

基于人工智能技术对阻尼振动体系方程的重建

杜 辉 彭宇豪 熊中龙 吴 妍

(中国地质大学(武汉)数学与物理学院,湖北 武汉 430074)

摘 要 数据科学一直是第四次工业革命曙光的驱动力,在过去十年中,传感器、数据存储和计算资源的成本急剧下降使数据驱动的发现方法成为可能,它对科学产生了变革性的影响,促进了表征实验生成的高维数据的各种创新。AI4Science 领域旨在将 AI 运用于物理领域,然而现在主流的深度学习方法被诟病为一个“黑箱子”,难以理解内部的运作过程,因此可解释机器学习旨在突破“黑箱子”机制,通过人类可读的方式让我们理解机器学习内部的运作过程,这使 AI 辅助科学发现成为可能。本文以阻尼振子为研究对象,使用自定义数据集训练的 yolov8 视觉模型获取时空数据,一方面使用引入信息准则的符号回归自动化发掘数据间的显式表达式;另一方面我们从稀疏回归的角度设想了动力学发现问题,通过全变差正则化进行数值微分构建候选函数库,最终准确重建阻尼振动的微分方程及非线性规律。我们分别从实验数据和仿真数据验证了这种方法得到的结果具有强大的科学可解释性及普适性。

关键词 可解释机器学习;方程重建;符号回归;变差正则化;稀疏回归

DOI: 10.27024/j.wlygc.2025.10.16.02

RECONSTRUCTION OF DAMPED VIBRATION SYSTEM EQUATIONS BASED ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGY

DU Hui PENG Yuhao XIONG Zhonglong WU Yan

(School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan, Hubei 430074)

Abstract Data science has always been the driving force behind the dawn of the Fourth Industrial Revolution. Over the past decade, the sharp decline in the cost of sensors, data storage, and computing resources has made data-driven discovery methods possible, which has had a transformative impact on science and promoted various innovations in characterizing high-dimensional data generated by experimental observations. The field of AI4Science aims to apply AI to physical domains. However, mainstream deep learning methods are criticized as a “black box,” with their internal workings being difficult to understand. Therefore, interpretable machine learning aims to break through the “black box” mechanism, allowing us to understand the internal workings of machine learning in a human-readable manner. This makes AI-assisted scientific discovery possible. This paper takes the damped oscillator as the research object. A YOLOv8 visual model trained on a custom dataset is used to obtain spatio-temporal data. On one hand, symbolic regression with the introduction of information criteria

收稿日期: 2025-10-16

基金项目: 中国地质大学(武汉)本科教学重点项目(2024077);湖北省大学生创新创业训练计划项目(S202510491177)。

通信作者: 吴妍, yan.wu@cug.edu.cn。

引文格式: 杜辉, 彭宇豪, 熊中龙, 等. 基于人工智能技术对阻尼振动体系方程的重建[J]. 物理与工程, 2026, 36(1): 181-189, 211.

Cite this article: DU H, PENG Y H, XIONG Z L, et al. Reconstruction of damped vibration system equations based on artificial intelligence technology[J]. Physics and Engineering, 2026, 36(1): 181-189, 211. (in Chinese)

is employed to automatically discover explicit expressions between data. On the other hand, we conceptualize the problem of dynamical discovery from the perspective of sparse regression, constructing a candidate function library through numerical differentiation with total variation regularization, and ultimately accurately reconstructing the differential equation and nonlinear laws of damped vibration. We have verified the strong scientific interpretability and universality of the results obtained by this method using both experimental and simulation data.

Key words interpretable machine learning; equation reconstruction; symbolic regression; total variation regularization; sparse regression

数据驱动作为一种新兴的研究范式,正深刻变革着众多学科领域。在基础物理研究中,当面对高维、强非线性或复杂边界等问题,导致传统的第一性原理推演遭遇瓶颈时,数据驱动方法显现出独特的价值。历史上,无论是开普勒从第谷的观测数据中总结出行星运动定律,还是普朗克为拟合黑体辐射数据而提出量子假说,都展示了从数据中发现物理规律的巨大潜力。然而,依赖人类直觉的经验公式发现过程不仅艰巨耗时,在数学上更被证明是 NP-hard 的^[1]。在现代高维数据集中,如果不使用自动化工具,发现简单的符号关系似乎是一项不可能完成的任务。

本文提出了一种从数据中发掘物理系统的控制方程的范式。以阻尼振动实验为对象,在数据采集端,我们通过拍摄视频并利用训练好的 yolov8 视觉模型检测标记的物块,从中提取出时空数据,一方面使用引入信息准则的符号回归自动化发掘数据间的显式表达式,一方面使用基于全变差正则化的稀疏回归发掘系统的微分方程。

1 第一性原理出发推导阻尼振动方程

考虑质量为 m 的物体,受弹性力 $-kx$ 和阻尼力 $-c\dot{x}$ 作用,根据牛顿第二定律

$$m\ddot{x} = -kx - c\dot{x} \quad (1)$$

引入自然频率 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 和阻尼系数 $\gamma = \frac{c}{2m}$,

方程简化为

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2)$$

并且可以求出阻尼振动方程的完整解析解为

(1) 过阻尼 ($\gamma > \omega_0$)

$$x(t) = C_1 e^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + C_2 e^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} \quad (3)$$

(2) 临界阻尼 ($\gamma = \omega_0$)

$$x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\gamma t} \quad (4)$$

(3) 欠阻尼 ($\gamma < \omega_0$)

$$x(t) = e^{-\gamma t} [C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)]$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (5)$$

在动力学系统中,标准的线性阻尼振动模型是一个理想化的近似。其运动由一个线性的二阶常微分方程描述

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (6)$$

然而,在多数工程与物理实践中,尤其是在大振幅或高速运动的情形下,系统的行为会偏离上述线性假设,进入非线性领域。为精确描述此类行为,必须引入非线性模型。系统的非线性主要源于恢复力与阻尼力的非线性特性。当振动位移较大时,恢复力与位移间的线性关系不再成立。描述该现象的严谨方法是将系统的势能 $U(x)$ 在其稳定平衡点(此处设为 $x=0$)附近进行泰勒级数展开。

