

电磁特性研究反哺电磁波教学

——从粗糙面散射、透射和吸收看懂菲涅耳反射、折射和布儒斯特角

徐 鹏 吕 辉 马新国

(湖北工业大学理学院, 湖北 武汉 430068)

摘 要 光滑交界面上电磁场受边界条件约束, 表现为遵循菲涅耳定律及斯涅尔定律。这些规律不限于在光滑面上起作用。本文从粗糙面电磁散射、透射和吸收特征出发, 重新认识和理解菲涅耳定律、斯涅尔定律及布儒斯特角的影响, 看这些理论如何在粗糙面电磁行为研究中落地, 同时, 这些粗糙面电磁研究结果反过来滋养交界面电磁行为的教学。具象化的电磁散射、透射和吸收等物理图像与抽象的理论公式相互映衬, 打通了教学和科研的沟壑, 点燃了学生对界面电磁规律的探知欲和想象力。

关键词 电磁散射; 随机粗糙面; 菲涅耳反射; 布儒斯特角; 教学反哺

RESEARCH ON ELECTROMAGNETIC CHARACTERISTICS REPAYING ELECTROMAGNETIC WAVE TEACHING

—UNDERSTANDING FRESNEL REFLECTION, REFRACTION, AND BREWSTER
ANGLE FROM SCATTERING, TRANSMISSION, AND ABSORPTION OF ROUGH SURFACES

XU Peng LYU Hui MA Xinguo

(School of Science, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068)

Abstract The electromagnetic fields on a smooth interface satisfy boundary conditions, manifested as obeying Fresnel's law and Snell's law. These laws are not limited to working on smooth surfaces. Starting from the characteristics of electromagnetic scattering, transmission, and absorption from rough surfaces, we re-recognize and understand the impact of Fresnel's laws, Snell's theorem, and Brewster's angle, and see how these theories are applied in the study of electromagnetic behavior on rough surfaces. At the same time, the results of these studies on rough surface electromagnetics, in turn, nourish the teaching of electromagnetic behavior on interfaces. The concrete physical patterns of electromagnetic scattering, transmission, and absorption complement the abstract theoretical formulas, bridging the gap between teaching and research, and igniting students' desire and imagination to explore the electromagnetic laws on interfaces.

Key words electromagnetic scattering; random rough surface; Fresnel reflection; Brewster angle; teaching feedback

收稿日期: 2024-06-21

基金项目: 湖北工业大学教研项目“芯片类新工科专业建设研究与实践”(2020055); 湖北省教研项目“面向芯片产业的国家现代产业学院建设探索与实践”(2022282); 湖北工业大学教研项目“半导体器件与物理课程思政示范课”(2022027)。

通信作者: 徐鹏, 湖北工业大学理学院教授, xupeng@hbut.edu.cn。

引文格式: 徐鹏, 吕辉, 马新国. 电磁特性研究反哺电磁波教学——从粗糙面散射、透射和吸收看懂菲涅耳反射、折射和布儒斯特角[J]. 物理与工程, 2024, 34(6): 19-26.

Cite this article: XU P, LYU H, MA X G. Research on electromagnetic characteristics repaying electromagnetic wave teaching—Understanding Fresnel reflection, refraction, and Brewster angle from scattering, transmission, and absorption of rough surfaces[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(6): 19-26. (in Chinese)

引言

边界条件约束致使光滑界面上反射波、折射波相对入射波的大小遵行菲涅耳公式,折射方向与入射方向受光程最短原理支配,表现为折射角与入射角满足斯涅尔定律。实际交界面多不规则,相关电磁研究则是在目标不规则表面上求解满足边界条件的麦克斯韦方程,进而通过表面等效电磁流获取目标电磁特性。光滑平面可看作粗糙面的极端特例,对菲涅耳反射、透射规律的教学可跳出光滑平面之外,从粗糙面的电磁散射、透射和吸收行为中更深入阐释菲涅耳公式和布儒斯特角效应的作用。粗糙面电磁特性研究为菲涅耳公式和布儒斯特角效应理论教学的落地提供了鲜活的案例,科研结果图像使抽象的理论具象化,给学生理解界面电磁规律提供了另类视角和路径。本文所用时谐因子 $\exp(-i\omega t)$,相应地,相对介电常数的虚部均 $\epsilon_1'' = \mathcal{I}_m(\epsilon_1) > 0$ 。

