

工程探索

刚性四足斜面行走器动力学研究

蒋宇萱¹ 王 拴² 曹 峰³ 陈晓彬³ 陈书湄⁴¹ 哈尔滨工业大学(深圳)机器人与先进制造学院,广东 深圳 518055;² 哈尔滨工业大学(深圳)实验与创新实践教育中心,广东 深圳 518055;³ 哈尔滨工业大学(深圳)理学院,广东 深圳 518055;⁴ 哈尔滨工业大学(深圳)集成电路学院,广东 深圳 518055)

摘 要 本研究提出了一种新的刚性四足斜面行走器,旨在探索被动行走机器人动力学特征。通过 ADAMS 软件进行仿真实验,验证其稳定步态行走的可行性,揭示了最优参数。通过 3D 打印技术制作行走器实物装置进行实验探究,我们可以观察到其清晰稳定的行走步态。本文构建了两个相互耦合的刚体动力学模型描述行走器的动力学过程,给出了周期、步长和行走速度的数值解及其影响因素。在实验中结合 Tracker 软件分析行走器的运动,定量分析影响系统动力学特征参数,从而多方面验证了理论的合理性。本研究提供了关于被动行走器设计和机器人应用的新思路。

关键词 斜面行走器;四足;被动行走;动力学

DYNAMIC ANALYSIS OF A RIGID FOUR-LEGGED WALKER

JIANG Yuxuan¹ WANG Shuan² CAO Feng³ CHEN Xiaobin³ CHEN Shumei⁴¹ School of Robotics and Advanced Manufacture, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen, Guangdong 518055;² Education Centre of Experiments and Innovations, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen, Guangdong 518055;³ School of Science, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen, Guangdong 518055;⁴ School of Integrated Circuits, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen, Guangdong 518055)

Abstract This study proposes a novel rigid inclined-plane quadruped walking robot, designed to explore the dynamic characteristics of passive walking robots. Simulation experiments were conducted using ADAMS software to verify the feasibility of achieving a stable gait and to identify optimal parameters. A physical prototype of the walking robot was fabricated using 3D printing technology for experimental exploration, revealing a clear and stable walking gait. In this paper, two mutually coupled rigid-body dynamic models are constructed to describe the dynamic process of the walking robot. Numerical solutions for period, step length, and walking speed, along with their influencing factors, are provided. During the experiments, Tracker software was utilized to analyze the robot's motion, allowing for a quantitative analysis of the parameters affecting the system's dynamic characteristics, thereby validating the theoretical rationality from various perspectives. This study offers new insights into the design of passive walking robots and their applications.

Key words rigid ramp walker; four legs; passive walking; dynamics

收稿日期: 2025-04-27

基金项目: 教育部产学研合作协同育人项目(231003117121903, 231000532123109); 广东省教育科学规划项目(2023GXJK684)。

通信作者: 王拴, wangshuan@hit.edu.cn。

引文格式: 蒋宇萱, 王拴, 曹峰, 等. 刚性四足斜面行走器动力学研究[J]. 物理与工程, 2025, 35(5): 309-315.

Cite this article: JIANG Y X, WANG S, CAO F, et al. Dynamic analysis of a rigid four-legged walker[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(5): 309-315. (in Chinese)

被动行走(passive dynamic walking)概念最早由 McGeer 在 20 世纪 90 年代初提出^[1],它利用机器人内在动力学特性实现无能量驱动和主动控制行走。其中斜面行走器作为一类重要的被动行走器,在斜面上可仅凭重力实现稳定的周期性被动行走,无须在关节部位安装驱动电机。这一被动行走特性显著降低了能耗,在康复训练、辅助行走等领域具有潜在的应用前景。对于被动行走器动力学研究,当前研究主要集中于双足结构^[2-5]或者准四足结构^[6],在理论方面主要通过建立动力学方程,再转化为线性互补问题(Linear Complementarity Problem)求解^[7,8],或是通过拉格朗日方程,建立摆动和碰撞阶段的动力学方程^[6,9,10]。本研究构建了一种刚性四足斜面行走器,通过动力学理论模型对行走器的运动特征进行分析,提供一种四足被动行走器动力学研究的新路径,为设计和优化四足被动行走器提供了一定的理论指导。