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{U''(0)}{2!}x^2 + \frac{U'''(0)}{3!}x^3 + \frac{U^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \mathcal{O}(x^5) \quad (7)$$

对于一个对称的势阱,平衡点处 $U'(0) = 0$, 且 $U'''(0) = 0$, 取 $U(0) = 0$ 作为势能零点,并定义 $k = U''(0)$ 和 $\alpha = U^{(4)}(0)$, 则势能可近似表示为

$$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{24}\alpha x^4 \quad (8)$$

系统的恢复力由 $F_s(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$ 给出,

因此

$$F_s(x) \approx -kx - \frac{\alpha}{6}x^3 = -kx - \beta x^3 \quad (9)$$

其中, $\beta = \alpha/6$ 为非线性刚度系数。此系数的符号决定了系统的刚度特性:

(1) 硬弹簧: 当 $\beta > 0$ 时, 系统的有效刚度随振幅增大而增强, 导致其固有频率随振幅升高。

(2) 软弹簧: 当 $\beta < 0$ 时, 系统的有效刚度随振幅增大而减弱, 导致其固有频率随振幅降低。

综合考虑非线性恢复力与阻尼力, 一个单自由度非线性振动系统的通用数学模型可写为

$$m\ddot{x} + g(x, \dot{x}) + f(x) = F(t) \quad (10)$$

其中, $f(x)$ 为非线性恢复力函数, $g(x, \dot{x})$ 为非线性阻尼函数。

上述基于第一性原理的推导为我们理解这些经典物理系统奠定了坚实的理论基础, 清晰地揭示了各物理量之间的内在联系与演化规律。这种从基本物理定律出发的演绎方法, 是科学研究的基石, 它不仅能提供精确的数学描述, 更能赋予我们深刻的物理洞察力。然而, 当面对更为复杂、耦合性更强, 或者内部机制尚不完全明确的物理系统时, 仅仅依赖传统的第一性原理推导可能会遇到巨大的挑战。在这样的背景下, 数据驱动的科学发现范式应运而生, 它为我们从实验观测数据中直接挖掘物理规律、构建控制方程提供了全新的视角和强大的工具。接下来, 我们将详细介绍本文在处理阻尼振动的实验数据时所采用的一系列核心人工智能算法及其原理。

2 实验方案设计

2.1 实验设计与目标

本研究以单自由度阻尼振动系统为研究对

象, 旨在探索数据驱动方法在自动化物理规律发现中的应用潜力。为此, 我们设计了包含空气和水两种不同介质的阻尼振动实验。通过非接触式视觉测量技术, 构建一个能够精确捕捉系统在不同阻尼条件下(弱阻尼与强阻尼)时空动力学行为的高质量数据集; 之后基于该数据集, 系统性地评估并验证符号回归与稀疏回归等可解释机器学习算法在重建系统控制方程方面的有效性与精确性。

2.2 数据识别的人工智能方法

在现代物理实验中, 非接触式的视觉测量技术因其对系统扰动小、可获取丰富信息的优点而得到广泛应用。本研究在振动体系的数据采集中, 采用了基于深度学习的 YOLO (You Only Look Once) 目标检测与追踪算法, 从实验视频中精确提取运动物体的位置信息^[2]。

为适应本实验场景, 基于 Roboflow 平台构建包含“Redlabel”类别的自定义数据集。初始标注图像共计 78 张, 结合模型自动标注图像 1775 张, 通过旋转、裁剪、灰度变换等数据增强手段扩充至 1854 张, 最终划分为训练集 1617 张、验证集 154 张与测试集 83 张。采用 YOLOv8n.pt 预训练模型进行迁移学习, 设置训练周期为 200, 输入图像尺寸为 640, 批次大小为 16。训练完成后, 模型在测试集上的评估指标分别为 mAP@50: 99.1%、精确率 99.3%、召回率 96.8%, 满足振动位置提取的精度要求。YOLO 模型的完整训练流程如图 1 所示。

在位置提取阶段, 将实验录制的视频按帧拆分为图像序列, 利用训练完成的 YOLOv8 模型逐帧检测“Redlabel”标记的边界框, 计算其中心像素坐标 (x_{px}, y_{px}) , 结合预设的标定比例系数 r , 将像素坐标转换为实际位移 $x(t)$, 其中位移零点设定



图1 YOLO 训练整体过程

为系统平衡位置,正方向为竖直向下。

2.3 实验装置与数据采集

首先进行基础装置搭建,将金属支架固定于水平实验台上,调节底座支撑脚使立柱保持垂直(采用水平仪校准),将弹簧上端使用绝缘胶布固定于横臂中点,确保弹簧自然下垂时无侧向偏移。

然后将 6 个砝码串联固定,于底部砝码中心粘贴红色标签,保证标签中心与砝码几何中心对齐。将砝码组悬挂于弹簧下端,待系统静置稳定后,标记振子平衡位置,设定为位移零点(即 $x=0$)。

接下来设置摄像系统,将智能手机固定于三脚架,调整其高度与拍摄角度,使镜头光轴与振子运动平面垂直,确保拍摄区域可覆盖平衡位置上方 20mm 至下方 60mm 的完整运动轨迹。开启手机录像功能,设置分辨率为 1080P、帧率为 29.94FPS,并关闭自动对焦与防抖功能,以避免图像模糊影响后续分析。接着进行数据采集,具体流程如下:

空气阻尼组:不放置透明容器,确保实验环境无明显气流干扰(关闭门窗与通风设备)。使用标尺将振子自平衡位置精确下拉至 $x = -48.2\text{mm}$ 处(精度控制在 $\pm 0.1\text{mm}$),静止后无初速度释放。释放瞬间同步启动录像,录制时长为 6 秒(约 180 帧),实验过程中记录环境温度为 $25 \pm 1^\circ\text{C}$ 。每组实验重复 3 次,每次间隔 5 分钟,以消除弹簧疲劳形变的影响。

