

旋转矢量法分析背向散射光对异面腔激光陀螺锁区阈值的影响

李 东 刘凌沂 李佩洋 温丹丹

(西北工业大学物理科学与技术学院, 陕西 西安 710129)

摘 要 本文以旋转矢量法为基础, 结合异面谐振腔中本征模式的耦合规律及图像旋转特性, 推导得到了异面环形激光谐振腔中背向散射光所引起的锁区阈值表达式, 研究了异面腔结构参数对于背向散射光及锁区阈值的影响。在左、右旋分量锁区同步变化情况下, 实现了通过调控异面腔折叠角 α 来减小并消除锁区的目的。本文所得结果说明了旋转矢量法分析背向散射光对异面腔激光陀螺锁区阈值的便捷性和准确性。

关键词 旋转矢量法; 异面环形谐振腔; 背向散射; 锁区阈值

INFLUENCE OF BACKSCATTERING LIGHT ON THE LOCKING THRESHOLD OF NONPLANAR RING RESONATOR LASER GYRO IS ANALYZED BY ROTATING VECTOR METHOD

LI Dong LIU Lingyi LI Peiyang WEN Dandan

(School of Physical Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710129)

Abstract Based on the rotation vector method, this paper combines the coupling rule and the image rotation property of the eigenmode in nonplanar ring resonator to derive expression for the lock region threshold caused by the backscattering light in a nonplanar ring laser resonator and investigate the influence of nonplanar cavity structural parameters on backscattering light and its impact on the lock region threshold. Under the condition that the lock region of left-hand and right-hand components changes synchronously, the objective of reducing and eliminating the lock region is achieved by adjusting the nonplanar cavity folding angle α of the different plane cavity. The results obtained in this paper demonstrate the convenience and accuracy of using the rotation vector method to analyze the threshold of backscattering light on the locked area of nonplanar laser gyro.

Key words rotating vector method; nonplanar ring resonator; backscattering; lock region threshold

激光陀螺作为一种基于环形激光谐振腔和 Sagnac 效应的惯性传感器, 在飞机、舰船、潜艇、导弹、航空航天等运载体惯导系统以及地球物理学

领域^[1,2]得到极为广泛的关注。

由于环形激光谐振腔中反射镜的损耗和散射等现象的存在而导致的锁区现象是激光陀螺的主

收稿日期: 2024-05-27

基金项目: 2023 年度陕西高等教育教学改革研究重点项目(23BZ005); 2023 年度西北工业大学教育教学改革研究重点委托项目(2023JGWZ09); 国家自然科学基金项目(61975165)。

作者简介: 李东, 西北工业大学物理科学与技术学院副教授, dongli@nwpu.edu.cn。

通信作者: 温丹丹, 西北工业大学物理科学与技术学院教授, dandanwen@nwpu.edu.cn。

引文格式: 李东, 刘凌沂, 李佩洋, 等. 旋转矢量法分析背向散射光对异面腔激光陀螺锁区阈值的影响[J]. 物理与工程, 2024, 34(6): 27-31.

Cite this article: LI D, LIU L Y, LI P Y, et al. Influence of backscattering light on the locking threshold of nonplanar ring resonator laser gyro is analyzed by rotating vector method[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(6): 27-31. (in Chinese)

要误差之一^[3]。其中,谐振腔中背向散射光与本征模式间的能量耦合效应是导致锁区的重要来源。但背向散射光强度较小,占整个散射光能的很小百分比,难以直接用仪器检测到^[4,5]。因此,如何通过调控背向散射来消除锁区,成为提高激光陀螺测量精度的关键。

四频差动激光陀螺主要采用在环形腔中增加偏频器件和采用异面腔结构^[6,7]等方法来提高测量精度。偏频器件多采用光轴平行于光束传播方向的石英晶体,但在环形谐振腔内插入石英晶体后,由于其温度效应、散射和损耗等会增加背向散射光之间的耦合使锁区效应加剧,而异面谐振腔结构能起到与石英晶体相同的互易作用,并有效避免由石英晶体带来的腔体损耗、散射损耗等误差,因此被广泛使用,且针对异面环形激光谐振腔内背向散射光与主光束能量耦合效应的研究对四频差动激光陀螺仪测量精度的提高极为关键。