1 四足斜面行走器的构建

1.1 模型设计与制作

利用 Solidworks 软件对刚性四足斜面行走器进行建模,如图 1(a)所示,其中四足(1~4)与躯干(5)配合形成转动副,足关节倒圆角防干涉;足底设计为圆弧形并与斜面接触;设置限位器(6、7),可通过调限位器距离改变四足的摆动角度;躯干为镂空设计,并预留螺柱、螺栓等固定件安装孔。采用聚乳酸(PLA)材料进行 3D 打印,设置填充率为 25%,精度为 0.10mm,对各打印件进行组装获得被动行走器装置,并在足底粘贴橡胶片,如图 1(b)所示。

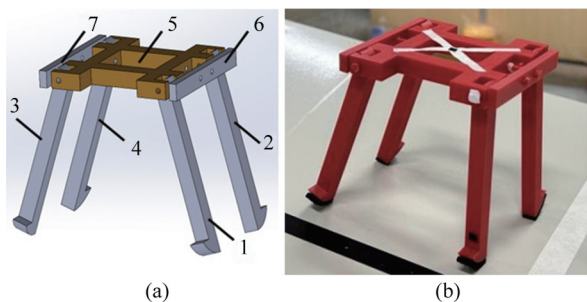


图 1 设计模型与实物模型

(a) Solidworks 设计图; (b) 3D 打印实物图

1.2 仿真分析

经初步实验发现,实现斜面行走器稳定步态

行走的实验条件较为苛刻,包括选择合适的斜面倾角、粗糙程度、弹性系数及行走器的几何特征等参数。为提升机械系统设计的效率与精度,本研究工作首先采用 ADAMS 软件对行走器的相关参数进行仿真研究。ADAMS 软件基于多刚体系统动力学理论^[11],可精准描述多个刚体或柔性体在复杂相互作用力下的动态行为^[12]。将设计模型(图 1(a))导入软件,设置足与躯干摩擦系数 μ_1 、足与斜面摩擦系数 μ_2 、斜面倾角 φ 、足与斜面碰撞的恢复系数 e 、行走器足长 l 、行走器足初始角度 $\beta_{1\sim4}$ 、限位器与躯干距离 d 。

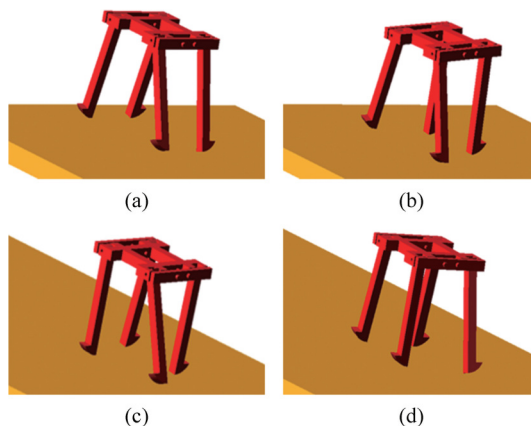


图 2 行走器稳定步态行走软件仿真图

(a) 初始状态; (b) 开始行走; (c) 稳定行走; (d) 稳步周期结束

图 2 为仿真实验得到行走器运动的一系列典型动作,图 3 为仿真实验得到行走器躯干摆动角速度随时间的变化曲线。仿真实验说明,行走器在一定参数下可以实现稳定步态行走,进一步得到行走器的稳定步态行走条件为:斜面具有一定柔性(e 较小),足与斜面摩擦系数 μ_2 较大,倾角 φ 在一定范围内,同时保证足与躯干摩擦系数 μ_1 较小,四足初始角度较小;开启行走的方法是给予一个扰动,例如将其中一足初始角度增大。仿真实验得到的行走器稳定步态行走参数如表 1 所示,其中最优行走参数为 $l = 10.60\text{cm}$, $\mu_1 = 0.10$, $\mu_2 = 0.50$, $\varphi = 9.0 \sim 13.0^\circ$, $e = 0$, $d = 2.00\text{mm}$, $\beta_1 = 20.0^\circ$, $\beta_{2\sim4} = 5.0^\circ \sim 10.0^\circ$ 。