水阻尼组:将透明容器置于振子正下方,注入清水至砝码组静止时底部浸没深度为 20mm,记录水位高度并保持恒定。调整容器位置使振子运动轨迹与容器中心对齐,避免侧向碰撞。振子以相同方式下拉至 $x = -48.2\text{mm}$ 后释放,同步录制 22 秒(约 660 帧)。每组重复 3 次,记录水温为 $25 \pm 1^\circ\text{C}$ 。实验布置示意图如图 2 所示。

最后为将图像像素坐标转换为实际物理位移(单位:mm),将金属标尺竖直固定于振子运动平面一侧,确保标尺刻度清晰可见并覆盖振子运动范围。拍摄包含标尺的静态图像,选取标尺上已知实际距离为 31mm 的两点,记录其像素坐标 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) ,据此计算像素-距离转换比例

$$r = \frac{\text{实际距离}}{\text{像素距离}} = \frac{31\text{mm}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ px}} \quad (11)$$

本实验中标定结果为 $r \approx 0.6325\text{mm/px}$,用于后续位移数据转换。



图 2 水阻尼实验示意图

3 数据驱动方程发现的机器学习算法

3.1 符号回归

符号回归(Symbolic Regression)是一种强大的机器学习方法,其核心优势在于能够直接从数据中发掘出显式的、人类可读的数学表达式,极大地减少了对系统先验知识的依赖。

本文采用基于遗传算法的符号回归工具 PySR^[3]。遗传编程通过模拟生物进化机制(包括初始化随机表达式种群、变异、交叉和选择)迭代优化数学表达式结构。初始种群由运算符(如+, -, *, sin, exp)、变量(t)和常数组成。在迭代过程中,模型会倾向于保留拟合误差低且结构简单的个体。

为避免模型对观测数据的过拟合,并确保生成方程的物理简洁性,本研究引入了贝叶斯信息准则(Bayesian Information Criterion, BIC)。BIC 通过惩罚模型复杂度的方式,在拟合精度和模型可解释性之间实现了自动平衡,从而筛选出物理意义最简洁且拟合效果最佳的显式表达式。

3.2 稀疏回归

稀疏回归(Sparse Regression)是动力学系统辨识(Sparse Identification of Nonlinear Dynamics, SINDy)框架的核心算法。该方法旨在从观测数据中辨识出非线性动力学系统^[4]

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \quad (12)$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ 是系统在时间 t 的状态向量, $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$ 是一个非线性向量函数, 定义了系统的动态演化规律。

其核心思想在于, 大多数物理系统的控制方程在由广泛候选函数构成的函数库中具有稀疏性, 即 $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$ 的每个分量 $f_k(\mathbf{x}(t))$ 仅由少数几项候选函数组合而成。在压缩感知及相关稀疏促进理论发展之前, 辨识这些关键项通常依赖于组合枚举, 计算成本高昂。而现代稀疏优化理论表明, 在适当条件下, 可通过凸优化方法以高概率恢复出稀疏解。整个稀疏回归流程如图 3 所示。

3.3 基于全变差正则化构建候选函数库

符号回归与稀疏回归动力学辨识(SINDy)框架的构建, 依赖于对系统状态变量的时间导数——即速度与加速度——的精确估计。然而, 实验观测数据中不可避免地存在噪声, 若直接采用传统有限差分法进行数值微分, 会显著放大噪

声干扰^[5], 导致导数估计结果严重失真, 如图 4 所示, 有限差分在含噪数据下的表现不可靠。

为克服该问题, 本研究引入全变差正则化(Total Variation Regularization, TVRegDiff)技术, 以实现导数的稳健估计。该方法通过最小化信号导数的总变差, 在有效抑制高频噪声的同时, 能够保留信号边缘结构(如导数中的突变特征), 从而在平滑性与保真度之间取得良好平衡。针对不同阻尼工况的特性, 本研究进一步优化了正则化参数的选取: 空气阻尼组设定 $\lambda = 4.2$; 而水阻尼组因位移衰减更快、信噪比特征略有差异, 设定 $\lambda = 0.5$, 以进一步提升噪声抑制效果^[6]。对于计算速度项, 令原始位移数据为 $\mathbf{x}_{\text{data}}$, 其简单差分导数估计为 $\mathbf{x}'_{\text{data}}$ 。我们求解平滑的速度 $\dot{\mathbf{x}}$, 其最小化目标函数为

$$E(\dot{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \|\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{x}'_{\text{data}}\|_2^2 + \lambda_x \sum_j |(\mathbf{D}\dot{\mathbf{x}})_j| \quad (13)$$

