

## 巧用碰撞恢复系数兼谈命题的合理性

肖新瑜<sup>1</sup> 刘协权<sup>2</sup> 倪新华<sup>3</sup> 李 牧<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 广州城市理工学院土木工程学院, 广东 广州 510800;

<sup>2</sup> 广州城市理工学院电子信息工程学院/通信工程学院, 广东 广州 510800;

<sup>3</sup> 广州城市理工学院机械工程学院/机器人工程学院, 广东 广州 510800)

**摘 要** 利用碰撞恢复系数求解碰撞问题, 相比习惯性的用能量守恒定律的求解过程, 用碰撞恢复系数处理碰撞问题更具优势: 线性方程结果唯一, 计算更便捷, 适用范围更广, 弥补了能量守恒仅能求解完全弹性碰撞问题的局限; 能解决质点与质点、质点与刚体、刚体与刚体之间的正碰撞和斜碰撞等各种碰撞问题; 同时利用碰撞恢复系数还可以快速判断碰撞问题的命题合理性, 对不合理命题进行修正。希望借助碰撞恢复系数, 加深学生对碰撞过程的理解, 对教师自主命题的合理性也起借鉴作用。

**关键词** 恢复系数; 碰撞; 运动状态; 命题合理性

## ON INGENIOUS APPLICATIONS OF THE COEFFICIENT OF RESTITUTION AND DISCUSSION ON THE RATIONALITY OF PROPOSITIONS

XIAO Xinyu<sup>1</sup> LIU Xiequan<sup>2</sup> NI Xinhua<sup>3</sup> LI Mu<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> School of Civil Engineering, Guangzhou City University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510800;

<sup>2</sup> School of Electronic & Information Engineering and Communication Engineering, Guangzhou City University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510800;

<sup>3</sup> School of Mechanical Engineering & Robot Engineering, Guangzhou City University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510800)

**Abstract** Using the coefficient of restitution to solve collision problems has more advantages than the conventional method of using the law of conservation of energy: the results of linear equations are unique, the calculations are more convenient, and the scope of application is broader, compensating for the limitation of the law of conservation of energy, which can only solve problems of perfectly elastic collisions. It can solve various collision problems, including direct and oblique collisions between particles and particles, particles and rigid bodies, and rigid bodies and rigid bodies. Moreover, the coefficient of restitution can also be used to quickly judge the rationality of collision problems and correct unreasonable propositions. It is hoped that the use of the coefficient of restitution will deepen students' understanding of the collision process and also serve as a reference for teachers in creating reasonable problem propositions.

**Key words** coefficient of restitution; collision; motion states; rationality of propositions

收稿日期: 2025-08-27

**基金项目:** 教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会 2023 年高等学校教学研究重点项目(DJZW2023ZD2)课题“承继前辈土木人的科学精神, 做新时代有理想有能力, 有担当的土木人(课题编号: DJZW202380)”; 教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会 2023 年高等学校教学研究项目(DJZW202325zn)课题“民办高校大学物理课程产教融合改革研究”和广州城市理工学院课程思政示范课程培育项目“材料力学(62/J2125030)”联合资助。

**通信作者:** 李牧, 289668726@qq.com。

**引文格式:** 肖新瑜, 刘协权, 倪新华, 等. 巧用碰撞恢复系数兼谈命题的合理性[J]. 物理与工程, 2025, 35(6): 56-61, 66.

**Cite this article:** XIAO X Y, LIU X Q, NI X H, et al. On ingenious applications of the coefficient of restitution and discussion on the rationality of propositions[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(6): 56-61, 66. (in Chinese)

碰撞问题是常见的物理现象,在工程技术和日常生活中常有应用。例如,在汽车安全设计中,碰撞测试是确保乘客安全的重要环节;在体育运动中,球类运动的击球过程本质上也是一种碰撞;在军事领域,子弹射击标的物也涉及碰撞的物理原理。然而,由于中学物理与大学物理教学内容存在差异性<sup>[1]</sup>,碰撞问题常常被简化为完全弹性碰撞,并假设在碰撞瞬间内力远大于外力,因此碰撞时可以保持动能守恒,外力忽略不计<sup>[2]</sup>。

