

关于《物理光学》教材中电磁波波函数时间项正负号概念的澄清及物理意义的讨论

袁茂辉 黄黔豫 张轩浩 姜 曼 韩 凯

(国防科技大学前沿交叉学科学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要 在电磁波或光学类教材中, 电磁场的波函数的时间因子通常写成负号。而在《大学物理》教材中关于波动与振动教学内容, 由振动方程推导出波动方程时, 其时间项通常表示为正号。笔者在教学过程中, 常有学生提出此类疑问, 因此有必要对时间项的正负号概念及物理意义进行讨论, 从而更好地帮助学生理解其物理图像。本文从电场和磁场波动方程出发, 给出其通解的物理意义和波动的相关概念, 详细讨论了电磁波波函数中时间项正负号的物理内涵, 在此基础上分析了在处理电磁波或者光学类问题时将波函数的时间因子表达为负号的现实考虑, 澄清和解释了电磁波波函数通常表示为负号的疑问。

关键词 波函数; 电磁波; 时间项; 正负号; 相位

CLARIFICATION AND DISCUSSION OF THE TIME TERM OF PLUS OR MINUS SIGN FOR ELECTROMAGNETIC WAVE FUNCTION IN THE TEXTBOOK OF PHYSICAL OPTICS

YUAN Maohui HUANG Qianyu ZHANG Xuanhao JIANG Man HAN Kai

(College of Advanced Interdisciplinary Studies, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073)

Abstract In textbooks on electromagnetic waves or optics, the time term of the electromagnetic field wave function is usually represented with a negative sign. However, in the “College Physics” textbook, the wavefunction of the wave for the time term is typically represented with a positive sign when deriving the wave equation from the vibration equation. During my teaching, students often raise such questions, so it is necessary to discuss the concept and physical significance of the positive and negative signs of the time term to better help students understand the physical significance. This paper starts from the definition of vibration, provides related concepts of wave motion, and discusses in detail the physical connotation of the positive and negative signs of the time term in the wave function of electromagnetic field. In addition, it further analyzes the practical considerations of expressing the time term of the

收稿日期: 2025-05-06

基金项目: 湖南省普通本科高校教学改革研究项目(项目批准号: 202502000010)。

通信作者: 袁茂辉, yuanmaohui17@nudt.edu.cn。

引文格式: 袁茂辉, 黄黔豫, 张轩浩, 等. 关于《物理光学》教材中电磁波波函数时间项正负号概念的澄清及物理意义的讨论[J]. 物理与工程, 2025, 35(6): 30-34.

Cite this article: YUAN M H, HUANG Q Y, ZHANG X H, et al. Clarification and discussion of the time term of plus or minus sign for electromagnetic wave function in the Textbook of Physical Optics[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(6): 30-34. (in Chinese)

wave function as a negative sign when dealing with electromagnetic wave or optical problems, clarifying and explaining the doubts about the wave function of electromagnetic waves usually being represented with a negative sign.

Key words wave function; electromagnetic wave; time term; positive or negative sign; phase

“物理光学”课程是普通高等院校光电类专业核心基础课程,对于培养学生的光学思维素养发挥着关键作用^[1,2]。目前,国内大多数高校光电类专业均开设有“物理光学”课程。“物理光学”主要基于麦克斯韦电磁理论重点研究光的传播、干涉、衍射、偏振及光与物质相互作用等内容,其中光的电磁理论知识是“物理光学”课程的重中之重。在光的电磁理论中,电磁场的波函数对电磁波的波动特性理解和后续干涉及衍射分析起着非常重要的作用^[3-5]。

一般来说,在《物理光学》等电磁波或光学类教材中,电磁场波函数的时间相位因子大多数表示为负号^[6-10]。而在《大学物理》等教材中关于波动与振动等机械波方面的教学内容,在由振动方程推导出波动方程时,机械波的波函数时间项通常表示为正号^[11]。同样都是波,机械波和电磁波的波函数在描述时表示为不同形式,这个问题非常值得讨论。笔者在教学过程中,也常有学生问到此类问题。

1950年,束星北^[12]讨论了关于波动方程式的“超前解”问题,分析了波动方程“落后解”与“超前解”的物理图像和意义。然而,关于电磁波波函数时间项正负号这个问题却鲜有人关注和报道。实际上,将机械波和电磁波的波函数时间相位因子分别表示为正号和负号有着其内在的逻辑和历史惯例,对此问题的研究具有现实价值。因此,有必要对其概念和物理意义进行讨论,从而更好地帮助学生理解相关概念。