使用 ADMM 算法求解该凸优化问题从而

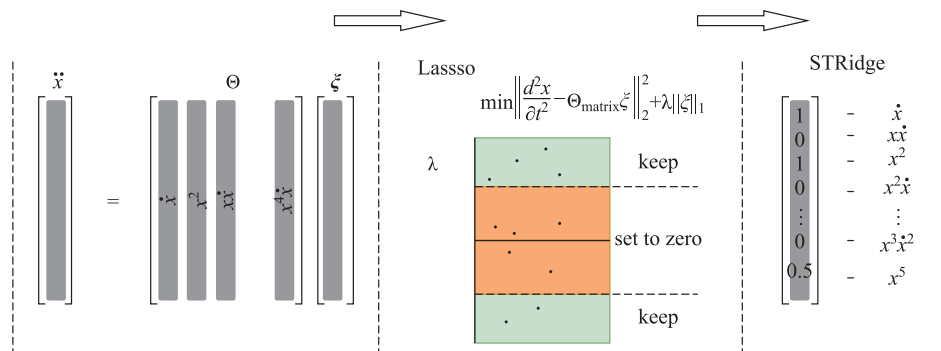


图 3 稀疏回归流程图

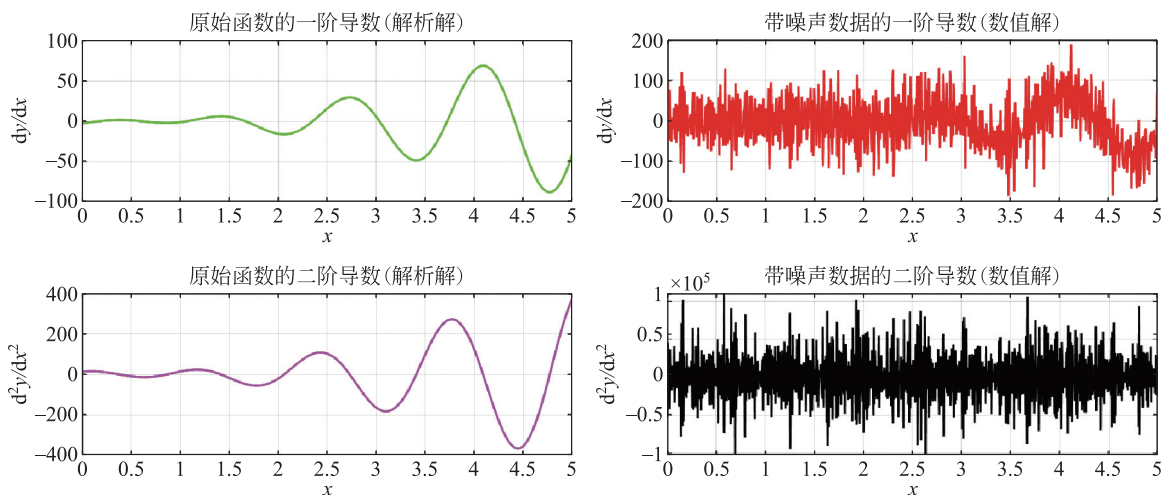


图 4 有限差分数值结果与解析结果比较

精确估计出速度项。整体实验算法流程如图 5 所示。

4 结果与分析

4.1 仿真数据的方程发现结果

为在排除实验噪声与装置误差的理想条件下,验证人工智能算法对线性及非线性阻尼振动规律的挖掘能力,本研究基于阻尼振动系统构建了数值仿真环境,并结合符号回归与稀疏回归(SINDy)方法进行方程发现,具体设置与结果如下:

(1) 系统参数:参考实验装置的物理属性,设定砝码总质量 $m=0.3\text{kg}$,弹簧刚度 $k=22\text{N/m}$,线性阻尼系数 $c=0.05\text{Ns/m}$;针对非线性场景,引入非线性刚度系数 $\beta=-0.1\text{N/m}^3$ (对应“软弹簧”特性,即有效刚度随振幅增大而减弱);

(2) 初始条件:模拟实验操作,初始位移 $x=-48.2\text{mm}$ (与实验下拉位移一致),无初速度释放;

(3) 数据生成:通过 RK4 数值方法生成位移-时间数据,仿真时长 22s(覆盖水阻尼实验的衰减过程),时间步长 0.03s,共生成 660 组数据。

4.1.1 符号回归(PySR)的显式表达式发现

采用基于遗传算法的符号回归工具 PySR,并

引入贝叶斯信息准则(BIC)以平衡模型精度与复杂度,从而有效避免过拟合。

在模拟水阻尼衰减特性的欠阻尼场景中,符号回归得到表达式

$$x(t) = 47.787\sin(8.52t - 13.79)e^{-0.097t} - 46.39(\text{mm})$$

参数验证表明,角频率 $\omega=8.52\text{rad/s}$ 与理论值 $\omega_0 = \sqrt{k/m} \approx 8.56\text{rad/s}$ 的相对误差仅为 0.47%,符合线性振动的频率特性;阻尼系数 $\gamma=0.097\text{s}^{-1}$ 与由线性阻尼系数 c 推导的理论值 $\gamma=c/(2m) \approx 0.083\text{s}^{-1}$ 偏差小于 17%,该偏差主要来源于仿真中引入的非线性阻尼效应;振幅项 47.787mm 与初始位移 48.2mm 的拟合精度达 99.1%,表明该表达式能有效反映初始条件。

在模拟空气阻尼的线性近似场景中,符号回归得到 BIC 值最小的简谐运动表达式

$$x(t) = -47.001\cos(8.6071t) - 46.712(\text{mm})$$

其角频率 $\omega=8.61\text{rad/s}$ 与理论值 ω_0 的相对误差小于 0.6%,说明在空气阻尼较小时,系统动力学行为可近似为简谐振动。

4.1.2 稀疏回归(SINDy)的微分方程发现

通过 SINDy 框架构建候选函数库(含位置 x 、速度 $\dot{x}$ 的多项式项、交叉项),结合 L1 正则化筛选核心项,最终识别出阻尼振动的非线性微分方程