1 菲涅耳公式细观察

如图 1 所示,左、右手介质(LHM 和 RHM)平面反射波是一样的,折射波大小相同,但方向相对法线对称。右手介质的折射波与入射波分处法线两侧,而左手介质的折射波与入射波却处在法线的同侧,并且其波矢与能流反向。这是由于左手介质介电常数和磁导率双负属性(不关虚部正负属性,虚部反映损耗,正负仅与采用的时谐因子相关,受电磁波衰减的数学描述确定),在麦克斯韦方程约束下决定的。

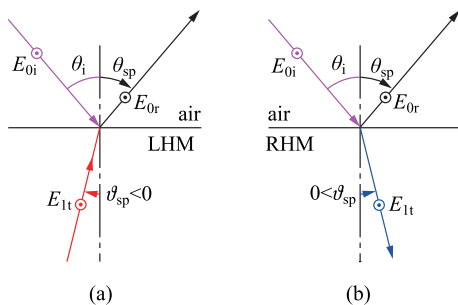


图 1 左手介质光滑交界面不同于右手介质的反常折射
(a) 左手介质; (b) 右手介质

考虑一般的非磁介质,包括右手介质 $[\mu_1 = 1,$

$\epsilon_1' = \mathcal{R}_e(\epsilon_1) > 0]$,左手介质($\mu_1 = -1, \epsilon_1' < 0$)等与空气界面,如图 1 所示,均满足斯涅尔折射定律^[1,2]:

$$\sin \vartheta_t = \sin \theta_i / n_1 \quad (1a)$$

$$n_1 = \pm \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}; \begin{cases} + & \text{for RHM} \\ - & \text{for LHM} \end{cases} \quad (1b)$$

左手介质具有负折射率,相同介电常数大小的左手介质平面折射与右手介质幅度相同,折射角却互为相反数,即方向沿法线对称。若为有耗介质,折射角 $\vartheta_t = \vartheta_t' + i\vartheta_t''$ 为复数,其物理内涵与等相位面相关物理量有关^[3]。 $\sin \vartheta_t$ 通过欧拉公式转换为指数函数,通过式(1a)中实部和虚部分别相等可得到 ϑ_t' 和 ϑ_t'' ,但折射角实部并不是有耗介质中实际传播方向。考虑 $z < 0$ 下半区域有耗介质的传播因子:

$$\exp(i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}) = \exp(k_{1z}' z) \exp(ik_x x - ik_{1z}'' z) \quad (2)$$

其中, k_x 在界面上下保持连续,相同折射率大小的右、左手介质 k_1 和 k_{1z} ,实部互为相反数,虚部相同且大于 0[注:时谐因子 $\exp(j\omega t)$ 时小于 0]:

$$k_1 = k_0 n_1 \quad (3a)$$

$$k_{1x} = k_x = k_0 \sin \theta_i \quad (3b)$$

$$k_{1z} = k_{1z}' + ik_{1z}'' = k_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i / n_1^2} \quad (3c)$$

从式(3c)实部、虚部分别相等可得

$$k_{1z}' = \pm k_0 \sqrt{|n_1^2 - \sin^2 \theta_i| + \mathcal{R}_e(n_1^2 - \sin^2 \theta_i)} / \sqrt{2} \quad (4a)$$

$$k_{1z}'' = k_0 \sqrt{|n_1^2 - \sin^2 \theta_i| - \mathcal{R}_e(n_1^2 - \sin^2 \theta_i)} / \sqrt{2} \quad (4b)$$

同样,对右、左手介质分取“ $\pm$ ”,反映了图 1(a)中左手介质透射波矢与透射能流反向的特点。通过费马原理导出的斯涅尔复折射角公式(1a),也可通过波数分量的比值获得其等价公式:

$$\tan \vartheta_t = \frac{k_x}{k_{1z}} = \frac{\sin \theta_i / n_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i / n_1^2}} \quad (5a)$$