1 电磁波简谐波函数时间项的表述

在《物理光学》教材中,通常会从麦克斯韦方程出发通过数学运算推导出关于电场和磁场的两个波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

将其与机械波波动方程进行类比,很容易发现电场和磁场均具有波的特性,说明电场和磁场都是波。上式中,速度 $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$,也就是电磁波的传播速度,其中 ϵ 为介电常数, μ 为磁导率。实际上,1865年麦克斯韦推导出电磁波的波动方程,通过理论计算得出的波速与费佐当时测量出的光速对比后非常接近,从而提出光也是电磁波的理论预言,并随后被赫兹通过实验证实。

1.1 波函数时间项为负号的表述

上节式(1)、式(2)中所描述的波动方程,也称为达朗贝尔方程,是时空二阶微分方程,其解为时空反演对称的^[13-15]。通常,从光与物质的相互作用来说,起主要作用的是电场,因此在光学中通常把电场 $\mathbf{E}$ 称为光矢量,故在讨论电磁波时,可以只考虑电场矢量 $\mathbf{E}$ 。为求简便,本文考虑 $\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{v}$ 三个矢量同向,后续讨论对其采用标量描述。对于式(1),其解的通用形式为^[7]

$$\mathbf{E} = f_1(r - vt) + f_2(r + vt) \quad (3)$$

其中, f_1 和 f_2 为任意矢量函数,分别代表正向和负向传播。首先讨论对于 $f_1(r - vt)$ 的物理意义,当时间从 t 增加到 $t + \Delta t$ 时,空间位置由 r 增加到 $r + v\Delta t$,此时有

$$f_1[r + v\Delta t - v(t + \Delta t)] = f_1(r - vt) \quad (4)$$

式(4)说明 f_1 在 Δt 时间内经过 Δr 距离后保持不变,说明它是以有限速度 v 向 $\mathbf{r}$ 方向传播的波。其物理意义是: $t + \Delta t$ 时刻观察点的场取决于场源所在位置前一时刻 t 的状态,随着 r 的增加, f_1 的相位滞后于前一位置, $\Delta t = r/v$ 则为电磁波从 $r = 0$ 的原点传播到观察点所需要的时间,也就是观察点感受到场源产生的场的作用推迟或滞后的时间,在物理上是合理的。

而对于 f_2 来说,当时间从 t 增加到 $t + \Delta t$ 时,空间位置由 r 减小到 $r - v\Delta t$,有

$$f_2[r - v\Delta t + v(t + \Delta t)] = f_2(r + vt) \quad (5)$$

式(5)表明 f_2 在经过 Δt 时间后 Δr 距离后保持不变,说明它是以有限速度 v 向 $-\mathbf{r}$ 方向传播的波。意味着 t 时刻观察点的场取决于场源所在

$t + \Delta t$ 时刻后的状态,代表的是超前,意味着 t 时刻的响应来自于 t 时刻以后的场源的情况,这不符合因果关系,在物理上是不合理的,故舍去。实际上, $f_2(r + vt)$ 表示的是由无限远处向内传播的波,这里对其进行舍去,在其他情况下可能保留。

需要说明的是,在实际中,是否舍弃 f_2 需考虑物理约束(因果律)和边界条件(如存在反射面等情况)。如在无边界的自由空间中,负向传播项 f_2 因违反因果律(响应先于场源变化)而被舍弃;但在存在反射/散射体等系统中(如波导、谐振腔),超前解即负向传播项 f_2 可能对应于反射波,则需保留。例如, Collin^[16] 在讨论波导和谐振腔时明确提到,当存在边界反射时,负向传播项 f_2 对应反射波或驻波分量,必须保留以满足边界条件,这进一步说明了在波导模式展开下 f_2 的物理意义。

由上面讨论,可知沿 r 方向传播的电磁波,其波函数为

$$E = f_1(r - vt) \quad (6)$$

1.2 波函数时间项为正号的表述

同理,对式(1)的两边同时乘以 -1 ,进一步可得

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - v^2 \nabla^2 E = 0 \quad (7)$$

式(7)也是达朗贝尔方程^[9],同理其解的通用形式为

$$E = f_1\left(t - \frac{r}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{r}{v}\right) \quad (8)$$