$$\ddot{x} = -78.46x - 1.05x^2 + 11.32x^3 - 0.35\dot{x}$$

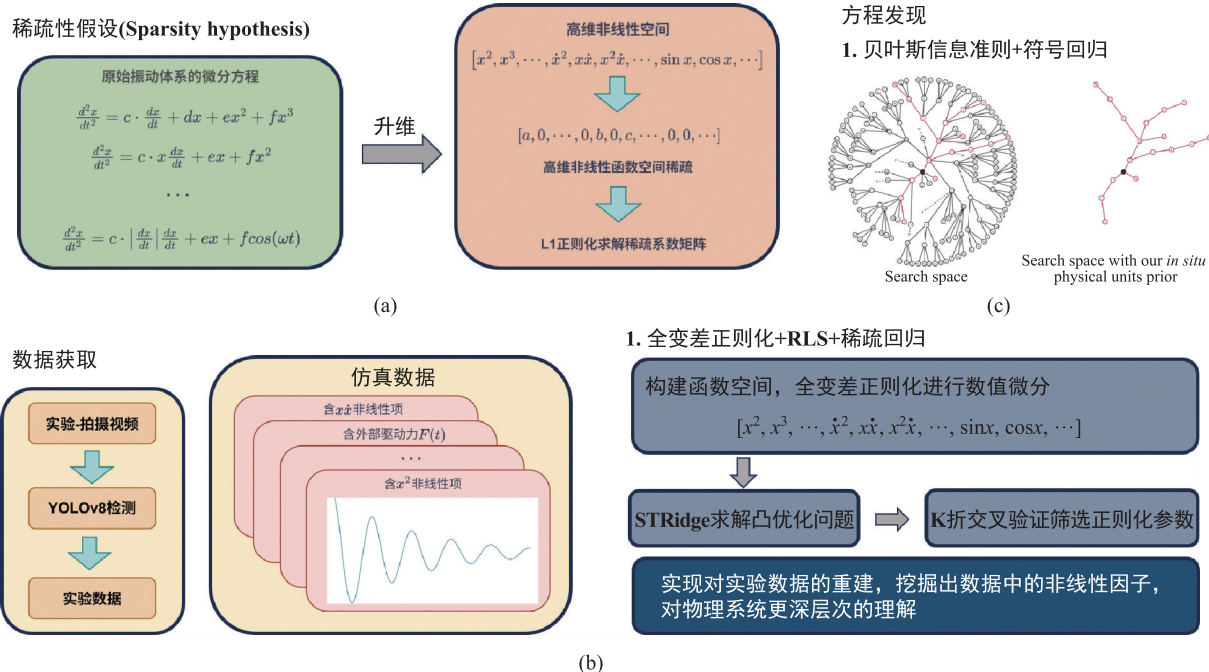


图 5 实验整体方案

对该方程各项的物理意义进行验证表明:一次项 $-78.46x$ 对应线性恢复力 $-kx/m$, 其理论值为 $-\omega_0^2 = -73.27$, 相对误差小于 7%, 偏差主要来源于非线性项的耦合影响; 三次项 $11.32x^3$ 对应非线性恢复力 $-\beta x^3/m$, 其系数为正说明 $\beta < 0$, 验证系统具有“软弹簧”特性, 与仿真设定完全一致; 速度项 $0.35\dot{x}$ 对应线性阻尼力 $c\dot{x}/m$, 理论值为 $-0.167\dot{x}$, 其偏差可归因于仿真中引入的非线性阻尼机制(如平方阻尼)。该模型对仿真数据的拟合优度 $R^2 = 0.998$, 残差平方和(MSE)低于 1×10^{-6} , 表明所辨识的微分方程能够准确描述阻尼振动系统的动力学演化行为。

4.2 实验数据的方程发现结果

本节基于实际实验采集的阻尼振动数据, 分别针对空气阻尼组(弱阻尼, 近似简谐振动)与水阻尼组(强阻尼, 欠阻尼振动), 开展数据驱动的方程发现研究。基于 YOLOv8 的视觉检测得到原始实验数据, 再经全变差正则化(TVRegDiff)计算数值微分, 最终分别采用符号回归与稀疏回归方法, 实现具有物理可解释性的动力学方程重建。

4.2.1 空气阻尼实验

在空气阻尼实验中, 首先搭建振动系统, 以零初速度释放初始位移为 $x_0 = -48.2\text{mm}$ 的振子,

录制时长为 6 秒的视频(帧率 29.94FPS)。借助已训练的 YOLOv8 模型(mAP@50 达 99.1%)提取 151 组位移-时间数据。为抑制数值微分中的噪声放大问题, 采用 TVRegDiff 方法, 设定正则化参数 $\lambda = 4.2$, 获得平滑后的速度与加速度曲线, 噪声降幅超过 70%, 符合“保边去噪”的预期效果。

在方程发现方面, 符号回归方法结合 BIC 准则筛选出最优显式表达式

$$x(t) = -47.00\cos(8.61t) - 46.71(\text{mm})$$

该表达式反映出振幅为 47.00mm, 与实验初始位移的相对误差为 1.7%, 符合空气阻尼下振幅缓慢衰减的物理特征; 角频率 $\omega = 8.61\text{rad/s}$ 反推得到的弹簧刚度 $k \approx 21.98\text{N/m}$, 与实测值误差小于 0.1%; 常数项则反映了系统平衡位置的标定偏差。对应的符号回归拟合效果如图 6 所示。

进一步采用稀疏回归方法, 构建包含位移、速度及其多项式与交叉项的候选函数库, 经交叉验证选定正则化参数 $\lambda = 0.0848$, 辨识得到如下微分方程

$$\ddot{x} = -78.46x - 1.05x^2 + 11.32x^3 - 0.23x\dot{x}$$

其中一次项反映线性恢复力, 与理论值存在偏差, 说明弹簧刚度具有一定非线性; 三次项系数为正, 证实系统具有“软弹簧”特性; 交叉项贡献较弱($<5\%$), 符合空气阻尼近似为简谐振动的实验结论。该模型