2 理论分析

2.1 四足行走器动力学特征

从侧面和前面两个角度观察行走器的运动,

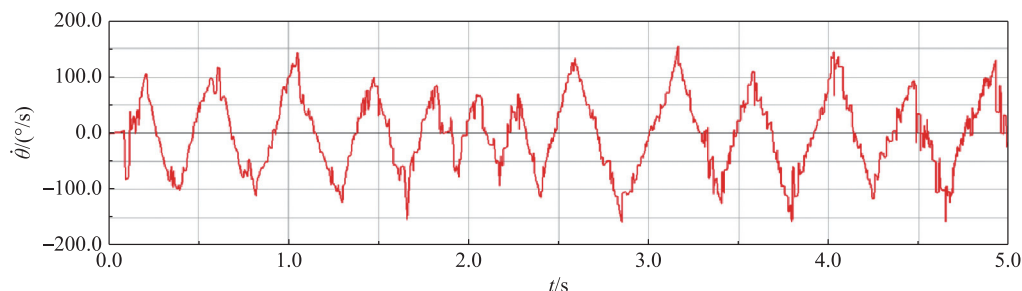


图3 行走器躯体摆动角速度仿真数据

表1 行走器稳定步态行走仿真参数

物理量	足长 l/cm	足和躯体摩擦系数 μ_1	足和斜面摩擦系数 μ_2	斜面倾角 $\varphi/(^{\circ})$	恢复系数 e	限位器距离 d/mm	四足初始角度 $\beta_{1\sim 4}/(^{\circ})$
行走参数	9.20~12.00	0.10~0.30	0.50~0.80	5.0~12.0	0~0.20	1.50~3.00	5.0~20.0

拍摄视频并截取关键帧得到行走器一系列典型动作(图4),其中图(a)~(f)为侧视图,图(a')~(f')为正视图,两个视图为同一时刻不同角度拍摄图像。侧视图箭头指示1号足/2号足瞬时转动方向,正视图箭头指示行走器躯体转动方向。

行走器的周期运动可以分解成六个过程:a(a') 1号足和3号足离开斜面,1号足在重力作用下摆动至最大角度,躯体向左摆动;b(b') 躯体摆动到最大角度后,在重力矩的作用下,躯体开始反方向摆动;c(c') 1号足和3号足与斜面发生碰撞,摆动足和支撑足互换;d(d') 由于惯性,躯体继续向右摆动,2号足和4号足离开斜面,2号足在重力作用下摆动至最大角度;e(e') 躯体向右摆动到最大角度后,在重力矩的作用下,躯体向左摆动;f(f') 2号足和4号足与斜面发生碰撞,摆动足和支撑足互换。由于行走器的对称性,a(a')~c(c')与d(d')~f(f')为镜像过程。

2.2 行走器动力学模型

建立坐标系如图5(a)所示,沿斜面向下为 x 轴正方向,沿斜面法线方向向上为 y 轴正方向, x 、 y 、 z 轴呈右手螺旋。由行走器动力学特征分析,行走器的运动可以分解为躯体的左右摇摆和足的前后摇摆,其中躯体的左右摇摆是指行走器整体在惯性和重力矩的作用下绕 x 轴转动(图5(b)),它决定运动周期 T ;足的前后摇摆是指主动足(1、2号足)受重力作用绕 z 轴转动(图5(c)),它决定步长 λ 。最终速度定义为 $v=\lambda/T$ 。两个运动通过行走器躯体摆动角度 θ 、四足摆动角度 $\beta_{1\sim 4}$ 耦合在一起, θ 的改变会影响足质心所受重力矩的大小,进而影响 $\beta_{1\sim 4}$ 。模型各符号定义如表2所示。

