反过来又降低了将尺子角速度转换为钢球线速度的效率。根据式(4)，钢球线速度在其余条件一定时与半径成正比，但这一影响要小于质量剧增和线速度转化效率降低这两个影响因

表2 探究钢球半径影响的理论计算与实验测量数据

序号	钢球半径 R/mm	钢球质量 m_1/kg	测量初始角度/φ_0(°)	理论出射速度 v_f/(m/s)	实验出射速度 v_{exp}/(m/s)	绝对误差/(m/s)	相对误差/%
1	10	0.03189	5.21	0.242	0.239	−0.003	1.2
2	11	0.04336	5.73	0.218	0.212	−0.006	2.8
3	12	0.05634	6.25	0.213	0.209	−0.004	1.9
4	13	0.07178	6.77	0.198	0.201	0.003	1.5
5	14	0.08968	7.29	0.189	0.195	0.006	3.2
6	15	0.11025	7.81	0.181	0.189	0.008	4.4
7	16	0.13403	8.32	0.181	0.188	0.007	3.9
8	17	0.16019	8.84	0.174	0.171	−0.003	1.7
9	18	0.19048	9.35	0.167	0.163	−0.004	2.4
10	19	0.22416	9.86	0.163	0.156	−0.007	4.3
11	20	0.26105	10.37	0.161	0.149	−0.012	7.5

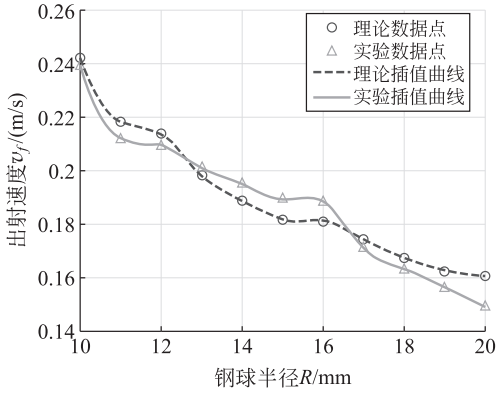


图 6 钢球出射速度 v_f 与钢球半径 R 的变化

素，最终导致出现钢球半径越大、出射速度越小的变化趋势。

2.3 附加物体质量对出射速度的影响

使用半径为 0.02m，质量为 0.00273kg 的乒乓球在两块长 0.22m，质量 0.1024kg 的刚性直尺间进行实验。附加块离转轴距离为 0.21m，钢球的初始释放角度固定为约 10.4°，尺子与乒乓球之间的摩擦系数约为 0.3。使用控制变量法，在乒乓球质量等其他因素一定的情况下，探究附加物体质量对乒乓球出射速度的影响，利用不同重量的砝码进行组合，使得附加总质量在实验要求的范围内，需要注意砝码组合的质心须在规定的距离处。得到表 3 的数据。

上述数据中，使用数值方法求解的理论出射速度和实验测得的出射速度的平均绝对误差为 0.005m/s，平均相对误差为 2.7%，可见在尺子与乒乓球间摩擦系数约为 0.3 的情况下，实验与理论符合得较好，出射速度 v_f 与附加物体质量 m_2 的变化曲线见图 7。

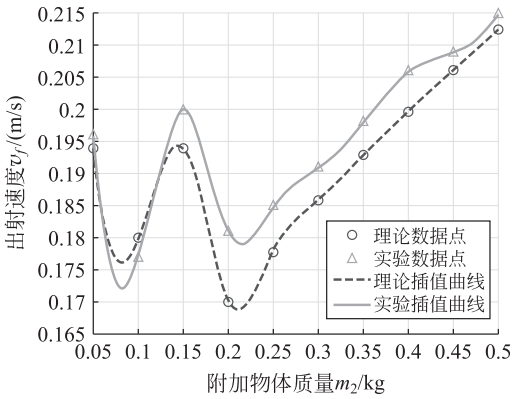


图 7 钢球出射速度 v_f 与附加物体质量 m_2 的变化

观察上图可知：附加物体质量 m_2 与射弹出射速度 v_f 之间存在复杂的非单调依赖关系。这一现象的出现可能在于两个随 m_2 同步增长但相互竞争的物理量的影响，即驱动系统旋转的力矩和阻碍其角加速度的总转动惯量。在低质量区域，系统对这两个非线性耦合因素的相对变化极为敏感，转动惯量的负面效应可暂时超过力矩的驱动效应，从而导致了速度的振荡行为；在高质量区域，力矩增长的贡献逐渐占据主导，其效应稳定地胜过惯量增长的阻碍，使速度转为持续单调上升。

2.4 附加物体距转轴的距离对出射速度的影响

使用半径为 0.02m，质量为 0.00273kg 的乒乓球在两块长 0.22m，质量 0.1024kg 的刚性直尺间进行实验。钢球的初始释放角度固定为约 10.4°，附加物体质量 0.5kg，尺子与乒乓球之间的摩擦