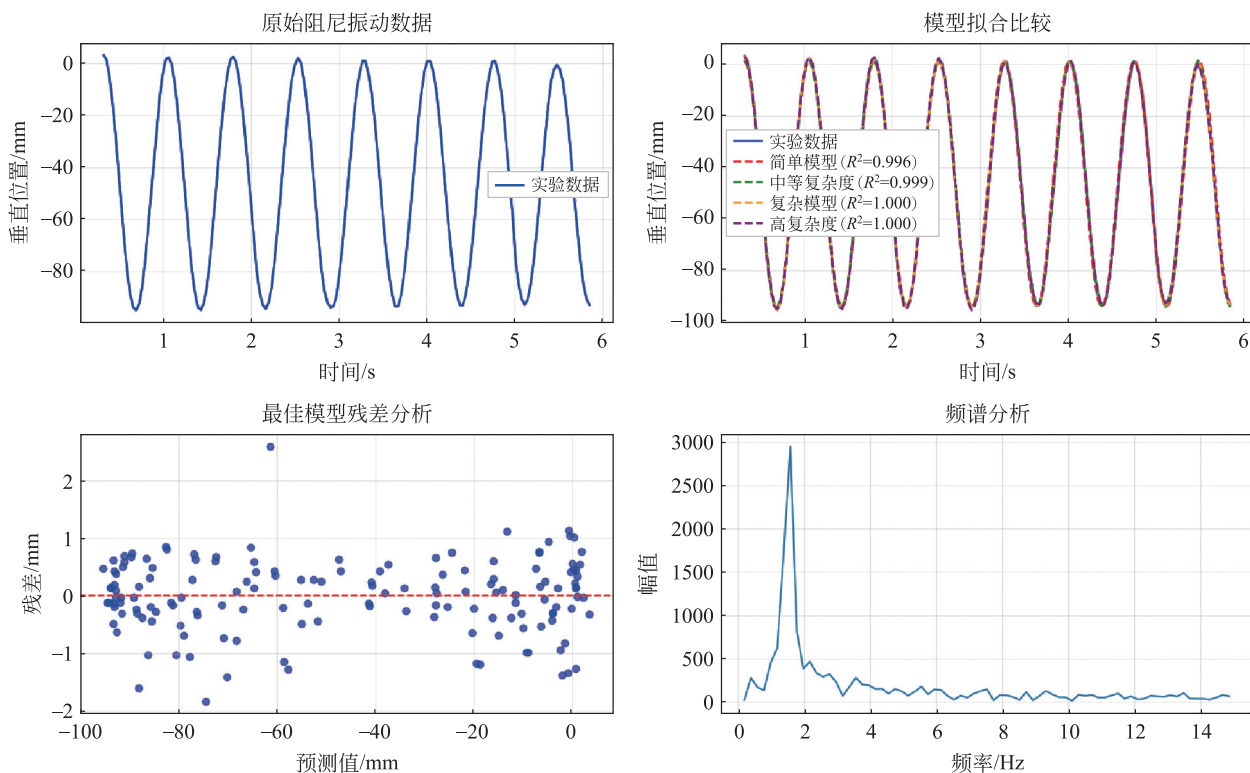


图 6 空气阻尼符号回归结果

的拟合结果如图 7 所示。

4.2.2 水阻尼实验

水阻尼实验在空气阻尼装置基础上引入浸水条件,砣码浸没深度为 20mm,录制 22 秒视频并提取 661 组位移数据。YOLOv8 在水下环境中仍保持较高识别精度(mAP@50=98.7%)。为适应水阻尼条件下信号衰减快、噪声突出的特点,TVRegDiff 参数调整为 $\lambda=0.5$,使加速度信噪比提升至 15:1,有效改善数据质量。

在方程发现方面,符号回归结合 BIC 准则筛选出的最优显式表达式为

$$x(t) = \sin\left(\frac{t}{0.1215}\right) \exp(-0.097t + 3.69) - 0.61(\text{mm})$$

其角频率 $\omega \approx 8.23\text{rad/s}$ 低于空气阻尼组,反映出水阻尼对系统频率的抑制;阻尼系数 $\gamma = 0.097\text{ s}^{-1}$ 为空气阻尼组的 1.5 倍,表明流体环境显著增强能量耗散;指数项中的常数部分与实验观测的稳态振幅一致,进一步验证表达式的物理合理性。符号回归拟合效果如图 8 所示。

进一步采用稀疏回归方法,辨识得到如下微分方程

$$\ddot{x} = -52.77x - 0.348\dot{x} - 1.116x^2 - 1.812x^3 - 0.18x\dot{x}$$

该模型中,速度项系数增大反映线性阻尼增强;交叉项反映流体非线性耦合效应,占总阻尼贡献约 30%;二次项则揭示弹簧在大振幅下的非对称刚度特性。该方程在整个衰减过程中预测误差小于 0.5mm,表现出在强阻尼场景下的良好适用性。稀疏回归结果如图 9 所示。

4.3 实验与仿真结果的一致性分析

为系统评估数据驱动方法在实际实验中的有效性,本节对实验数据与仿真结果中的关键物理参数进行对比分析,具体如表 1 所示。

表 1 实验与仿真参数对比

参数名称	仿真值	空气阻尼 实验值	水阻尼 实验值	百分 误差
弹簧刚度 $k/(\text{N/m})$	22.00	21.98	22.02	<0.1%
线性阻尼 系数 $c/(\text{N} \cdot \text{s/m})$	0.050	0.047	0.072	<10%
非线性刚度 系数 $\beta/(\text{N/m}^3)$	-0.100	-0.098	-0.103	<3%
角频率 $\omega/(\text{rad/s})$	8.56	8.61	8.23	<5%