基于这种理想化假设,中学物理中处理碰撞问题的常用方法是依靠动量守恒定律和能量守恒定律(系统动能守恒)联立求解。这种方法虽然物理意义明确,但其前提条件限制了其应用范围。对于非完全弹性碰撞,或者在碰撞过程中外力冲量不可忽略,即内力和外力在同一量级,外力不能忽略的情况下,这种简化的方法容易产生计算误差,导致结果不准确。

实际上,由于大部分学生对动量守恒早已耳熟能详,即使在大学阶段,学生学习了“大学物理”或工程类学生学习了“理论力学”,课程中均涉及了角动量守恒定律,同学们仍习惯于采用动量守恒解决碰撞问题。然而,除了涉及一维两个质点对心碰撞问题外,在工程实际中,更多讨论的是刚体转动的碰撞问题。这类问题在大多数情况下仅能满足角动量守恒,而无法满足动量守恒。

当然,即便学生能够针对转动问题运用角动量守恒和能量守恒进行联合求解完全弹性碰撞问题,但却通常需要解二次方程,这使得计算过程相对繁琐和复杂。对于较为复杂的非完全弹性问题,依然难以准确求解。那么,如何在复杂碰撞问题中实现既准确又便捷的计算呢?

本文将引入碰撞恢复系数 $e$ ,通过一次方程表达碰撞前后的速度关系,从而简化碰撞问题的计算过程;分析恢复系数在不同类型碰撞问题中的应用优势,同时探讨碰撞恢复系数 $e$ 在命题合理性验证中的重要作用,帮助学生准确理解碰撞问题。

## 1 碰撞恢复系数 $e$ 定义

碰撞恢复系数 $e$ 是描述碰撞特性的重要物理量,它的初始定义是表征两个质点碰撞时能量耗散的程度,这一概念最初源于牛顿对质点碰撞的

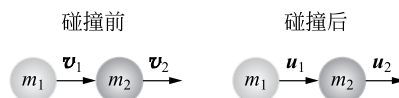


图1 碰撞恢复系数表达式示意图

研究<sup>[3]</sup>。该系数与碰撞物体的质量无关,但与碰撞次数有关<sup>[4]</sup>。初始定义为两个质点相互碰撞后,碰撞结束时的分离速度与碰撞开始前的接近速度之比,若设质点 $m_1$ 的初始速度为 $v_1$ ,分离速度为 $u_1$ ;质点 $m_2$ 的初始速度为 $v_2$ ,分离速度为 $u_2$ ,则恢复系数 $e$ 的表达式为

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} \quad (1)$$

其中, $v_1 - v_2$ 称接近速度,即质点 $m_1$ 相对质点 $m_2$ 接近时的速度; $u_2 - u_1$ 称分离速度, $m_2$ 相对 $m_1$ 离开时的速度。

以上定义针对质点碰撞,对于刚体运动,定义碰撞恢复系数 $e$ 为碰撞点的分离速度与靠近速度的比值,即

$$e = \frac{\text{碰撞结束后碰撞点的分离速度}}{\text{碰撞开始前碰撞点的接近速度}} \quad (2)$$

以刚体力学中最为经典的小球与直杆碰撞为例,图2所示。假设直杆可绕通过其顶端并与杆垂直的光滑水平 $O$ 轴转动,碰撞点位置 $B$ 距离 $O$ 轴为 $a$ ,直杆原处于静止状态,小球以 $v_1$ 的接近速度撞击直杆后,以 $v_2$ 的反向速度分离,直杆碰撞后获得角速度为 $\omega$ 。那么碰撞点 $B$ 获得的分离速度为 $a\omega$ ,根据式(2),其恢复系数可以简化为

$$e = \frac{a\omega + v_2}{v_1} \quad (3)$$

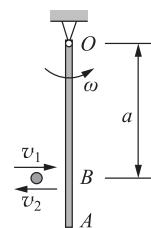


图2 小球与直杆碰撞示意图

$e = 1$ 为完全弹性碰撞,此时能量损耗为0; $e = 0$ 为完全非弹性碰撞,此时能量损耗最大<sup>[5]</sup>,表现为碰撞物体之间相互黏连,形成相同的速度,即 $u_2 - u_1 = 0$ ,碰撞后分离速度为0; $0 < e < 1$ ,称为非完全弹性碰撞,常见于碰撞后回弹。