表 3 探究附加物体质量影响的理论计算与实验测量数据

序号	附加物体质量 m_2/kg	理论出射速度 v_f/(m/s)	实验出射速度 v_{exp}/(m/s)	绝对误差/(m/s)	相对误差/%
1	0.05	0.194	0.196	0.002	1.0
2	0.10	0.180	0.177	−0.003	1.7
3	0.15	0.194	0.200	0.006	3.1
4	0.20	0.170	0.181	0.011	6.5
5	0.25	0.178	0.185	0.007	3.9
6	0.30	0.186	0.191	0.005	2.7
7	0.35	0.193	0.198	0.005	2.6
8	0.40	0.200	0.206	0.006	3.0
9	0.45	0.206	0.209	0.003	1.5
10	0.50	0.213	0.215	0.002	0.94

系数约0.3。使用控制变量法，在乒乓球质量等其他因素一定的情况下，探究附加物体距转轴的距离对乒乓球出射速度的影响，不断改变一定质量的砝码距转轴的距离，需要注意砝码组合的质心须在规定的距离处。得到表4的数据。

上述数据中，使用数值方法求解的理论出射速度和实验测得的出射速度的平均绝对误差为0.006m/s，平均相对误差为2.7%，可见在尺子与乒乓球间摩擦系数约为0.3的情况下，实验与理论符合得较好，出射速度 v_f 与附加物体距转轴的距离 a 的变化曲线见图8。

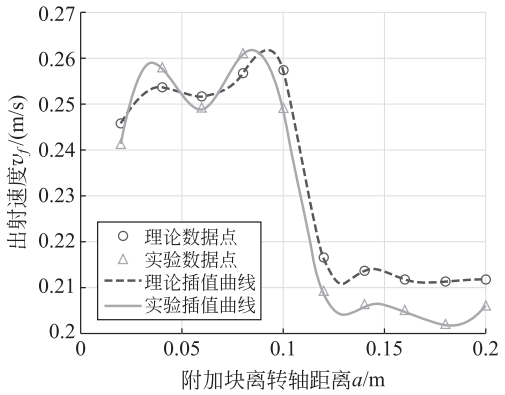


图8 钢球出射速度 v_f 与附加物体距转轴的距离 a 的变化

观察上图可知：乒乓球的出射速度 v_f 与附加物体距转轴的距离 a 之间同样存在非单调依赖关系。这一变化趋势源于附加物体产生的驱动力矩与其对系统总转动惯量的贡献。附加物体产生的驱动力矩与距离 a 为线性关系，而其对系统总转动惯量的贡献则与 a^2 成正比。在 a 值较小时，驱动力矩的线性增长效应占主要作用，导致角加速度和出射速度的增长，直至达到峰值；一旦 a 越过该临界点，转动惯量的二次方增长效应便会占据主导，从而导致乒乓球出射速度的显著衰减，再之后由于系统转动惯量变得很大，驱动力矩的影响较小，变化趋于平缓。

3 误差分析

理论计算的出射速度与实验测得的数据之间存在的系统性偏差和随机波动主要源于以下几个方面。

(1) 理论推导中假设了枢轴无摩擦转动，但在实际操作中，这两个因素是不可避免的能量损失项。枢轴处存在的静摩擦和动摩擦力矩会持续消耗系统的机械能，直接导致上尺的实际角加速度和角速度低于理论预测值。

(2) 理论模型将尺子与射弹间的滑动摩擦系数 μ 视为一个恒定的常数，是一个平均或经验估算的结果，无法精确捕捉整个加速过程中摩擦力的动态变化。实际上摩擦系数并非一个绝对的定值，它可能受到接触面压力、相对滑动速度以及接触面微观状况的复杂影响，是一个动态变化的值。

(3) 使用Tracker软件对初始角度 φ_0 等物理量进行测量时，容易受到相机摆放的视差效应、镜头畸变等影响，虽然在实验前对这些影响因素进行了严谨处理，但依然存在着微小偏差。

(4) 理论假设尺子和圆形射弹均为理想刚体，但实际的亚克力尺在快速下落过程中依然可

表4 探究附加物体距转轴距离影响的理论计算与实验测量数据

序号	附加物体距转轴的距离 a/m	理论出射速度 v_f/(m/s)	实验出射速度 v_{exp}/(m/s)	绝对误差/(m/s)	相对误差/%
1	0.02	0.246	0.241	−0.005	2.0
2	0.04	0.254	0.258	0.004	1.6
3	0.06	0.252	0.249	−0.003	1.2
4	0.08	0.257	0.261	0.004	1.6
5	0.10	0.257	0.249	−0.008	3.1
6	0.12	0.216	0.209	−0.007	3.2
7	0.14	0.214	0.206	−0.008	3.7
8	0.16	0.212	0.205	−0.007	3.3
9	0.18	0.211	0.202	−0.009	4.3
10	0.20	0.212	0.206	−0.006	2.8