同理,上式 f_1 和 f_2 为任意矢量函数,对于 $f_1\left(t - \frac{r}{v}\right)$ 来说,当时间从 t 增加到 $t + \Delta t$ 时,空间位置由 r 增加到 $r + v\Delta t$,则有

$$f_1\left(t + \Delta t - \frac{r + v\Delta t}{v}\right) = f_1\left(t - \frac{r}{v}\right) \quad (9)$$

与式(4)讨论类似, f_1 在 Δt 时间内经过 Δr 距离后保持不变,说明它是以有限速度 v 向 r 方向传播的波,也代表着 $t + \Delta t$ 时刻观察点的场取决于场源所在位置前一时刻 t 的状态,随着 r 的增加, f_1 的相位滞后于前一位置,也就是观察点感受到场源产生的场的作用推迟或滞后的时间,在物理上是合理的。同理, f_2 的讨论与式(5)类似,存在因果关系颠倒,故需要舍去。

同理,沿 r 方向传播的电磁波,其波函数为

$$E = f_1\left(t - \frac{r}{v}\right) \quad (10)$$

1.3 平面简谐波函数的表述

由式(6)、式(10),考虑平面简谐波,取余弦函数为特解(周期为 2π),其解的通用形式为(考虑沿 x 轴方向传播)

$$E = A \cos[k(r - vt)] \quad (11)$$

和

$$E = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{r}{v}\right)\right] \quad (12)$$

利用波数与角频率及波速的关系式 $k = 2\pi/\lambda$, $k = \omega/v$,波函数也可以表示为

$$E = A \cos(kr - \omega t) \quad (13)$$

和

$$E = A \cos(\omega t - kr) \quad (14)$$

结合前面对波动方程(达朗贝尔方程)的解的讨论,可以看出,式(13)、式(14)所述的两种波函数形式在数学上都是等价的,都能描述正向波传播,因为两式仅在相位符号上互换,不影响波的传播方向。因此,将波函数时间项表示为正号或负号都能体现出波的传播特性,表达的物理意义是一样的。也就是说,对于沿 r 方向以速度 v 传播的电磁波,式(13)、式(14)所述的波函数时间项因子无论是正号还是负号均表示向 r 方向传播的电磁波,其速度为 v ,随着 r (或 t) 的增加,其相位滞后于前一位置,表明了 t 时刻的电磁波是由 $t - \Delta t$ 时刻的场源激励产生的,经过 Δt 时间后由 r 传播到 $r + v\Delta t$ 处。这就是电磁波波函数时间项因子前正负号表示的意义。

2 《大学物理》教材中振动与波动关于简谐波函数的表述

在《大学物理》教材中,通常采用由振动方程推导出波动方程。如图1所示,平面简谐波沿 x 轴正方向传播,波速为 v ,坐标原点 O 处质点的振动方程为^[11]

$$y_O = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (15)$$

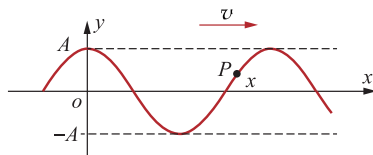


图1 简谐波函数

其中, y_O 表示质点 O 在 t 时刻离开平衡位置的距离, A 为振幅, ω 为角频率, φ 为初始相位。现在考查波线上任意点 P (到 O 点的距离为 x), P 点的振动是由 O 点传播过来的, O 点相对比 P 点来说超前。波从 O 点传播到 P 点的时间为 $\Delta t = x/v$, 也就是 P 点比 O 点的振动延迟 (或落后) Δt 时间, P 点在 t 时刻的振动是 O 点在 $t - \Delta t$ 时刻的振动, 所以有

$$\begin{aligned} y_P &= y_O(t - \Delta t) = A \cos[\omega(t - \Delta t) + \varphi] \\ &= A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right] \end{aligned} \quad (16)$$

由于 P 为波传播方向上任一点, 因此上述方程适用于描述波传播方向上任一点的振动, 具有一般意义, 即为沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波函数。

利用波数与角频率及波速的关系式 $k = \omega/v$, 波函数也可以表示为

$$y = A \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (17)$$

以上就是简谐波函数的通用表达式, 通常用余弦函数表示。括号里的 $[\omega t - kx + \varphi]$ 项表示相位, 分别由时间变化、空间位置变化及初始相位决定。波函数描述的就是波在任意时间和空间处的振动和传播关系。