## 2 碰撞恢复系数 $e$ 在完全弹性碰撞中的简化计算

碰撞问题的传统解法采用动量守恒定律和能量守恒定律联合求解。然而,这种方法仅能处理质点与质点之间的碰撞问题。对于刚体转动问题,则需引入角动量守恒定律,若联合能量守恒定律求解,也仅能解决完全弹性碰撞问题。

以下案例主要探讨刚体系统的碰撞问题,将运用角动量守恒定律,联合能量守恒和碰撞恢复系数两种方法进行求解。对比这两种方法,阐释恢复系数在解决碰撞问题的应用优势。

如图3所示。一长为  $l$ 、质量为  $m$  的匀质细杆的一端悬于  $O$  点,可绕通过该点的水平轴自由转动。在  $O$  点又有一轻绳,悬一质量为  $m$  的小球。当小球偏离竖直方向某一角度时,由静止释放,小球在  $O$  点正下方与静止的细杆发生完全弹性碰撞。问绳多长时,碰后小球恰好静止?

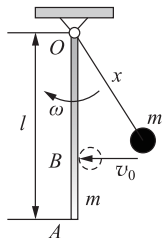


图3 球与杆碰撞简图

接下来分以下2种情况讨论。

### 1) 采用角动量守恒定律及能量守恒定律

将小球和和细杆作为整体研究对象,那么在碰撞过程中,碰撞所产生的力为内力,系统只受到两物体的重力及  $O$  轴对杆的作用力,包括  $F_{Ox}$  与  $F_{Oy}$ 。若以轴心作为取矩点,碰撞瞬间,小球与直线均处于竖直位置,重力作用线经过矩心,不提供力矩,轴反力通过轴心,同样不提供力矩,因此,在碰撞过程中,满足系统角动量守恒。

设撞前球的速度为  $v_0$ ,撞后杆角速度为  $\omega$ ,可得

$$mv_0x = (ml^2/3)\omega \quad (4)$$

小球与细杆发生完全弹性碰撞,不存在能量损失,动能保持不变,故

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(ml^2/3)\omega^2 \quad (5)$$

联合式(4)和式(5),可得  $x = \sqrt{3}l/3$ 。

### 2) 采用角动量守恒定律及恢复系数解法

根据式(3),确定碰撞恢复系数  $e = \frac{x\omega}{v_0}$ ,由于发生完全弹性碰撞,恢复系数  $e=1$ 。故

$$v_0 = x\omega \quad (6)$$

联合式(4)和式(6),可得一次方程求解结果

$$x = \sqrt{3}l/3 \quad (7)$$

以上两种方法求解结果完全相同,说明在约束刚体的完全弹性碰撞问题中,碰撞恢复系数与能量守恒方程具有等价性。在文献[6]中,也说明了对心碰撞中,借助恢复系数能建立能量损失的统一表达式。因此,对于常规的碰撞问题,碰撞恢复系数代替能量守恒方程求解,能够简化运算,计算更便捷。

若将式(7)代入式(4),可得,  $\omega = \frac{\sqrt{3}v_0}{l}$ ,那么碰撞后的系统动量为:  $P_{末} = mv_C = mr_C\omega$ 。其中,  $v_C$  为杆件质心速度。碰撞前的系统动量为:  $p_{初} = mv_0$ ,只有当  $v_C = v_0$  时,碰撞前后系统的动量相等,碰撞过程才有可能动量守恒。而此时,  $r_C = \frac{l}{2}$ ,显然,  $P_{末} = m \frac{l}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{l}v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mv_0 \neq P_{初}$ 。

即使在完全弹性碰撞中,系统也并不能完全遵循动量守恒,刚体碰撞问题能够采用动量守恒定理需要在特定的碰撞点才能成立<sup>[7]</sup>。如在本案中

例中,若撞击点  $x = \frac{2l}{3}$  时,结合质心运动定理和定轴转动定律,能够证明出轴承约束力  $F_{ax} = 0$ ,此时系统满足动量守恒,但并不能满足碰后小球恰好静止。