而实际的传播方向应满足波数分量实部的比值:

$$\begin{aligned} \tan \vartheta_D &= \frac{k_x}{k_{1z}'} = \frac{\pm \sqrt{2} \sin \theta_i}{\sqrt{|n_1^2 - \sin^2 \theta_i| + \mathcal{R}_e(n_1^2 - \sin^2 \theta_i)}} \\ &= \frac{\sin \theta_i / n_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i / n_1^2}}; \text{ for } \mathcal{I}_m(n_1) = 0 \end{aligned} \quad (5b)$$

即无耗时,上式才退化到与式(5a)一致。给出相对应的右、左手介质 $\epsilon_1 = \pm 8.0 + 5.4i, \mu_1 = \pm 1$,从图 2 可以看出,实际折射方向相对法线对称,复

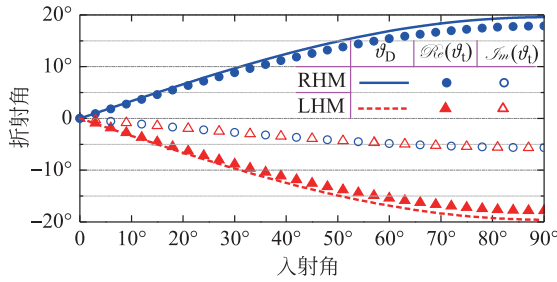


图2 右、左手介质平面实际折射角和复折射角随入射角变化的对照。介质参数分别为 $\epsilon_1 = \pm 8.0 + 5.4i$, $\mu_1 = \pm 1$

折射角实部也相对法线对称,仅虚部相同且为负值。另外,两种介质的实际折射角均偏大于复折射角实部,只有当介电常数和磁导率的虚部均趋于0或入射角趋于0时,它们才会趋于一致,伴随复折射角虚部也趋于0。

光滑交界面上菲涅耳公式从边界条件导出,反映界面电磁场间关系,应用于不同场合,可有多种形式。右、左手介质水平和垂直两种极化的菲涅耳反射系数可统一表达为^[4]

$$R_{hh} = \frac{\mu_1 k_{0z} - k_{1z}}{\mu_1 k_{0z} + k_{1z}} = \frac{\mu_1 \cos \theta_i \mp \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}}{\mu_1 \cos \theta_i \pm \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (6a)$$

$$R_{vv} = \frac{\epsilon_1 k_{0z} - k_{1z}}{\epsilon_1 k_{0z} + k_{1z}} = \frac{\epsilon_1 \cos \theta_i \mp \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}}{\epsilon_1 \cos \theta_i \pm \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (6b)$$

上式也可用波阻抗来表达,类似传输线负载反射。利用斯涅尔公式,右、左手介质的菲涅耳反射系数均可表示成入射角和折射角的函数^[5]:

$$R_{hh} = -\sin(\theta_i \mp \vartheta_t) / \sin(\theta_i \pm \vartheta_t) \quad (7a)$$

$$R_{vv} = \tan(\theta_i \mp \vartheta_t) / \tan(\theta_i \pm \vartheta_t) \quad (7b)$$

左、右旋圆极化收发同向和收发反向反射系数分别为

$$\left. \begin{aligned} R_{LL} \\ R_{RR} \end{aligned} \right\} = \frac{R_{vv} + R_{hh}}{2} = \mp \frac{\tan(\theta_i \mp \vartheta_t)}{\sin(\theta_i \pm \vartheta_t)} \sin \theta_i \sin \vartheta_t \quad (8a)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{LR} \\ R_{RL} \end{aligned} \right\} = \frac{R_{vv} - R_{hh}}{2} = \frac{\tan(\theta_i \mp \vartheta_t)}{\sin(\theta_i \pm \vartheta_t)} \cos \theta_i \cos \vartheta_t \quad (8b)$$

也可简化为入射角的单调函数,若 $\mu_1 = \pm 1$,则^[6]

$$\left. \begin{aligned} R_{LL} \\ R_{RR} \end{aligned} \right\} = \frac{-\sin^2 \theta_i}{\frac{n_1^2 + 1}{n_1^2 - 1} \cos \theta_i (\cos \theta_i + \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}) + 1} \quad (9a)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{LR} \\ R_{RL} \end{aligned} \right\} = \frac{\cos \theta_i \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}}{\frac{n_1^2 + 1}{n_1^2 - 1} \cos \theta_i (\cos \theta_i + \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \theta_i}) + 1} \quad (9b)$$