一般地, 在电磁波或者光学类教材中, 考虑到在直角坐标系中的任意空间位置时, 其可以写为更为一般的形式

$$U = A \cos(\omega t - kr + \varphi) \quad (18)$$

3 电磁场波函数时间项因子通常采用负号的现实考虑

上面我们提到, 在“大学物理”等课程中关于波动的章节讲授中, 其波函数时间项通常用正号来表示, 这很好地体现通过振动推导出波动方程的实际过程, 表现出机械波的传播情况。如文献[17]在讨论机械波传播时, 使用 $\cos(\omega t - kr)$ 表示正向入射波, 并强调忽略反射波会导致问题。这表明在力学机械波领域, 习惯采用 $\cos(\omega t - kr)$ 形式表示正向波, 源于对波传播方向的实际考虑。这也说明了在描述机械波时, 波函数时间项通常用正号 $\cos(\omega t - kr)$ 来描述, 因为它直观表示随着时间的增加相位向正方向传播的过程, 这源于历史习惯而非物理本质差异。

然而在《物理光学》等电磁场或电磁波教材中, 可以看到, 通常都将波函数时间项因子写为负号。如教材^[6,11]在讨论电磁波函数中时间相位项采用负号, 符合电磁波时间项因子通常写为负号的描述, 印证电磁波原始表示常含负号。实际上, 由于光频段的电磁波频率较高, 目前的探测器无法直接探测到光频段的电磁波时间变化, 探测器探测到的信号通常为多个光周期的平均值。因此, 在处理光学类实际问题时, 都是观察到不随时间变化的稳态现象, 如常见的干涉、衍射现象, 此时时间项因子并不是我们主要考虑的重点, 将其表达为负号后, 其空间项因子则在正方向传播时为正号, 便于实际问题的处理。

更为重要的是, 由于处理的是不随时变化的稳态光学现象, 所以通常都是将含时的波函数利用复数关系式写为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \quad (19)$$

将其代入电场的波动方程, 可得

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (20)$$

式(20)被称为亥姆赫兹方程, 其只与空间项因子有关, 通过求解亥姆赫兹方程即可直接获得光场的空间分布情况, 其讨论的是不随时间变化的稳态光学现象, 便于处理具体的光学工程实践问题。

4 结语

本文从电磁场的波动方程 (达朗贝尔方程) 出发, 给出了其解的不同形式, 分析了方程的数学解和物理意义, 并讨论了其平面简谐波解的特殊形式, 给出了其时间项因子表达为正负号的物理意义。同时, 结合大学物理关于振动与波动的推导, 进一步澄清了在物理光学教材中将波函数时间项因子表示为负号的现实考虑, 对于处理实际光学工程问题更为方便和符合实际。

参 考 文 献

- [1] 云茂金, 刘眉洁, 王进, 等. “物理光学”一流课程建设探索与实践[J]. 物理与工程, 2023, 33(2): 101-104.
YUN M J, LIU M J, WANG J, et al. Exploration and practice on the construction of first-class course of physical optics[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 101-104. (in Chinese)
- [2] 教育部. 关于一流本科课程建设的实施意见 (教高[2019]8