图1给出了常见的异面腔结构,其中 M_i ($i=1,2,3,4$)为激光束在四个反射镜上的入射点, α 为异面腔折叠角, θ_{12} 和 θ_{23} 分别为激光束在 M_1 、 M_3 和 M_2 、 M_4 上的入射角, k_i 为任意两反射镜间的光束矢量,且任意两反射镜之间的距离均相等。

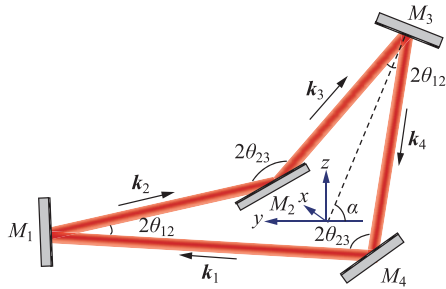


图1 异面谐振腔结构示意图

1 理论分析

对于异面腔四频差动激光陀螺而言,在其环形谐振腔中有两个反向传播且互不影响的光束对(顺、逆时针方向的左旋和右旋光束对)。顺、逆时针方向的左旋光束对构成一个左旋二频差动激光陀螺分量,右旋光束对构成另一个单陀螺,成为右旋陀螺分量。两个分量得到的Sagnac频差作差值处理,可将四频差动陀螺的测量精度提高一倍^[8]。

旋转矢量法是利用矢量的长度和方向来表示光波,并用矢量叠加的方式来描述光波之间的耦

合效应。矢量的长度代表着光波的振幅,矢量的方向与参考轴逆时针方向之间的夹角表示光波的相位^[9,10]。图2给出了利用旋转矢量法描述异面腔激光陀螺中左旋模对的旋转情况。 ψ 为光束 A_{10} 和 A_{20} 受背向散射影响后Sagnac相位差。方向矢量 e_{10} 与 e_{20} 分别表示 A_{10} 和 A_{20} 的相位。 β_1 和 β_2 分别为背向散射光 W_1 、 W_2 相对于 A_{20} 、 A_{10} 所引入的附加相位。其中 A_{10} 受到 A_{20} 的背向散射光 W_2 的影响形成新的传播光束 A_1 。同理, A_{20} 受到 A_{10} 的背向散射光 W_1 的影响形成了新的传播光束 A_2 。

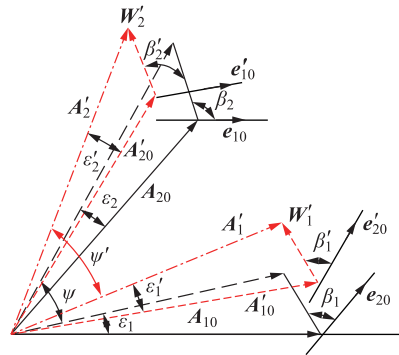


图2 异面腔激光陀螺中左旋分量锁区的矢量描述

异面腔会使得腔内顺、逆时针传播的光束发生旋转,且旋转角度对应于光束的附加相移。对于右旋光束的旋转角 ρ ,等同于其相位提前了 ρ ;对于左旋光束的旋转角 ρ ,则相当于其相位滞后了 ρ ^[11]。异面腔中无背向散射影响的左旋光束 A_{10} 和 A_{20} 经过旋转 ρ 后变为 A'_{10} 和 A'_{20} ,旋转前后其振幅不发生改变。由于圆偏振光经过反射镜反射后左右旋偏振态发生互换^[12],因此异面腔旋转特性对于左旋主光束来说是相位延迟 ρ ,那么对于相应左旋主光束的背向散射光 W_1 和 W_2 则为相位超前 ρ ,背向散射角由 β 变为 β' 。右旋分量的旋转情况与之相反,由受光束旋转影响的方向矢量 e'_{10} 和 e'_{20} 可以得到异面腔内背向散射光 W'_1 和 W'_2 。则背向散射光影响下的左、右旋光束可表示为 A'_1 和 A'_2 。图中的实线和虚线对表示的是未考虑异面腔图像旋转特性下矢量合成,点线和点虚线对为考虑图像旋转下的矢量合成。