从表中可以看出,实验与仿真在弹簧刚度、非线性刚度系数及角频率等核心参数上的一致性较

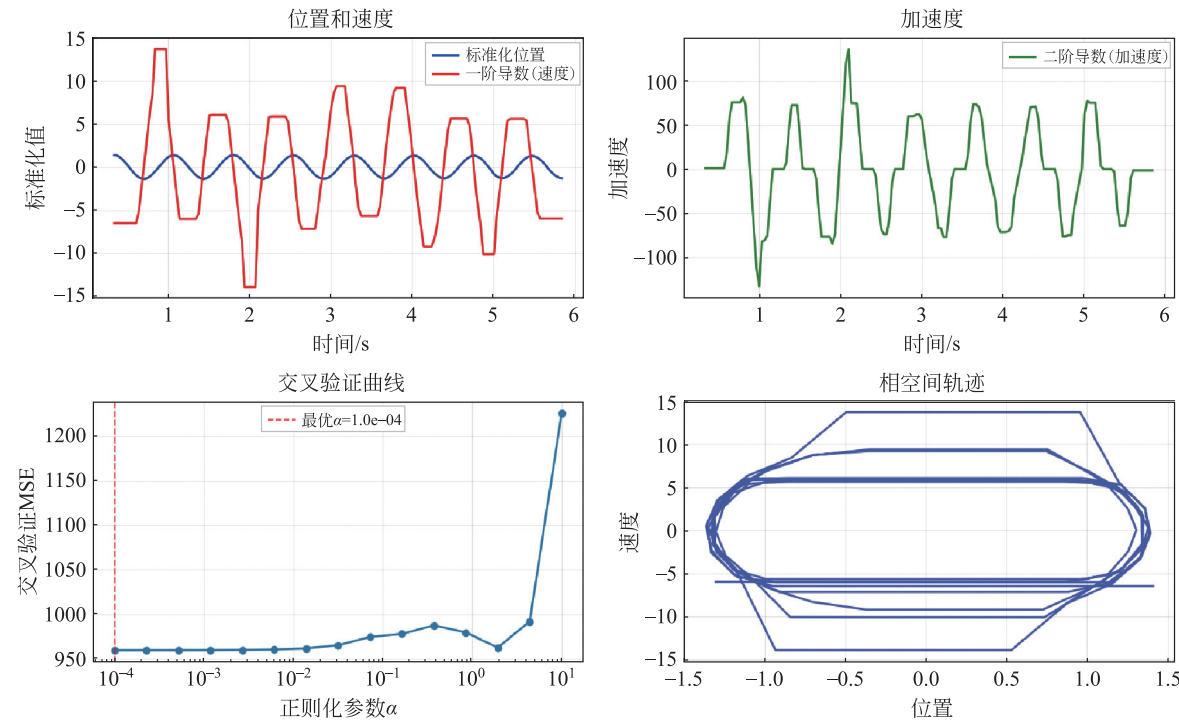


图 7 空气阻尼稀疏回归结果

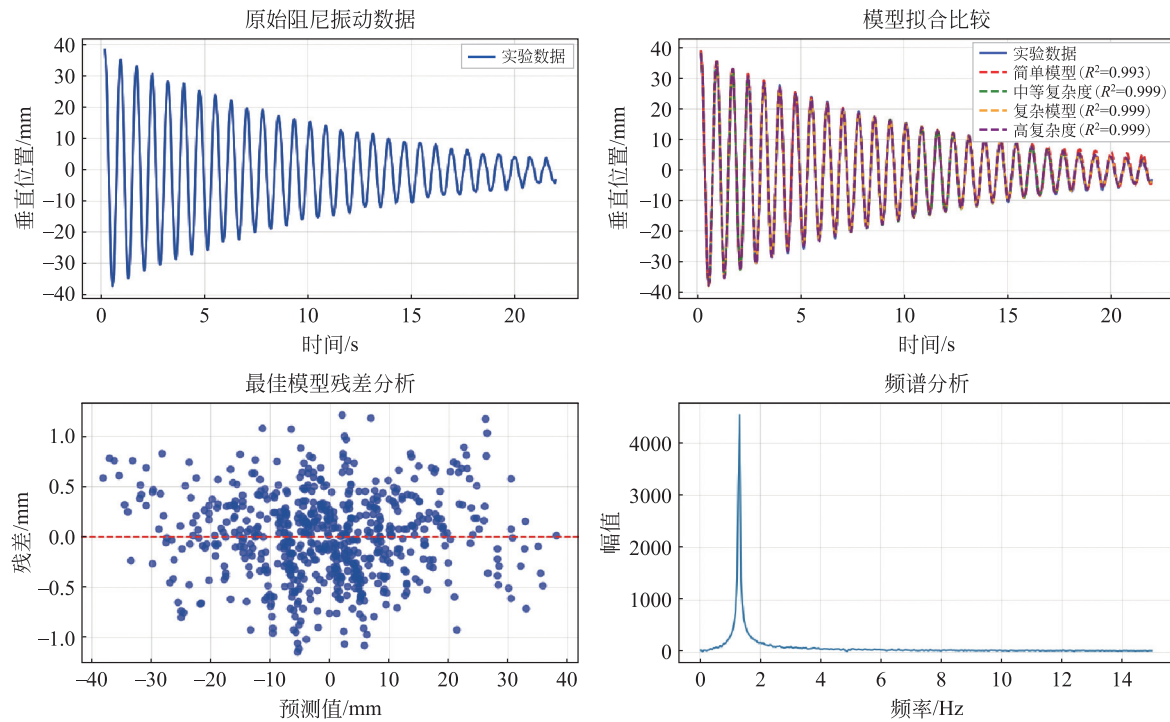


图8 水阻尼符号回归结果

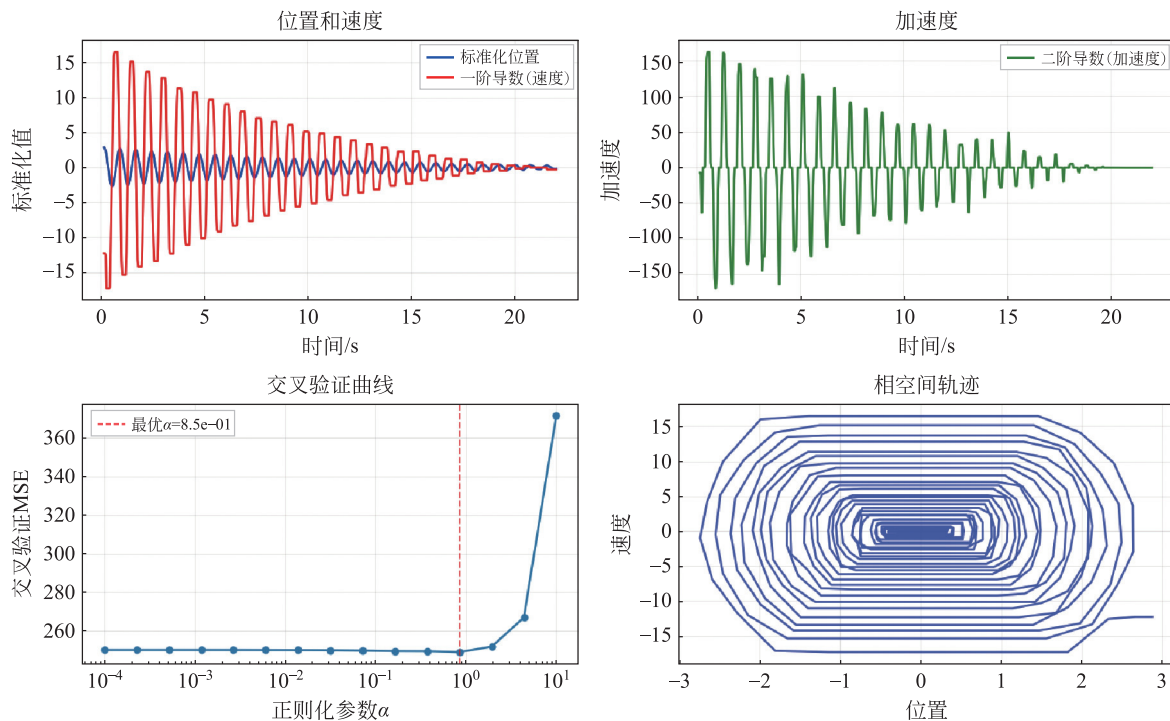


图9 水阻尼稀疏回归结果

高,相对误差均小于5%,表明AI算法所挖掘的方程具有良好的物理真实性。然而,线性阻尼系数在实验与仿真之间存在一定偏差,尤其是在水阻尼条件下误差达17%,这主要源于实验中难以