实际上,刚体系统的碰撞问题若恰巧能满足动量守恒,是因为在碰撞时刚好击打了撞击中心,使得轴承约束力为0。然而,在一般情况下,在碰撞过程中,轴承约束会对构件施加与冲击力同等量级的反冲击力,此时冲量将不可忽视,动量不守恒。但是,若不计摩擦,轴承处所产生的冲量矩总是为零,系统对转轴的角动量守恒。

## 3 碰撞恢复系数 $e$ 在碰撞问题中的合理性验证

对完全弹性碰撞对应  $e=1$  的情形,碰撞恢复系数  $e$  可以简化碰撞计算问题,而完全非弹性碰

撞是  $e=0$  的情形,可以确定碰撞物体最大能量损耗。那么,在一般情况下,即  $0 < e < 1$  时,情况又如何呢?在这种碰撞过程中,由于非保守力做功,机械能不守恒。系统发生碰撞后,其运动变化能否通过恢复系数快速确定?

这是一道在大学物理中常见的例题。文献[8]中也对该类问题的求解过程进行了分析。

图4所示。长为  $l$  的轻杆,两端各固定质量分别为  $m$  和  $2m$  的小球,杆可绕水平光滑固定轴  $O$  在竖直面内转动,转轴  $O$  距两端分别为  $2l/3$  和  $l/3$ 。轻杆原来静止在竖直位置。今有一质量为  $m$  的小球 A,以水平速度  $v_0$  与杆下端小球  $m$  作对心碰撞,碰后以  $v_0/2$  的速度返回,试求碰撞后轻杆所获得的角速度。

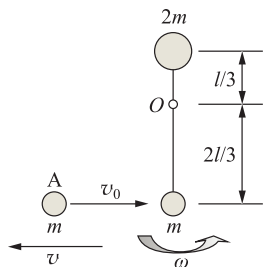


图4 三球碰撞模型

解题的思路很明显,题目中并未涉及小球与小球之间的碰撞是否属于完全弹性碰撞,因此不能采用能量守恒求解;若将三个小球及轻杆作为系统研究,外力包括重力及转轴  $O$  处的约束力。题目中未提及对心撞击力与约束力之间的相互关系,未能明确约束力是否远小于撞击力或约束力等于0,因此不能采用动量守恒求解。

在碰撞瞬间,三个小球均处于竖直位置,重力作用线经过转轴  $O$ ,相对转轴  $O$  不提供力矩,转轴处的约束反力通过轴心,同样不提供力矩,因此,在碰撞过程中,系统满足转轴  $O$  角动量守恒。假设以垂直纸面向外的方向为角动量的正方向,可得

$$mv_0 \cdot \frac{2}{3}l = \left(\frac{2l}{3}\right)^2 m\omega + \left(\frac{l}{3}\right)^2 \cdot 2m\omega - \frac{2}{3}ml \cdot \frac{1}{2}v_0$$

$$\text{此时} \quad \omega = \frac{3v_0}{2l} \quad (8)$$

但若将式(8)代入碰撞恢复系数校核,那么,撞击点初始速度  $v_2=0$ ,撞击后速度  $u_2 = \frac{2}{3}l\omega = v_0$ ,小球 A 撞击前初始速度  $v_1 = v_0$ ,撞击后速度为  $u_1 = -\frac{v_0}{2}$ ,可得,  $e = \frac{3}{2} > 1$ 。

根据恢复系数的定义,  $e$  最大值为1,且仅在完全弹性碰撞的情况下才能达到1。因此,本命题不合理。

若采用撞击前后动能对比校核。取三个小球及轻杆作系统分析。

$$\text{撞击前动能: } T_1 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\text{撞击后动能: } T_2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times \left(\frac{1}{3}l\omega\right)^2 + \frac{1}{2}m \times \left(\frac{2}{3}l\omega\right)^2 = \frac{7}{8}mv_0^2$$

$T_2 > T_1$ ,撞击瞬间,重力未做功,约束力未做功,撞击后动能却大于撞击前动能,再一次确定命题的不合理性。文献[8]对该命题的求解方式进行了说明,却未进一步说明命题的不合理性。

作为检验碰撞前后动量不守恒但动量矩守恒的经典例题,如何对该命题进行合理修正?假设在该命题情境下,碰撞为理想的完全弹性碰撞,系统将获得最大动能,对应碰撞恢复系数  $e=1$ 。