假设反射镜对环形腔内顺、逆时针光束的背向散射系数分别为 r_1 、 r_2 ,则背向散射光 W_1 、 W_2 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_1 &= r_1 \cdot \mathbf{A}_{20} \\ \mathbf{W}_2 &= r_2 \cdot \mathbf{A}_{10} \end{aligned} \quad (1)$$

$\mathbf{A}_{10}$ 、 $\mathbf{A}_{20}$ 、 $\mathbf{W}_1$ 、 $\mathbf{W}_2$ 、 $\mathbf{A}_1$ 、 $\mathbf{A}_2$ 之间满足矢量叠加三角形定则。

对于左、右旋分量其背向散射角的改变分别满足

$$\begin{cases} \beta'_1 = \beta_1 - \rho & (\text{左旋}) \\ \beta'_2 = \beta_2 - \rho \\ \beta'_1 = \beta_1 + \rho & (\text{右旋}) \\ \beta'_2 = \beta_2 + \rho \end{cases} \quad (2)$$

ϵ'_1 和 ϵ'_2 为异面腔中背向散射光的相位修正量,可用背向散射系数 r_1 、 r_2 近似表示为

$$\begin{aligned} \epsilon'_1 &\approx r_1 \cdot \sin(\psi + \beta'_1) \\ \epsilon'_2 &\approx -r_2 \cdot \sin(\psi - \beta'_2) \end{aligned} \quad (3)$$

则背向散射影响下的异面腔结构激光陀螺左旋分量 Sagnac 相差 ψ' 为

$$\begin{aligned} \psi' &= \psi'_0 - \epsilon'_1 + \epsilon'_2 \\ &= \psi'_0 - [r_1 \sin(\psi' + \beta'_1) + r_2 \sin(\psi - \beta'_2)] \\ &= \psi'_0 - E'_0 \sin(\psi' + \gamma') \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\psi'_0 = \psi_0 \quad (5)$$

$$E'_0 = [r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 (\cos\beta'_1 \cos\beta'_2 - \sin\beta'_1 \sin\beta'_2)]^{1/2} \quad (6)$$

$$\gamma' = \arctan\left(\frac{r_1 \sin\beta'_1 - r_2 \sin\beta'_2}{r_2 \cos\beta'_2 + r_1 \cos\beta'_1}\right) \quad (7)$$

其中, ψ_0 为光束 $\mathbf{A}_{10}$ 和 $\mathbf{A}_{20}$ 的相位差,即 Sagnac 相位差,则待测器件转动角速度 Ω' 对应激光陀螺的输出频差为^[11]

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \frac{\Delta\psi'}{\Delta T} = \frac{\psi'_0}{\Delta T} - \frac{E'_0}{\Delta T} \sin(\psi' + \gamma') \\ &= \frac{8\pi A}{\lambda \cdot L} [\Omega' - \Omega'_L \sin(\psi' + \gamma')] \\ &= 2\pi \cdot K [\Omega' - \Omega'_L \sin(\psi' + \gamma')] \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\Delta T = L/c$, $\psi'_0 = 2\pi\Delta L/\lambda = 8\pi A\Omega'/c\lambda$, 比例系数 $K = 4A/\lambda L$, A 为环形谐振腔所围成的有效面积, c 为谐振腔中的光速, λ 为腔内本征模式光波长。

当腔内顺、逆时针光束的背向散射系数相同,即 $r_1 = r_2 = r$ 时,左、右旋分量锁区阈值可分别表示为

$$\begin{aligned} \Omega_{Ll} &= \frac{cr}{\pi KL} \cos\left(\frac{\beta'_1 + \beta'_2}{2}\right) \\ &= \frac{cr}{\pi KL} \cos\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} - \rho\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_{Lr} &= \frac{cr}{\pi KL} \cos\left(\frac{\beta'_1 + \beta'_2}{2}\right) \\ &= \frac{cr}{\pi KL} \cos\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} + \rho\right) \end{aligned} \quad (9)$$