1) 躯体左右摆动的动力学模型

假设足的前后摆动对转动惯量的影响可以忽略,即转动惯量 J_z 可视为常量。当躯体左右摆动

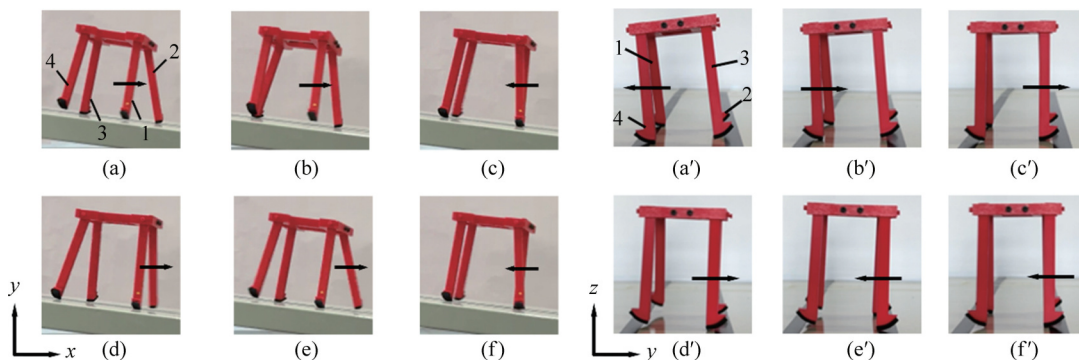


图4 行走器一系列典型动作

(a)~(f) 为 xy 面拍摄视图,(a')~(f') 为 yz 面拍摄视图

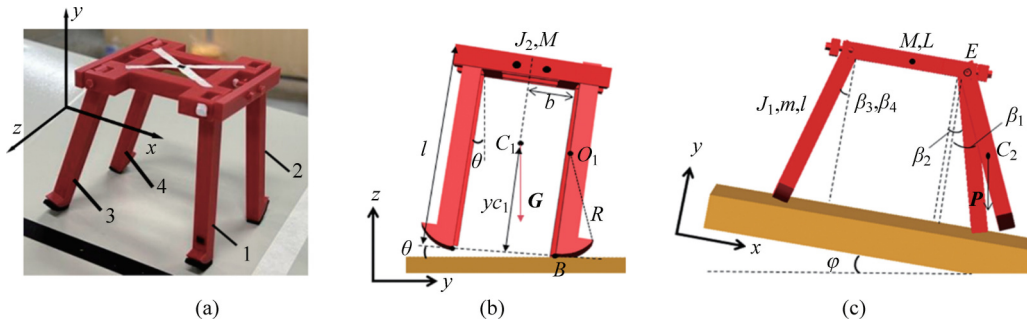


图5 行走器动力学模型

(a) 行走器三维坐标轴示意图; (b) 行走器模型 yz 平面视图; (c) 行走器模型 xy 平面视图

表2 符号说明

符号	M, m	J_1	J_2	$\beta_{1\sim 4}$	θ	φ	P	G	L, l	C_1, C_2	R
物理意义	躯体、单足质量	单足转动惯量	整体转动惯量	四足各角度	躯体角度	斜面倾角	单足重力	整体重力	躯体、足长度	整体、足质心	足半径

时,在 yz 平面的质量对称面,躯体绕足圆心 O_1 转动,受重力 G 。由动量矩定理

$$-r_{O_1C} \times G \cos \varphi + M_f = J_2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (1)$$

由几何关系

$$r_{O_1C} = \sqrt{b^2 + (y_{C_1} - R)^2} \quad (2)$$

$$\alpha = \arctan \frac{b}{y_{C_1} - R} \quad (3)$$

化简得

$$J_2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + r_{O_1C} G \cos \varphi \sin \alpha \sin \theta - M_f - r_{O_1C} G \cos \varphi \cos \alpha \sin \theta = 0 \quad (4)$$

2) 足前后摆动的动力学模型

由于支撑足向前摆动决定步长;支撑足最大角度由限位器限制;支撑足最小角度为 0。设支撑足与斜面发生碰撞瞬间角度为 β_m ,则有

$$\lambda = 2l \sin \beta_m \quad (5)$$

摆动足(1号足)受重力 P 作用绕 E 点摆动,由动量矩定理

$$r_{EH} \times P - M_f = J_1 \frac{d^2 \beta}{dt^2} \quad (6)$$

化简得

$$J_1 \frac{d^2 \beta}{dt^2} - P \cos \theta \sin(\varphi - \beta) y + M_f = 0 \quad (7)$$