很显然,入射角越大时,同向圆极化反射也越大,而反向圆极化则越小,反之亦然。此特性可用于遥感或通信的电磁波极化方式选择^[7]。相应地,各极化透射系数也可通过边界条件直接求得,或通过反射系数间接表达。因能量守恒,吸收率可表示为

$$\mathcal{A}_{pq} = 1 - |R_{pq}^2|; \quad pq = hh, vv, LL, RR, LR, RL \quad (10)$$

另外,当右、左手介质分别满足 $\theta_i \pm \vartheta_t = 90^\circ$ 时,即右手介质中折射波与反射波垂直,左手介质中折射波与入射波垂直,则式(7b)中的分母趋于无穷,垂直极化反射波湮灭,仅剩水平极化反射波,相应垂直极化吸收率为最大值1,此即布儒斯特角效应,该入射角即布儒斯特角 θ_B ,可通过式(6b)的模值导数为0求得:

$$\tan \theta_B = \frac{\sqrt{\mathcal{R}e(\sqrt{1 - \sin^2 \theta_B / n_1^2} \times n_1)}}{\sqrt{\mathcal{R}e(\sqrt{1 - \sin^2 \theta_B / n_1^2} \div n_1)}} = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}; \quad \text{for } \mathcal{I}m(n_1) = 0 \quad (11)$$

即无耗介质布儒斯特角 θ_B 简化为折射率数值对应的正切角。有耗介质折射角为复数,必然有 $\theta_i \pm \vartheta_t \neq 90^\circ$,但垂直极化吸收率的最大值仍然存在,只是略小于1,该最大值处的入射角仍被认为 θ_B 。若为 $\epsilon_1 = \pm 1$ 极限状况,观察式(6),水平和垂直两种极化反射波均消失,任意入射角下均全透射。

给定有耗介质 $\epsilon_1 = \pm 8.0 + 5.4i$,图3给出了不同极化吸收率。水平和垂直极化吸收率曲线具有相同的始、终点。很显然,水平极化吸收率随入射角单调递减,垂直极化吸收率先增后减,最大值

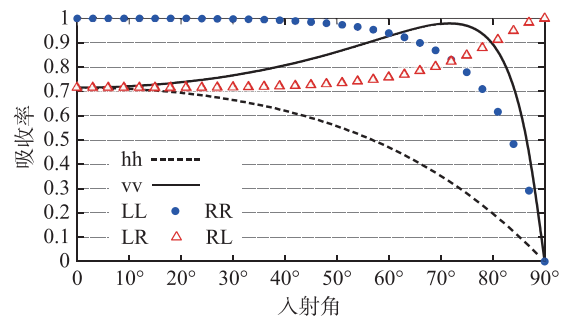


图3 平面同向和反向圆极化吸收率随入射角变化的对照,线极化吸收率仅作参考。 $\epsilon_1 = \pm 8.0 + 5.4i$, $\mu_1 = \pm 1$

果然因介质有耗而略小于1,该处入射实际布儒斯特角 $\theta_B = 72^\circ$ 依然满足式(11)隐函数。反向圆极化曲线与线极化共始点,终点吸收率为1;同向圆极化曲线与线极化共终点,始点吸收率为1。反向圆极化吸收率单调递增,而同向圆极化吸收率单调递减,两者在掠入射附近和正入射附近的特性绝然相反,与式(9)圆极化菲涅耳反射系数相呼应。

2 粗糙面电磁散射与透射蕴含反射折射定律

平面作为随机粗糙面的极端特例,暗示可从粗糙面散射和透射深入理解平面菲涅耳定律和斯涅尔定律。高斯随机粗糙面由均方根高度 h 、相关长度 l 和相关函数三个量决定。 h 反映粗糙面纵向起伏程度,在 l 不变的情况下,粗糙度随 h 增加而变大; l 反映粗糙面横向平缓程度,在 h 不变的情况下, l 越长则粗糙面平均坡度越小;相关函数和谱密度互为傅里叶变换对^[8,9]:

$$C(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dk \exp(-ikx) W(k) \quad (12a)$$

$$W(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(ikx) C(x) \quad (12b)$$