2 背向散射对激光陀螺锁区的影响

基于上述分析,可以得到异面腔结构图像旋转角 ρ 对陀螺锁区阈值 Ω_L 的影响(图 3),其中, $\beta_1 + \beta_2 = 120^\circ$ 。可以看出,异面腔陀螺中左、右旋分量的锁区阈值随着异面谐振腔的图像旋转角 ρ 的变化而周期性改变,所以异面腔中左、右旋分量的锁区阈值变化规律相似,周期均为 π 。异面腔图像旋转对于左、右旋分量中光束的相位作用正负相反,左旋分量锁区的相位调制项为 $\cos[-\rho + (\beta_1 + \beta_2)/2]$,右旋分量为 $\cos[\rho + (\beta_1 + \beta_2)/2]$,两者相位差为背向散射相位角之和 $\beta_1 + \beta_2$ 。亦即图中相应的左旋分量曲线向右平移,其移动量等于背向散射相位角时即可与右旋分量重合。

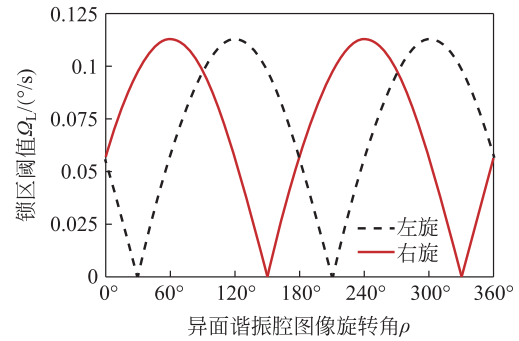


图 3 异面腔激光陀螺中锁区阈值 Ω_L 随图像旋转角 ρ 的变化

此外,随着异面腔图像旋转角 ρ 改变,左、右旋分量的锁区都可以取到最小值零,这意味着锁区消失。但是由于两者取得最小值点不同步,则实际异面腔激光陀螺的锁区阈值对应于左、右旋分量锁区阈值的最大值,即

$$\Omega_L = \max(\Omega_{Ll}, \Omega_{Lr}) \quad (10)$$

图 4 示出异面腔结构激光陀螺锁区阈值 Ω_L 同时随图像旋转角 ρ 和背向散射相位角 $\beta_1 + \beta_2$ 的变化规律。色度图表示锁区阈值的大小,颜色较深区代表锁区阈值较小,颜色较浅区代表锁区阈值较大。图中上方曲线为 $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$ 时,锁区阈值 Ω_L 随图像旋转角 ρ 的变化规律;图中右侧曲

线为 $\rho=180^\circ$ 时,锁区阈值 Ω_L 随背向散射角 $\beta_1 + \beta_2$ 的变化规律。可以看出,背向散射角 $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$ 且图像旋转角 $\rho=180^\circ$ 时,锁区阈值 $\Omega_L=0$,即锁区消失。