2.3 数值仿真结果

令 $\theta_0 = 0, \dot{\theta}_0 = 0.025 \text{ rad}$ (实测值),采用 Runge-Kutta 方法^[13],通过 Python 求解得躯体左右摆动

角度曲线(图 6(a))。令 $\beta_0 = 0.38 \text{ rad}, \dot{\beta} = 0$ (初始角速度为 0),解得足摆动角度随时间的变化曲线(图 6(b)),发现行走器呈现稳定的周期运动。

在行走器可以稳定行走的参数范围内,改变斜面倾角 φ ,得到斜面倾角对步长、周期的影响曲线(图 6(c),(d)),随着斜面倾角的增大,步长逐渐增大,但是由于限位器的限制,最终会趋于最大步长;斜面倾角增大,周期逐渐减小。结合公式 $v = \lambda / T$,斜面倾角与最终速度之间正相关,这是因为斜面倾角增大时,重力沿斜面向下分量增大,摩擦力减小,从而沿斜面向下合力增大,在模型加速阶段的加速度更大,最终稳定行走的速度越大。

3 实验研究

实验装置如图 7 所示,摄像机距离斜面 1.00m,从侧面(面向 xy 平面)拍摄得到行走视频,使用 OpenCV 的相机标定模块对图像进行了畸变校正处理,以减少因镜头畸变对实验数据造成的干扰。将视频用 Tracker 软件进行分析,帧率为 30fps。仅改变模型足长、不改变其他参数,制作 3 个不同足长的行走器(图 7(b)),足长 b_1, b_2, b_3 分别为 12.00cm、10.60cm、9.20cm,具体实验条件如表 3 所示。其中斜面摩擦系数通过力传感器法测量。通过调整斜面高度来改变斜面倾角,测量行走器标记点坐标随时间的变化、躯体摆动角度和足摆