基于以上的思路,对命题进行修正如下。

长为  $l$  的轻杆,两端各固定质量分别为  $m$  和  $2m$  的小球,杆可绕光滑固定轴  $O$  转动,转轴  $O$  距两端分别为  $2l/3$  和  $l/3$ 。轻杆原来静止在竖直位置。今有一质量为  $m$  的小球 A,以水平速度  $v_0$  与杆下端小球  $m$  发生完全弹性碰撞,试求碰撞后小球 A 的速度  $v$  和轻杆所获得的角速度  $\omega$ 。

题目中关于小球的质量、转轴两端长度及小球水平速度与原题一致,但在碰撞中选取了理想的状态,即发生完全弹性碰撞,  $e=1$ 。

根据前面的分析,系统满足角动量守恒

$$mv_0 \cdot \frac{2}{3}l = \frac{2}{3}ml^2\omega - mv \cdot \frac{2}{3}l \quad (9)$$

碰撞恢复系数

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} = \frac{\frac{2}{3}l\omega + v}{v_0} = 1 \quad (10)$$

联立式(9)和式(10),可得

$$v = \frac{1}{5}v_0, \quad \omega = \frac{6}{5} \frac{v_0}{l}$$

对碰撞前后,能量进行校核。撞击前动能

$$T_1 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

撞击后动能

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{5}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times \left(\frac{1}{3}l\omega\right)^2 + \\ &\quad \frac{1}{2}m \times \left(\frac{2}{3}l\omega\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_0^2 \end{aligned}$$

再一次说明,有约束刚体的完全弹性碰撞和恢复系数  $e=1$  具备等价性,碰撞全过程内力做功和为 0,系统碰前碰后动能守恒。

因此,在该命题中,碰撞后小球 A 的最大返回速度不得超过  $\frac{1}{5}v_0$ ,任何超过该速度的命题均为伪命题,在实际情况下不可能发生。

采用碰撞恢复系数检验碰撞问题的命题合理性,将碰撞前后的速度关系用一次方程表达,在一般情况下,只需联立角动量守恒定律即可完成验算校核,并能快速获得碰撞后物体的运动情况。相较于能量方程中的速度关系二次方程,这种表示方式更为直观清晰,求解过程也更简便,适用于简化工程类问题的命题和校核分析。此外,该方法还能帮助学生从多个角度思考解决问题的思路。

再例如,小球与杆件非完全弹性碰撞问题。图 5 所示,一质量为  $M$  匀质细杆,长为  $l$ ,开始时处于自然下垂静止状态,它可以自由地绕水平轴  $O$  旋转。今有一质量为  $m=M/10$  的小球以速度  $v$  垂直击中杆的下端,并以速度  $v/5$  反弹。这样的命题是否合理。若采用碰撞恢复系数校核,思路如下。

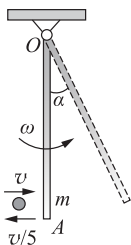


图 5 小球与杆件垂直碰撞图

以小球和杆组成的系统为研究对象,在小球打杆的过程中,外力对转轴  $O$  的合外力矩为零,满足

角动量守恒:  $m \cdot v \cdot l = \frac{1}{3}(10m)l^2\omega - m \cdot \frac{v}{5} \cdot l$ , 解得,  $\omega = \frac{9v}{25l}$ , 故, 撞击点速度  $u_2 = \omega l = \frac{9v}{25}$ 。

代入式(1),得恢复系数  $e = \frac{14}{25} < 1$ , 满足要求,命题合理。也说明该碰撞为非完全弹性碰撞。

#### 4 碰撞恢复系数在斜碰撞问题中的推广应用

在处理碰撞问题时,不能仅局限于正碰撞。在工程实践中,还存在着大量的斜碰撞问题,斜碰撞问题需要对式(2)进行修正,碰撞点碰撞前后的速度为沿着公法线方向速度投影,即

$$e = \frac{u_{2n} - u_{1n}}{v_{1n} - v_{2n}} \quad (11)$$

同样以一个完全弹性碰撞问题示例。如图 6 所示,有一质量为  $m_1$  的小球以初始速度为  $v_0$ , 角度为  $\alpha$  撞击均质直杆的下端。若匀质直杆质量为  $m_2$ , 长为  $l$ , 开始时处于自然下垂静止状态,且可以自由地绕水平轴  $O$  旋转。小球与直杆发生完全弹性碰撞。求碰撞后小球的速度  $v_1$  和直杆所获得的角速度  $\omega$ , 以及小球反弹角度  $\beta$ 。