能会发生极其微小的弹性形变和振动，这会耗散一部分能量。同样，附加的砝码块与上尺之间、下尺与桌面之间虽然利用胶水、胶带等进行固定，但实验时仍可能存在微小的相对滑动或振动，二者之间并不是严格固定。此外，上尺在转动过程中受到的空气阻力也会导致能量的耗散。

4 结论

本文从转动惯量和几何关系入手，对两把刚性直尺间所夹的圆形射弹进行了详细的动力学分析，成功建立了一个描述刚性直尺与圆形射弹相互作用的耦合运动模型。本研究结合 Matlab 数值仿真与严谨的对照实验，系统性地探究了尺子长度 L、钢球半径 R、附加质量 m_2 和附加质量块位置 a 四个参量对射弹出射速度 v_f 的影响。实验结果显示：出射速度随尺子长度呈现“先减后增再减”的趋势，随射弹半径增大而单调递减，同时与附加物体质量及其到转轴的距离均表现出非单调的依赖关系。本实验所用的器材简单且操作简便，蕴含了丰富的力学原理，适合作为大学物理实验教学的拓展内容。

参 考 文 献

[1] 沈航正，蔡卓凡，陶小平，等. 基于张量方法探究导体球在线性梯度磁场中的运动[J]. 大学物理，2025，44(1)：106-111.
SHEN H Z，CAI Z F，TAO X P，et al. Exploration of the motion of conduct sphere in a linear gradient magnetic field by the tensors method[J]. College Physics，2025，44(1)：106-111.（in Chinese）

[2] 宋思盈，魏榕晟，张紫勃，等. 摆动螺钉振幅的实验探究[J]. 大学物理实验，2024，37(5)：7-12.
SONG S Y，WEI R S，ZHANG Z B，et al. Experimental investigation of oscillating screw amplitude[J]. Physical Experiment of College，2024，37(5)：7- 12.（in Chinese）

[3] 肖竹，谢佳伶，肖国梁，等. 磁机械振荡器模型的弹簧片运动参数探究[J]. 大学物理实验，2024，37(5)：44-53.
XIAO Z，XIE J L，XIAO G L，et al. Exploration of the spring sheet motion parameters of the magnetic mechanical oscillator models[J]. Physical Experiment of College，2024，37(5)：44-53.（in Chinese）

[4] 成海英，孙慧，俞晓明. 磁机械振荡器的拍振动研究[J]. 物理与工程，2024，34(5)：168-174.
CHENG H Y，SUN H，YU X M. Study on beat vibrations of magnetic mechanical oscillators[J]. Physics and Engineering，2024，34(5)：168-174.（in Chinese）

[5] 周胜坤，唐智行，李创业，等. 电荷测量计[J]. 物理教师，2024，45(11)：48-52.
ZHOU S K，TANG Z X，LI C Y，et al. Charge measuring instrument[J]. Physics Teacher，2024，45(11)：48-52.（in Chinese）

[6] 龚凡准，侯吉旋，黎秋航，等. 螺丝钉沿斜坡下滑时振幅增大现象的力学分析[J]. 物理与工程，2024，34(6)：57-62.
GONG F Z，HOU J X，LI Q H，et al. Mechanical analysis of the phenomenon of amplitude increase when screws slide down a slope[J]. Physics and Engineering，2024，34(6)：57-62.（in Chinese）

[7] 李明洋，成立贤，顾吉林. 光盘上的“彩色线”传输特性理论分析与实验探究[J]. 物理与工程，2024，34(6)：179-187.
LI M Y，CHENG L X，GU J L. Theoretical analysis and experimental exploration of the transmission characteristics of “Color Lines” on optical discs[J]. Physics and Engineering，2024，34(6)：179-187.（in Chinese）

[8] 唐艳妮，李雪琴，何楚洹，等. 基于 CUPT 模式的大学物理实验教学研究与探索[J]. 教育教学论坛，2025(25)：97-100.
TANG Y N，LI X Q，HE C H，et al. Research and exploration of college physics experiment teaching based on the CUPT mode[J]. Education and Teaching Forum，2025(25)：97-100.（in Chinese）

[9] 陈靖. CUPT 实践教学中的思政内涵探索与实践[J]. 物理实验，2025，45(4)：22-28，41.
CHEN J. Exploration and integration of ideological and political connotation in CUPT practical teaching[J]. Physics Experimentation，2025，45(4)：22-28，41.（in Chinese）

[10] 王珩，徐世峰，王利岩，等. 以物理学术竞赛为依托培养高素质人才——以沈阳航空航天大学为例[J]. 大学物理实验，2020，33(3)：118-121.
WANG H，XU S F，WANG L Y，et al. Cultivation of high-quality talent a based on China undergraduate physicists' tournament—Shenyang erospace university as an example[J]. Physical Experiment of College，2020，33(3)：118-121.（in Chinese）

■