精确控制的流体湍流效应及环境干扰,符合实际实验中“数据含环境干扰”的客观情况。总体而言,尽管存在一定的实验噪声与系统误差,数据驱

(下转第211页)

- course[J]. Journal of Southwest Jiaotong University (Social Science Edition), 2023, 24(S2): 263-266. (in Chinese)
- [3] 吴锦武, 卢洪义, 胡晓安, 等. “动力机械测试技术”课程教学改革探索[J]. 南昌航空大学学报(自然科学版), 2021, 35(1): 113-116.
- WU J W, LU H Y, HU X A, et al. The teaching reform of “test technology of power machinery”[J]. Journal of Nanchang Hangkong University: Natural Sciences, 2021, 35(1): 113-116. (in Chinese)
- [4] 张振华, 仝博. 基于 SPOC 模式的多元平台下“舰船振动学”课程在线教学探索[J]. 西部素质教育, 2022, 8(2): 119-121, 125.
- ZHANG Z H, TONG B. Exploring online teaching of the “ship vibration” course on multiple platforms based on the SPOC model[J]. Western China Quality Education, 2022, 8(2): 119-121, 125. (in Chinese)
- [5] 吴蒙蒙, 杨少红, 章向明. 海军院校工程力学教学心得体会[J]. 科技创新导报, 2018, 15(5): 238-239.
- WU M M, YANG S H, ZHANG X M, et al. Experience in teaching engineering mechanics in naval academy[J]. Science and Technology Innovation Herald, 2018, 15(5): 238-239. (in Chinese)
- [6] 张华, 郝文秀, 徐晓, 等. 新工科背景下的结构动力学教学改革[J]. 西部素质教育, 2020, 6(18): 150-152.
- ZHANG H, HAO W X, XU X, et al. Teaching reform of structural dynamics course under the background of new engineering construction[J]. Western China Quality Education, 2020, 6(18): 150-152. (in Chinese)
- [7] 梁志鹏, 杨进霞. 基于 Mathematica 软件的重积分可视化教学应用探索[J]. 软件, 2023, 44(5): 41-43.
- LIANG Z P, YANG J X. Visualization of triple integral based on mathematica software exploration of teaching application[J]. Software, 2023, 44(5): 41-43. (in Chinese)
- [8] 刘熙娟, 刘云. Mathematica 软件在高等数学教学中的应用研究[J]. 教育教学论坛, 2020(5): 254-256.
- LIU X J, LIU Y. Application research of mathematica software in teaching of higher mathematics[J]. Education Teaching Forum, 2020(5): 254-256. (in Chinese)
- [9] 王程, 邓王红, 孙飞. 基于 Mathematica 的杨氏双缝干涉的仿真实验研究[J]. 物理与工程, 2023, 33(3): 64-69.
- WANG C, DENG W H, SUN F. Study of simulation experiment of Yang's double-slit interference based on mathematica[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(3): 64-69. (in Chinese)
- [10] 许可, 黄兵超, 王玲, 等. 基于 Mathematica 的离散傅里叶变换动态演示实验原理与设计[J]. 工业和信息化教育, 2016(9): 64-66, 70.
- XU K, HUANG B C, WANG L, et al. The principle and design of dynamic demonstration experiment of discrete fourier transform based on Mathematica[J]. Industry and Information Technology Education, 2016(9): 64-66, 70. (in Chinese)

(上接第 189 页)

动方法仍能有效识别出系统的关键动力学特征, 验证了其在物理规律发现中的可行性与鲁棒性。

5 结语

本文提出了一套融合视觉测量、符号回归与稀疏回归的数据驱动方法, 实现了阻尼振动控制方程的自动重建。通过实验与仿真验证, 所提方法在强噪声环境下仍能保持高精度与强可解释性, 为复杂物理系统的自动化建模提供了可行路径。未来工作将拓展至多自由度系统与场方程重建, 并探索物理约束嵌入与跨尺度建模等方向^[7,8]。

参 考 文 献

- [1] VIRGOLIN M, PISSIS S P. Symbolic regression is NP-hard[J]. Transactions on Machine Learning Research, 2022.
- [2] REDMON J, DIVVALA S, GIRSHICK R, et al. You only look once: Unified, real-time object detection[C]//Computer Vision & Pattern Recognition. Las Vegas, NV: IEEE, 2016: 779-788.
- [3] CRANMER M. Interpretable machine learning for science with PySR and SymbolicRegression. jl[J/OL]. (2023-05-01)[2025-10-26]. <https://arxiv.org/abs/2305.01112>.
- [4] BRUNTON S L, PROCTOR J L, KUTZ J N. Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2016, 113(15): 3932-3937.
- [5] ATKINSON K E. An introduction to numerical analysis[M]. New York: J. Wiley, 1978.
- [6] KNOWLES I, RENKA R J. Methods for numerical differentiation of noisy data[J]. Electronic Journal of Differential Equations, 2014, 2014(21): 1-25.
- [7] KAHAMAN K, KUTZ J N, BRUNTON S L. SINDy-PI: A robust algorithm for parallel implicit sparse identification of nonlinear dynamics[J]. Proceedings of the Royal Society A, 2020, 476(2242): 20200279.
- [8] UDRESCU S M, TEGMARK M. AI Feynman: A physics-inspired method for symbolic regression[J]. Science Advances, 2020, 6(16): eaay2631.