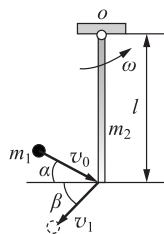


图 6 小球与杆件斜碰撞示意图

以小球为研究对象,完全弹性碰撞,碰撞点无摩擦,碰撞过程不计重力影响,竖直方向动量守恒

$$v_0 \sin \alpha = v_1 \sin \beta \quad (12)$$

以小球和杆组成的系统为研究对象,斜碰撞为完全弹性碰撞,碰撞恢复系数  $e$  取 1,代入式(11),可得

$$v_0 \cos \alpha = l\omega + v_1 \cos \beta \quad (13)$$

在小球与直杆碰撞过程中,外力对转轴  $O$  的合外力矩为零,满足角动量守恒

$$m_1 \cdot v_0 \cdot l \cdot \cos\alpha = \frac{1}{3} m_2 l^2 \omega - m_1 \cdot v_1 \cdot l \cdot \cos\beta \quad (14)$$

联立式(13)及式(14),可得

$$\omega = \frac{2m_1 v_0 \cos\alpha}{\left(m_1 + \frac{1}{3}m_2\right)l} \quad (15)$$

联立式(12)及式(13),可得碰撞后小球的速度  $v_1$ , 以及小球反弹角度  $\beta$ , 有

$$\tan\beta = \frac{v_0 \sin\alpha}{v_0 \cos\alpha - l\omega} \quad (16)$$

$$v_1^2 = v_0^2 + l^2 \omega^2 - 2v_0 l \omega \cos\alpha \quad (17)$$

式(15)中,若  $\alpha$  取值为  $0^\circ$ , 则为小球与直杆水平对碰,在小球初始速度及小球质量、直杆质量、长度确定的情况下,直杆获得最大角速度,为

$$\omega_{\max} = \frac{2m_1 v_0}{\left(m_1 + \frac{1}{3}m_2\right)l}.$$

此时,式(16)中,  $\beta = 0$ , 小球水平反弹。代入式(17),反弹速度为:  $v_1 = v_0 - l\omega$ 。

小球初始速度、反弹速度、直杆碰撞点速度再一次满足碰撞恢复系数  $e$  初始定义式(1)。

碰撞前后系统动能校核。撞击前动能

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

撞击后动能

$$T_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} m_2 l^2 \omega^2 \quad (18)$$

将式(17)代入式(18),有

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + \frac{1}{2} m_1 l^2 \omega^2 - m_1 v_0 l \omega \cos\alpha + \\ &\quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} m_2 l^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + \frac{1}{2} l^2 \omega^2 \left(m_1 + \frac{1}{3} m_2\right) - m_1 v_0 l \omega \cos\alpha \end{aligned} \quad (19)$$

将式(15)代入式(19),有

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} l^2 \omega \cdot \frac{2m_1 v_0 \cos\alpha}{\left(m_1 + \frac{1}{3}m_2\right)l} \left(m_1 + \frac{1}{3}m_2\right) - \\ &\quad m_1 v_0 l \omega \cos\alpha \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = T_1 \end{aligned}$$

结果显示,系统在碰撞前后动能守恒,这与完

全弹性碰撞的定义相吻合。针对复杂的斜碰撞问题,通过引入碰撞恢复系数代替能量方程,能够迅速获得碰撞物体的运动状态。此外,对于非完全弹性碰撞,巧用碰撞恢复系数,可以进一步明确碰撞前后的速度关系,从而进一步计算出系统在碰撞过程中能量损失。

## 5 结语

碰撞恢复系数是描述碰撞特性的关键物理量,在处理实际复杂碰撞问题时,能够有效确定物体的运动状态。其计算过程简便,不仅提升了解题效率,还能辅助判断物理命题的合理性。无论是简单的质点碰撞,还是复杂的刚体系统碰撞,碰撞恢复系数均能发挥重要作用。在教学实践中,适时引入碰撞恢复系数的概念,有助于学生深入理解碰撞过程,培养其物理思维能力。此外,在物理命题设计中,借助恢复系数进行合理性检验,能够确保题目严格遵循物理规律,避免出现不合理的设定。