其内在谱特征与粗糙度强相关,对于相同的 h 和 l ,高斯相关和指数相关处于高斯随机粗糙面的两个极端,其表达式分别为^[8,9]

$$C(x) = \begin{cases} h^2 \exp(-x^2/l^2) & \text{高斯相关} \\ h^2 \exp(-|x|/l) & \text{指数相关} \end{cases} \quad (13)$$

指数介于1~2之间,则构成一系列幂律谱。上式相应的谱密度为^[8,9]

$$W(k) = \begin{cases} \frac{h^2 l}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{k^2 l^2}{4}\right) & \text{高斯相关} \\ \frac{h^2 l}{\pi(1+k^2 l^2)} & \text{指数相关} \end{cases} \quad (14)$$

如图4(a)所示,相同种子和统计参数生成的两种粗糙面空间分布,其脉络一致,高斯相关谱相对最光滑,表面几乎没有微小波动,指数相关谱最粗糙,表面有剧烈的精细起伏结构。反映在如图4(b)所示谱的差别上,则高斯谱在高频端急剧衰减,指数谱在高频端依然较大。在两者之间,有一系列的幂律谱,高频段介于两者之间,粗糙度也介于两者之间^[8]。这三者属于高斯随机粗糙面的不同谱分布。

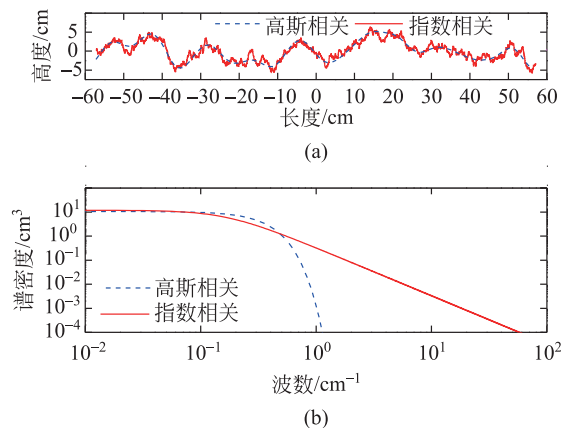


图4 高斯相关和指数相关随机粗糙面对照。均方根高度均为 $h=2.5\text{cm}$, 相关长度均为 $l=6.0\text{cm}$

(a) 相同种子的两者几何剖面对照; (b) 两者谱密度特征对照

菲涅耳反射和斯涅尔折射描述的是光滑界面对入射电磁波在空间上的能量再分配现象,光滑界面上不同局部面对电磁波响应的相位差是一样的,其干涉效应造成再分配能量仅存在于反射角和折射角两个方向上,即镜向上。菲涅耳规律和斯涅尔规律是电磁波边界条件约束的必然自洽结果,同样适用于随机粗糙面上每一局部入射角,但不同局部面对电磁波的散射不再仅存相干波,还新增分布在全向上的非相干波。甚至粗糙到一定程度时,相干条件完全被破坏,相干波消失,仅存非相干波。通过随机粗糙面电磁散射和透射的数值结果,为我们理解界面电磁规律提供了极佳的另类视角。图5分别给出了左、右手介质指数相关随机粗糙面对入射波能量在全方向上再分布响应的演变过程^[10],其中上半空间为散射系数,下半空间为透射系数。散射系数和透射系数分别是散射角和透射角上,被入射波归一化的能量比值,受能量守恒律约束,其全向角累加必然等于1,否则说明计算精度不足。下半空间的角累加为吸收率,热平衡下等于发射率,不同频率和极化下的发射率受介质几何特性和物理参数影响,可应用于被动遥感。上半空间的散射回波与介质几何、物理参数同样具有因果关系,可应用于单站主动遥感。它向散射则可用于双站主动遥感。主、被动遥感在应用手段上截然不同,技术实现上更是有显著差异,但数值求解模型上一样,属于麦克斯韦方程求解的两个不同侧面。