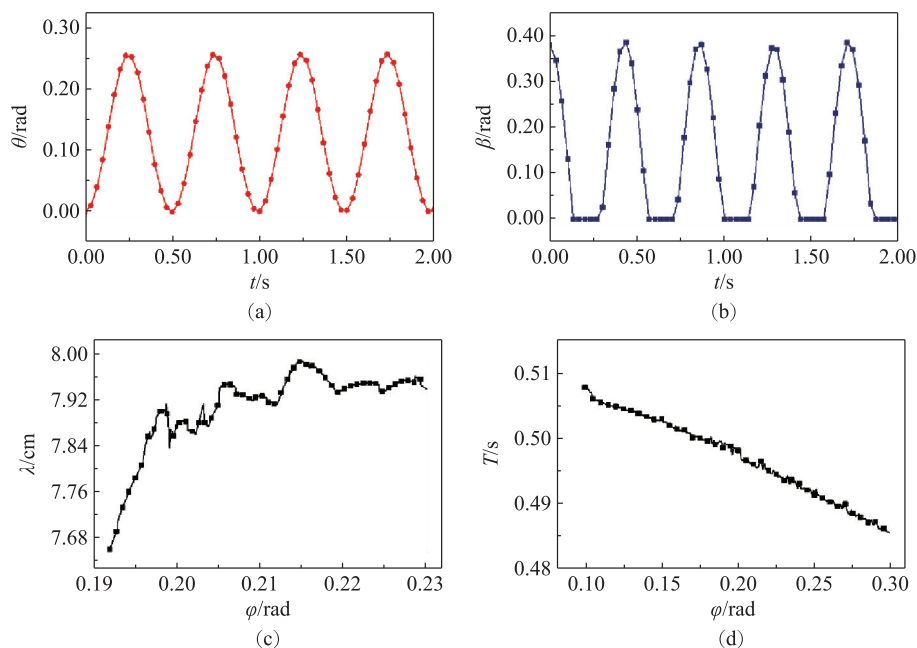


图6 行走器动力学模型理论值

(a) 躯体摆动角度变化曲线; (b) 足摆动角度变化曲线; (c) 斜面倾角对步长的影响曲线; (d) 斜面倾角对周期的影响曲线

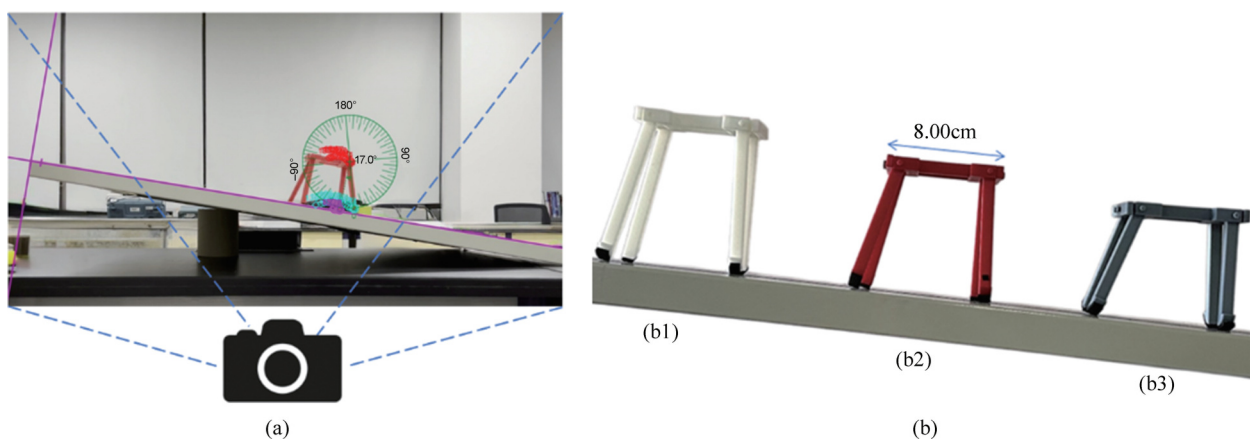


图7 实验装置示意图

(a) 实验拍摄装置示意图; (b) 3种不同足长的行走器模型

动角度、行走器的平均速度。

表3 实验条件说明

限位器 距离/ mm	斜面 长度/ cm	行走 器长/ cm	行走 器宽/ cm	斜面 倾角/(°)	斜面 摩擦 系数
2.0	78.50	8.00	8.00	8.00~15.00	0.80

3.1 行走运动周期性探究

在上述实验条件下,将1号足抬至限位处,2、3、4号足前端与标志线前沿对齐,即1号足角度为 21.8° ,其余足角度均为 6.9° 。在静止条件下释放

1号足,行走器便开始沿斜面向下开始运动。使用Tracker软件分析三个不同足长(图7(b))行走器的运动视频,自动匹配追踪标志点Q,得到 x, y 坐标随时间的变化曲线(见图8)。

分析实验数据得出:不同足长的行走器均表现出了运动的周期性以及躯体左右摆动的步态特征。 $x-t$ 曲线呈阶梯上升,上升阶段为1号足向前摆动、2号足作支撑足,平稳阶段为1号足作支撑足、2号足向前摆动, $x-t$ 曲线斜率可以反映出行走器的平均速度 v ; $y-t$ 曲线呈周期振荡,这是由于躯体的左右摆动, $y-t$ 曲线斜率可以看出行走器