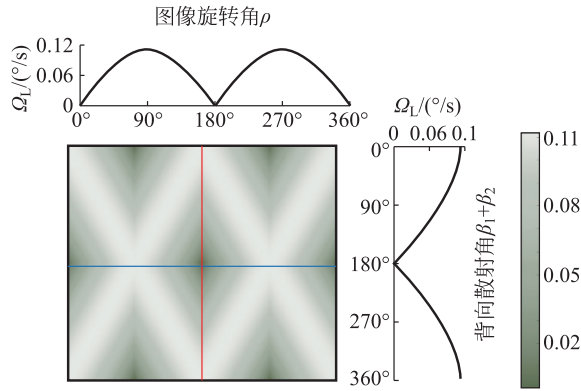


图4 锁区阈值 Ω_L 随 $\rho, \beta_1 + \beta_2$ 的变化规律

对于一给定异面谐振腔而言,其腔内光束的背向散射角是确定的,图5示出两种不同背向散射角情况下异面腔图像旋转角对锁区阈值的影响。可以看出,锁区阈值随着图像旋转角的改变,呈现出周期性变化。同时,当 $\beta_1 + \beta_2 = 120^\circ$ 时,不能通过调控图像旋转角同时使得左、右旋分量的锁区同时减小到零值。当其图像旋转角 $\rho = \pi$ 时,左、右旋分量锁区阈值最小,其值约为 $0.058^\circ/\text{s}$ 。当图像旋转角在区间 $0 < \rho \leq \pi/2$ 和 $\pi < \rho \leq 3\pi/2$ 时,异面腔激光陀螺的锁区由左旋分量决定;当 $\pi < \rho < \pi/2$ 和 $3\pi/2 < \rho < 2\pi$ 时,其锁区阈值由右旋分量决定。

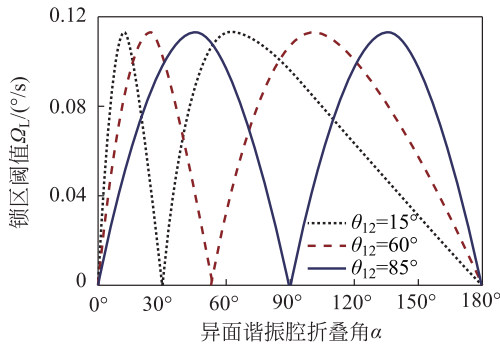


图5 异面腔激光陀螺锁区阈值 Ω_L 随图像旋转角 ρ 的变化

由于左、右旋分量锁区阈值曲线的周期均为 π ,两者之间相移量等于背向散射相位角之和,因此当 $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$ 时,左、右旋分量的锁区阈值同步变化,通过改变异面腔图像旋转角 ρ 能使四频

差动陀螺的锁区减小到零。这是由于当 $\rho = \pi$ 时,左、右旋分量的锁区阈值中,因子 $\cos[-\rho + (\beta_1 + \beta_2)/2]$ 和 $\cos[\rho + (\beta_1 + \beta_2)/2]$ 同时为零,此时陀螺锁区消除。

由于异面谐振腔图像旋转角 ρ 不能直接调控,而受到异面腔折叠角和腔内光束在四个反射镜上入射角直接影响,因此我们将进一步研究异面腔折叠角对其锁区阈值的影响,从而为通过调控腔结构来消除锁区奠定基础。

异面腔图像旋转角、折叠角和光束入射角之间的关系为^[11]

$$\begin{aligned}\sin(\theta_{12}) &= \tan(\alpha/2) \tan(\rho/4) \\ \cos(\theta_{23}) &= \sin(\alpha/2) \sec(\rho/4) \\ \sin(\rho/4) &= \tan(\theta_{12}) \tan(\theta_{23}) \\ \cos(\alpha/2) &= \sec(\theta_{12}) \sin(\theta_{23})\end{aligned}\quad (11)$$

基于此,图6示出不同入射角情况下异面腔激光陀螺锁区阈值随其折叠角的变化规律。其中, $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$ 。可以看出,当 θ_{12} 取不同值时,异面腔零锁区对应的折叠角均不同,对于入射角分别为 $15^\circ, 60^\circ, 85^\circ$ 情况下,当折叠角分别为 $\alpha = 29.2^\circ, \alpha = 53.3^\circ, \alpha = 90.0^\circ$ 时,锁区阈值为零。由式(11)可知,不同 θ_{12} 下 α 随 ρ 变化的线性程度不同,在 α 小于 $\pi/3$ 时,较小入射角 θ_{12} 锁区阈值的变化幅较大。为了保证调控的精确度,应当取光波入射角 θ_{12} 较大的情况。

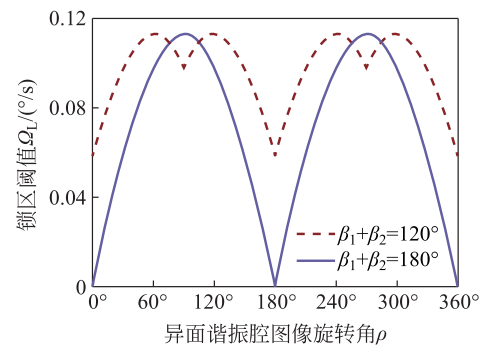


图6 异面腔激光陀螺锁区阈值 Ω_L 随腔折叠角 α 的变化

3 结语

本文利用光束旋转矢量法推导得到了异面腔激光陀螺的锁区表达式,并研究了异面腔激光陀螺中背向散射对其锁区阈值的影响特性。结果表明,异面腔结构特有的图像旋转特性直接作用于