随机粗糙面每次实现的数值结果也必然随

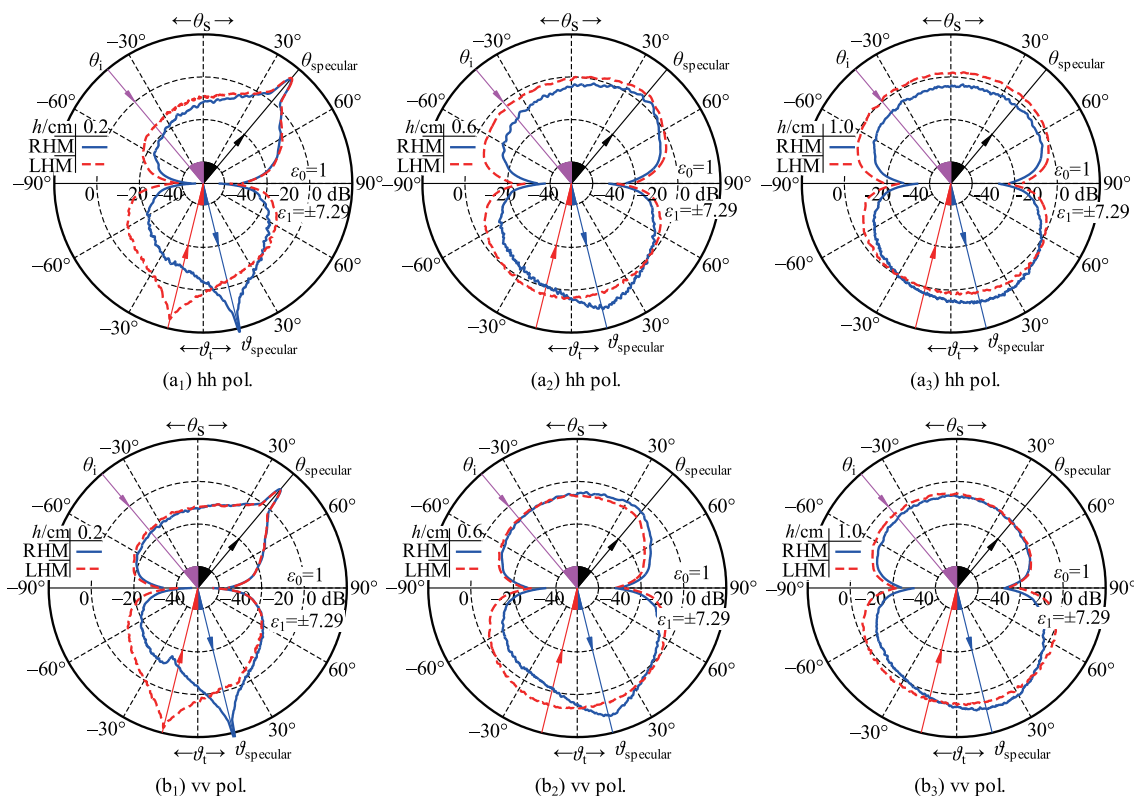


图5 RHM和LHM指数相关随机粗糙面全向能量分布对照及随粗糙度增加的演变。频率 $f=10.5\text{GHz}$, $\epsilon_1=\pm 7.29$, $\mu_1=\pm 1$, $l=6.0\text{cm}$, 入射角 $\theta_i=40^\circ$, 镜向散射角均为 $\theta_{\text{specular}}=40^\circ$, 镜向透射角分别为 $\vartheta_{\text{specular}}=\pm 13.8^\circ$

(a) hh极化; (b) vv极化; (1) $h=0.2\text{cm}$; (2) $h=0.6\text{cm}$; (3) $h=1.0\text{cm}$

机,但统计平均后结果收敛。图5显示的是电磁散射和透射能量平均后的总结果,而相干波是平均电磁场的能量结果,非相干波是剔除平均场后电磁能量平均结果,相干波和非相干波合成总结果,且均可数值方法提取。对于高斯随机粗糙面,相干波仅存在于镜向上,非相干波全向分布。粗糙面的相干波和非相干波也可用2阶微扰法的结果来理解,其0阶解是相干波,大小等于相应平面的反射和折射,其2阶解也是相干波,且为负值,这样才能让渡一部分散射和透射能量分配给1阶的非相干波,但吸收率会受到调节,不会与平面的相同。前向散射角和前向透射角为正值,后向散射角和后向透射角为负值。特别地,两种介质的镜向散射均在前向,回波(与入射反向)在后向,两者相对铅垂线对称;RHM的镜向透射在前向,LHM的镜向透射却在后向,两者同样对称。在粗糙度较小时,如图5(a₁)所示水平极化波,可清晰地看到左手介质不同于右手介质的反常透射,与抽象的麦克斯韦理论结论(见图1)一致。在镜向上还存在相干波,相干波可看作蕴含的平面菲涅