## 参 考 文 献

- [1] 黄利元. 对大学物理与高中物理教学衔接问题的思考[J]. 物理与工程, 2025, 35(2): 277-282.  
HUANG L Y. Some thoughts on the connection between college physics and high school physics teaching[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(2): 277-282. (in Chinese)
- [2] 王理想. 由“超级球”实验试题谈弹性碰撞问题的四种解法[J]. 物理教学, 2022, 44(10): 27-28, 56.  
WANG L X. Four solutions to the elastic collision problem are discussed based on the “Super Ball” experimental test questions[J]. Physics Teaching, 2022, 44(10): 27-28, 56. (in Chinese)
- [3] NEWTON I. Philosophiae naturalis principia mathematica [M]. London: Reg Soc Preases, 1686.
- [4] 王恒通, 高健智. 非完全弹性碰撞能量损耗及恢复系数的实验探究[J]. 物理与工程, 2022, 32(3): 89-94, 104.  
WANG H T, GAO J Z. Experimental study on energy loss and restitution coefficient of incomplete elastic collision[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(3): 89-94, 104. (in Chinese)
- [5] 王长春. 从能量的角度讨论两体碰撞问题[J]. 大学物理, 2005(9): 18-19, 22.  
WANG C C. A discussion of collision of two bodies from the viewpoint of energies[J]. College Physics, 2005(9): 18-19, 22. (in Chinese)

(下转第 66 页)

- SHI P Y, TU Z C. The intuitive understanding and strict derivation of particle acceleration in spherical coordinate system[J]. College Physics, 2020, 39(7): 60-62, 65. (in Chinese)
- [4] 赵凯华, 罗蔚茵. 力学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2004: 195-196.
- ZHAO K H, LUO Y Y. Mechanics[M]. 4 th ed. Beijing: Higher Education Press, 2004: 195-196. (in Chinese)
- [5] 邵怀华, 卓玉霖. 陀螺进动中的“角动量不守恒”问题[J]. 物理与工程, 2018, 28(6): 39-42.
- SHAO H H, ZHUO Y L. The explanation of “non conservation of angular momentum” in gyroscope precession[J]. Physics and Engineering, 2018, 28(6): 39-42. (in Chinese)
- [6] 张汉壮. 力学[M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2019: 147-148.
- ZHANG H Z. Mechanics[M]. 4 th ed. Beijing: Higher Education Press, 2019: 147-148. (in Chinese)
- [7] 刘贤雨. 对称陀螺在重力场中定点转动的分析[J]. 大学物理, 2020, 39(8): 51-57, 67.
- LIU X Y. Analysis of the rotation modes of the symmetric top around fixed point in gravitational field[J]. College Physics, 2020, 39(8): 51-57, 67. (in Chinese)
- [8] 熊永建. 基于解析结果的拉格朗日陀螺运动特性分析[J]. 大学物理, 2023, 42(2): 1-5, 17.
- XIONG Y J. Motion characteristics of Lagrange gyroscope based on analytical results[J]. College Physics, 2023, 42(2): 1-5, 17. (in Chinese)
- (上接第 61 页)
- [6] 李济魁, 张福林. 非完全弹性碰撞问题的讨论[J]. 物理与工程, 2022, 32(2): 31-35.
- LI J K, ZHANG F L. Discussion on the problem of incomplete elastic collision[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(2): 31-35. (in Chinese)
- [7] 邱红梅, 秦吉红, 徐美, 等. 碰撞问题中的动量和角动量守恒辨析[J]. 大学物理, 2023, 42(10): 6-9, 30
- QIU H M, QIN J H, XU M, et al. Analysis of conservation of momentum and angular momentum in collision problems[J]. College Physics, 2023, 42(10): 6-9, 30. (in Chinese)
- [8] 邱晓燕, 唐志海. 一道力学碰撞问题中动量守恒与角动量守恒辨析[J]. 物理教学探讨, 2011, 29(11): 40-41.
- QIU X Y, TANG Z H. Analysis of conservation of momentum and conservation of angular momentum in a mechanical collision problem[J]. Journal of Physics Teaching, 2011, 29(11): 40-41. (in Chinese)