- 号)[Z]. 2019.
- Ministry of Education. Opinions on the construction of first-class undergraduate courses(〔2019〕8)[Z]. 2019. (in Chinese)
- [3] 张宝武,孔明,许新科,等. 物理光学中多光束叠加强度求解方法的探讨[J]. 物理与工程, 2024, 34(2): 98-103.
- ZHANG B W, KONG M, XU X K, et al. Discussion on the method of solution to multi-beam superposition intensity in physical optics [J]. Physics and Engineering, 2024, 34(2): 98-103. (in Chinese)
- [4] 李俊昌,陈劲波,樊则宾,等. 衍射的基尔霍夫传递函数及瑞利-索末菲传递函数[J]. 光电子·激光, 2002, 13(1): 87-89.
- LI J C, CHEN J B, FAN Z B, et al. The kirchhoff transfer function and Rayleigh-Sommerfeld transfer function of diffraction[J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2002, 13(1): 87-89. (in Chinese)
- [5] 陈培锋. 如何在“电动力学”课程中统一描述光的传输模型[J]. 大学物理, 2022, 41(4): 7-10.
- CHEN P F. How to uniformly describe the transmission model of light in the course of electrodynamics[J]. College Physics, 2022, 41(4): 7-10. (in Chinese)
- [6] 郁道银,谈恒英. 工程光学[M]. 4版. 北京:机械工业出版社, 2015.
- YU D Y, TAN H Y. Engineering Optics[M]. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2015. (in Chinese)
- [7] 梁铨廷. 物理光学[M]. 5版. 北京:电子工业出版社, 2018.
- LIANG Q T. Physical Optics[M]. 5th ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2018. (in Chinese)
- [8] 姜宗福,刘文广,杨丽佳,等. 物理光学导论[M]. 2版. 北京:科学出版社, 2018.
- JIANG Z F, LIU W G, YANG L J, et al. Physical optics [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2018. (in Chinese)
- [9] 鲁欣,任朗,袁炳南译. 场论[M]. 8版. 北京:高等教育出版社, 2012.
- LU X, REN L, YUAN B N. Field theory[M]. 8th ed. Beijing: Higher Education Press, 2012. (in Chinese)
- [10] LIPSON A, LIPSON S G, LIPSON H. Optical physics [M]. 4th ed. New York: Cambridge University Press, 2011.
- [11] 马文蔚,周雨青,解希顺. 物理学[M]. 6版. 北京:高等教育出版社, 2014.
- MA W W, ZHOU Y Q, XIE X S. Physics[M]. 6th ed. Beijing: Higher Education Press, 2014. (in Chinese)
- [12] 束星北. 关于波动方程式之“超前解”[J]. 物理学报, 1950, 7(6): 97-104.
- SHU X B. The “lead solution” of the wave equation[J]. Acta Physica Sinica, 1950, 7(6): 97-104. (in Chinese)
- [13] 杨俊秀,赵文来,夏海霞. 达朗贝尔方程及其解教学思考[J]. 电气电子教学学报, 2011, 33(2): 113-115.
- YANG J X, ZHAO W L, XIA H X. Consideration of teaching on D'Alembert equations and its solutions[J]. Journal of EEE, 2011, 33(2): 113-115. (in Chinese)
- [14] 姚端正,李中辅. 用达朗贝尔公式求解二、三维波动方程的初值问题[J]. 大学物理, 1977, 16(4): 18-21.
- YAO D Z, LI Z F. Initial-value problems for two- and three-dimensional wavelength equations solved by D'Alembert formula[J]. College Physics, 1977, 16(4): 18-21. (in Chinese)
- [15] 刘宝容,丘国春. 从达朗贝尔方程到推迟势教学方法探讨[J]. 广西民族大学学报(自然科学版), 2014, 20(3): 111-113.
- LIU B R, QIU G C. Discussion on teaching of the D'Alembert equations to retarded potential[J]. Journal of Guangxi University for Nationalities, 2014, 20(3): 111-113. (in Chinese)
- [16] COLLIN R E. Field theory of guided waves[M]. 2nd ed. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 1991.
- [17] 梁昆森,俞超,邱树业. 力学讨论[M]. 成都:四川教育出版社, 1987.
- LIANG K M, YU C, QIU S Y. Mechanical discussion[M]. Chengdu: Sichuan Education Press, 1987. (in Chinese)

(上接第 29 页)

- [3] 王续宏,李翔宇. 轴向受载铁木辛柯梁的弯曲研究[J]. 成都大学学报(自然科学版), 2019, 38(2): 187-9, 205.
- WANG X H, LI X Y. Bending study of Timoshenko beams under axial load[J]. Journal of Chengdu University (Natural Science Edition), 2019, 38(2): 187-189, 205. (in Chinese)
- [4] KREYSZIG E. Advanced engineering mathematics [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
- [5] GOODNO J M G B J. Mechanics of materials[M]. Cengage Learning, 2009.
- [6] 张增明. 大学物理实验[M]. 北京:高等教育出版社, 2024.
- ZHANG Z M. University physics experiments[M]. Beijing: Higher Education Press, 2024. (in Chinese)
- [7] 付宝连. 弹性力学中的能量原理及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2004.
- FU B L. Energy principles in elasticity and their applications [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [8] ZHANG Y, LI X, DAI Y, et al. On the number of fractured segments of spaghetti breaking dynamics[J]. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 2022, 12(4).
- [9] HEISSER R H, PATIL V P, STOOP N, et al. Controlling fracture cascades through twisting and quenching[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2018, 115(35): 8665-70.