耳反射和折射成分,左、右手介质最大散射就在镜向反射方向上,最大透射分布在法线两侧,就在各自的镜向折射方向上。但此处相干波能量小于相应平面的反射波和折射波能量,因为被非相干波散射和透射分润到全向上。图5(b₁)所示垂直极化波也具有同样的趋势,但因边界条件不同故在幅度上不同。通过图5(a₁, b₁)案例可深刻体会菲涅耳反射与折射,在粗糙面的镜向散射和镜向透射上发挥作用,即蕴含的相干波角度参数 $\vartheta_{\text{specular}}=\pm 13.8^\circ$ 与 $\theta_i=40^\circ$ 仍然遵行斯涅尔定律。

随着粗糙度的增加,如图5(a₂, b₂)所示,相干波减弱甚至可忽略,镜向散射和镜向透射减小直至仅存非相干波成分,两者最大散射方向不断后移且不再凸显,两者最大透射方向也不断前移且不再凸显,LHM最大透射方向前移到RHM最大透射方向。再往前引申一步,粗糙度增大到一定程度,如图5(a₃, b₃)所示,粗糙面各部分随机到无法形成相干,能量全被分摊到全向上的非相干波,镜向将不再具有特殊性。此时的镜向散射和透射均只有非相干波存在,且不一定为最大值。LHM

的透射波束变得更宽,即能量分布更为分散。若往后退一步回看,平面作为粗糙面的极端特例,完全没有非相干波,仅存在相干波,即所谓的菲涅耳反射波和折射波。

3 粗糙面电磁吸收再认识布儒斯特角

3.1 粗糙度影响布儒斯特角

式(7b)显示,当折射波与反射波垂直时(对左手介质,与入射波垂直),垂直极化反射系数中分母为 $\tan 90^\circ$,说明无耗时仅有折射波,该入射角即为布儒斯特角 $\theta_B = \theta_i$ 。如图6所示微扰法^[10]所得L波段全入射角的垂直极化吸收率。 $h=0$ 即退化成平面,其吸收率在 $\theta_B = 69.7^\circ$ 时达到极值1,随着均方根高度增加(即粗糙度增加),布儒斯特角效应遭到一定破坏,吸收率达不到1,但吸收率的极值(图中分别用 $\odot$ 和 $\triangle$ 标注)还在,布儒斯特角影响还在,极值处的入射角仍看作显性布儒斯特角。该极值存在的原因在于,此入射角下粗糙面不同局部还存在大量的局部入射角契合实际布儒斯特角。随着粗糙度递增,破坏越严重,极值处吸收率递减,相应的显性布儒斯特角递减才能维持隐性局部入射角匹配实际布儒斯特角。

从图6中不仅可以看到布儒斯特角效应随粗糙度递增的演变,而且在高斯相关和指数相关两种随机粗糙面中演变程度的不同,指数相关粗糙面比相同参数的高斯相关粗糙面更粗糙,其吸收率也更高,对布儒斯特角效应的破坏也更严重,在显性布儒斯特角下的吸收率下降得更慢。在 $h=2\text{cm}$ 时,高斯相关粗糙面仍然有吸收极值存在,布

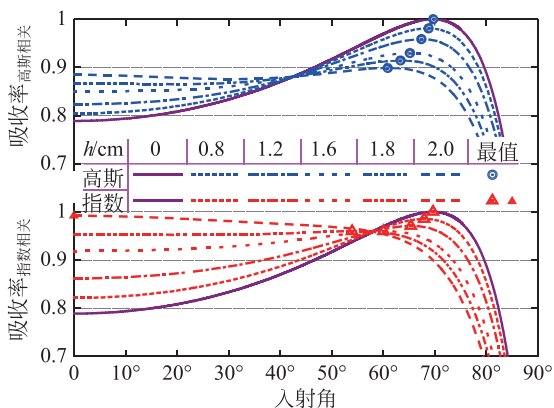


图6 不同均方根高度高斯相关和指数相关粗糙面vv极化吸收率随入射角变化的对照,最值点入射角即为显性布儒斯特角。 $f=1.5\text{GHz}$, $\epsilon_1=7.29$, $\mu_1=1$, $l=6.0\text{cm}$