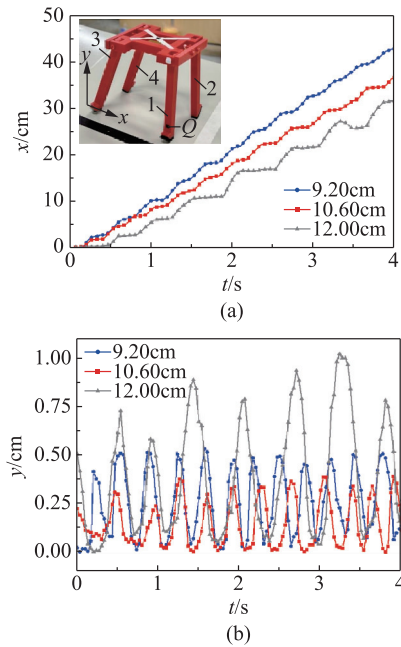


图8 不同足长模型Q点坐标随时间变化曲线
(a) $x-t$ 曲线; (b) $y-t$ 曲线

的运动周期 T 。不同足长的行走器具有不同的速度、稳定性和周期。

3.2 行走运动摆动角度探究

选取足长为 10.60cm 的行走器,测量稳定行走时,行走器的躯体摆动角度 θ 和 1 号足摆动角度 β_1 随时间的变化图。实验发现,进入稳态后足前后摆动角度 β_1 的幅值和周期基本不变,由于限位器 β_1 限制在 $0^\circ \sim 21.8^\circ$,当 1 号足为支撑足时 β_1 会逐渐减小至 0° ,当 1 号足为摆动足时 β_1 会逐渐增加至 21.8° 。将实验测得的摆动角度曲线与理论值对比,由图 9 可知,理论值和实验值曲线较为接近,说明理论模型和实验吻合情况较好。

实验值存在一定误差,是由摄像机与物体之间的相对角度变化引起的。因为摄像机定点拍摄,只有当四足行走器处于画面正中时,其角度测量较为准确。而当行走器进入画面左右两侧时,视角变化引起余弦误差,导致测量值偏小。

3.3 行走平均速度探究

实验采用相机俯拍记录,注意相机镜头与斜面保持平行并进行视差校正,且与斜面距离为 1.00m;记录标志点 D (图 10) 通过两个标志线 ($\Delta x = 10.00\text{cm}$) 的时间差 Δt , $v = \Delta x / \Delta t$ 。对三个不同足长的行走器,在每个斜面高度测 10 组数据,取平均值。

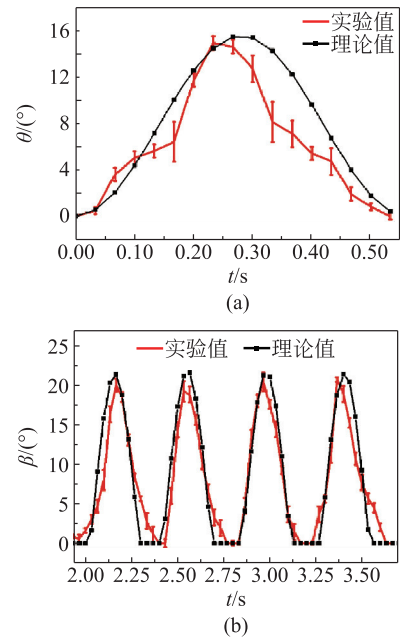


图9 实验值和理论值对比
(a) 一个周期内躯体摆动角度变化图; (b) 稳态时足摆动角度变化图

实验发现,不同足长的模型在不同的斜面倾角范围内能稳定行走(见表 4),10.60cm 足长稳定性最好,能行走的斜面倾角范围最大。

表 4 不同足长模型能行走的斜面倾角范围			
模型足长/cm	9.20	10.60	12.00
角度范围/ $^\circ$	12.7~14.3	9.4~12.7	10.2~11.3

实验得到 10.60cm 足长模型平均速度和斜面倾角的关系如图 10 所示。分析得出:行走器在斜面倾角 $\varphi = 11^\circ$ 附近行走稳定性较好,斜面倾角增大或减小,稳定性均下降;行走器平均行走速度先增大后趋于稳定,因为限位器限制最大步长;总体趋势可以看作斜面倾角越大,行走速度越快。由前面的理论分析可知,随着斜面倾角增大,步长增