本征模式的背向散射光相位角。异面腔图像旋转角对左、右分量产生的附加相移符号相反。左、右旋分量锁区阈值变化的周期均为 π , 两者之间相移量等于背向散射光相位角之和。当背向散射光相位角之和 $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ$ 时, 左、右旋分量的锁区阈值同步, 此时通过改变异面腔折叠角 α 可使异面腔激光陀螺的锁区阈值减小到零。同时, 从调控的精确度来看, 应当增大光波入射角 θ_{12} , 可使锁区阈值更容易调节到零点。相关结果可为异面腔结构设计、相关结构激光陀螺中锁区阈值的消除及其测量精度的提高提供一定的理论依据。

参 考 文 献

- [1] SCHREIBER K U, KLÜGEL T, WELLS J-P R. How to detect the Chandler and the annual wobble of the Earth with a large ring laser gyroscope[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(17): 3982-3989.
- [2] MARCIN P, MARTIN S, GERHARD S, et al. Polarisation compensation in non-planar image-rotating OPO ring resonators[J]. *Optics Express*, 2023, 31(8): 13226-13242.
- [3] 刘元正, 王京献, 马仰华, 等. 激光陀螺锁区最小化控制技术[J]. *光子学报*, 2010, 39(5): 781-784.
LIU Y Z, WANG J X, MA Y H, et al. Lock in zone controlling for ring laser gyro[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(5): 781-784. (in Chinese)
- [4] 谭中奇, 纪铨腾, 毛元昊, 等. 光学陀螺背向散射问题综述(特邀)[J]. *红外与激光工程*, 2023, 52(6): 82-101.
TAN Z Q, JI H T, MAO Y H, et al. Overview of back-scattering problems in optical gyro(invited)[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2023, 52(6): 82-101. (in Chinese)
- [5] 李东, 毕超, 赵建林. 全反射棱镜式环形谐振腔中背向散射特性研究[C]//2015年(第七届)西部光子学学术会议论文集, 2015.
- [6] LI D, BI C, JIANG Y J, et al. Influence of the eigenmode polarization deviation on the output Sagnac frequency difference in nonplanar ring resonators[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(3): 473-478.
- [7] LI D, BI C, ZHAO J L. Characterization of the eigenmode frequency spectrum influenced by the polarization states and light field distribution in a nonplanar ring resonator[J]. *Applied optics*, 2016, 55(12): 3287-3293.
- [8] 汪之国, 龙兴武, 王飞, 等. 异面腔四频差动激光陀螺的小抖动稳频[J]. *光学学报*, 2010, 30(11): 3233-3238.
WANG Z G, LONG X W, WANG F, et al. Path length control for nonplanar four-mode differential laser gyro with hill-climbing method[J]. *Acta Opticon Sinica*, 2010, 30(11): 3233-3238. (in Chinese)
- [9] 王颖辉, 侯建平. 同方向同频率谐振动合成初相位的确定[J]. *物理与工程*, 2010, (3): 14-16.
WANG Y H, HOU J P. Confirmation of initial phase of harmonic oscillations with the same direction and frequency[J]. *Physics and Engineering*, 2010, (3): 14-16. (in Chinese)
- [10] 刘扬正, 张伟强. 物理学及其工程应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015.
- [11] STITCH M L. *Laser handbook*[M]. Amsterdam: Elsevier, 2013.
- [12] 侯海虹, 范正修, 邵建达, 等. 光学表面的标量散射理论[J]. *激光与光电子学进展*, 2006, 42(11): 35-38.
HOU H H, FAN Z X, SHAO J D, et al. Scalar scattering theory of optical surfaces[J]. *Laser and Optoelectronics Progress*, 2006, 42(11): 35-38. (in Chinese)