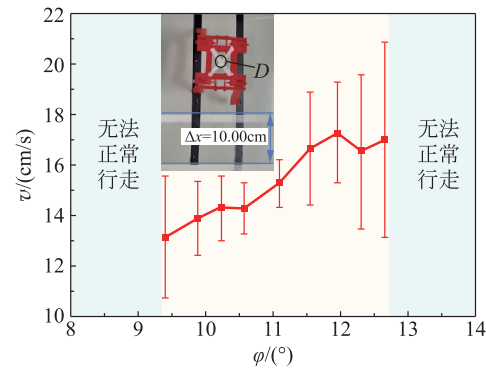


图10 平均速度随斜面倾角变化图

大,周期减小,平均速度增大,且趋于最大值,所以实验和理论趋势吻合。

4 结语

本文针对刚性四足斜面行走器系统,创新性地构建了两个相互耦合的刚体动力学模型,即躯体左右摇摆和足前后摆动的动力学模型,并分别求解了行走器稳定步态行走的周期、步长和行走速度。通过仿真和实验相结合,系统探讨了行走器几何特征和斜面参数等多种因素对其行走动力学特征的影响。本研究不仅丰富了被动行走器的动力学理论,也为设计性能优良的被动行走器提供了新的思路,同时也可拓展应用至复杂机器人系统。

参 考 文 献

- [1] MCGEER T. Passive dynamic walking[J]. The International Journal of Robotics Research, 1990, 9: 62-82.
- [2] COLLINS S, RUINA A, TEDRAKE R, et al. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers[J]. Science, 2005, 307(5712):1082-1085.
- [3] 柳宁. 双足被动行走器动力学仿真与实验研究[D]. 北京:清华大学,2009.
LIU N. Dynamic simulation and experimental research on biped passive walker[D]. Beijing: Tsinghua University, 2009. (in Chinese)
- [4] 张婉婉. 双足被动行走机器人动力学参数匹配问题分析与实验研究[D]. 郑州: 郑州大学, 2025-04-27.
ZHANG W W. Analysis and experimental research on the dynamic parameter matching of biped passive walking robot [D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2025-04-27. (in Chinese)
- [5] Kibayashi Takeshi, Sugimoto Yasuhiro, Ishikawa Masato, et al. Experiment and analysis of quadrupedal quasi-passive dynamic walking robot "Duke"[C]. 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2012.
- [6] 刘玉刚. 准四足被动行走机器人的动力学仿真研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
LIU Y G. Dynamic simulation research of quasi-four-legged passive walking robot [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008. (in Chinese)
- [7] LEINE R I, VAN CAMPEN D H, GLOCKER C H. Non-linear dynamics and modeling of various wooden toys with impact and friction[J]. Journal of Vibration and Control, 2003, 9(1-2): 25-78.
- [8] 易舜智, 晋晓曦, 张晚云, 等. 以啄木鸟玩具为例的 LCP 问题求解. 物理与工程[J]. 2013, 23(5): 27-32.
YI S Z, JIN X X, ZHANG W Y, et al. Solving the LCP problem using the woodpecker toy as an example[J]. Physics and Engineering[J]. 2013, 23(5): 27-32. (in Chinese)
- [9] 李济魁, 张福林. 非完全弹性碰撞问题的讨论[J]. 物理与工程, 2022, 32(2): 31-35.
LI J K, ZHANG F L. Discussion on the inelastic collision problem[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(2): 31-35. (in Chinese)
- [10] 曹春梅, 张晓宏. 不倒翁的力学分析[J]. 物理与工程, 2002, (1): 10-11.
CAO C M, ZHANG X H. Mechanical analysis of the inverted pendulum[J]. Physics and Engineering, 2002, (1): 10-11. (in Chinese)
- [11] 张越今, 宋健. 多体动力学仿真软件 ADAMS 理论及应用研讨[J]. 机械科学与技术, 1997, 16(5): 6.
ZHANG Y J, SONG J. Discussion on the theory and application of multibody dynamics simulation software ADAMS [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 1997, 16(5): 6. (in Chinese)
- [12] 陈立平. 机械系统动力学分析及 ADAMS 应用教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
CHEN L P. Dynamics analysis of mechanical systems and ADAMS application tutorial[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [13] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 4 版. 武汉: 华中科技大学出版社, 2006.
LI Q Y, WANG N C, YI D Y. Numerical analysis[M]. 4th ed. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2006. (in Chinese)