儒斯特角还在起作用,然而指数相关粗糙面的吸收率不再有极值(其最大值在最左端的 $\triangle$ 上),变得随入射角单调下降,其布儒斯特角效应也基本可忽略。另外,其中还有一个有趣的现象,就是不同粗糙度的吸收曲线相交于同一入射角,高斯相关和指数相关粗糙面分别相交于 42.5° 和 58° 。将两种粗糙面中显性布儒斯特角随粗糙度的变化规律重现于图7,可以看出,布儒斯特角均随粗糙度单调递减,变化跨度高达 $10^\circ \sim 15^\circ$,在指数相关粗糙面中递减更快,充分揭示了布儒斯特角效应依然在起作用,并且在更粗糙的环境下,局部入射角碰巧为实际布儒斯特角 $\theta_B = 69.7^\circ$ 的概率更低。布儒斯特角随粗糙度的变化规律可应用于介电常数测量或粗糙面统计参数估计。特别地,粗糙面中布儒斯特角效应也可用粗糙面双站散射系数曲线的凹陷来评估^[11]。

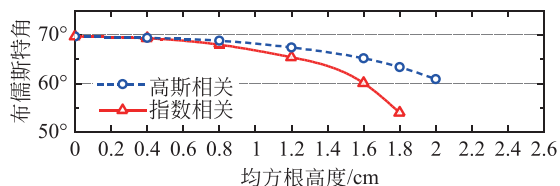


图7 高斯相关和指数相关粗糙度(即 h 递增)对布儒斯特角影响的对照。物理、几何参数与图6相同

3.2 布儒斯特角效应影响电磁吸收

电磁波入射到平面上时,LHM和RHM的吸收率没有区别,仅如图1所示透射方向相左。受布儒斯特角效应的影响,如图8(a)所示,垂直极化吸收率在 $\theta_B = 69.7^\circ$ 处为1,构成最值点,邻域都比较大,而水平极化吸收率却随入射角单调递减。在掠入射时,穿过界面的两种极化场均越来越少,吸收不断降低,直至 90° 掠入射时不穿越界面,吸收率降为0。为了更深入地理解布儒斯特角效应,图8(a)也分别显示了左、右手介质指数相关随机粗糙面的水平和垂直极化吸收率,在不同入射角下的矩量法结果^[10](此处粗糙度大,微扰法失效)。在X波段,波长远小于L波段,同一粗糙面会因为电尺寸变大而变得更加粗糙。大粗糙度几乎彻底破坏了布儒斯特角条件,即粗糙面不同位置上局部入射角碰巧为 θ_B 的概率很低,所以两种极化的粗糙面吸收率均单调递减。并且,由于左手介质LHM的反向折射特点,引起从介质到上半空间的二次反向透射^[10],在全入射角范围内其

吸收率均小于右手介质的吸收率。

对于正常的右手介质来说,粗糙度等效增加了电磁波照射面积,所以其水平极化吸收率在全入射角范围内均大于光滑平面的吸收率。而LHM的水平极化吸收率,因前述原因在大部分入射角下小于光滑平面的吸收率,在掠入射时,如图中 $\theta_i > 70^\circ$,其反向二次透射效应变弱,甚至消失,但粗糙面破坏了掠入射条件,粗糙面上每个局部入射角不可能都趋于 90° ,所以,在掠入射时,粗糙面的吸收率(不管是RHM还是LHM)均会大于光滑平面的吸收率。可推测这一点对垂直极化依然成立,因数值计算能力限制,图中尽管看不到这一点,但根据趋势,其将发生在更高的掠入射范围内 $\theta_i > 85^\circ$,这也是因为平面的垂直极化比水平极化吸收率更大,更难趋于0的缘故。

将图8(a)中粗糙面吸收率剔除掉平面吸收率基数,得到如图8(b)所示仅粗糙度对吸收率的贡献。图8(b)更清晰地展现不同材料、不同极化下,粗糙度对吸收率的正、负贡献。LHM粗糙度的吸收率贡献曲线总是在RHM曲线的下方,在相当

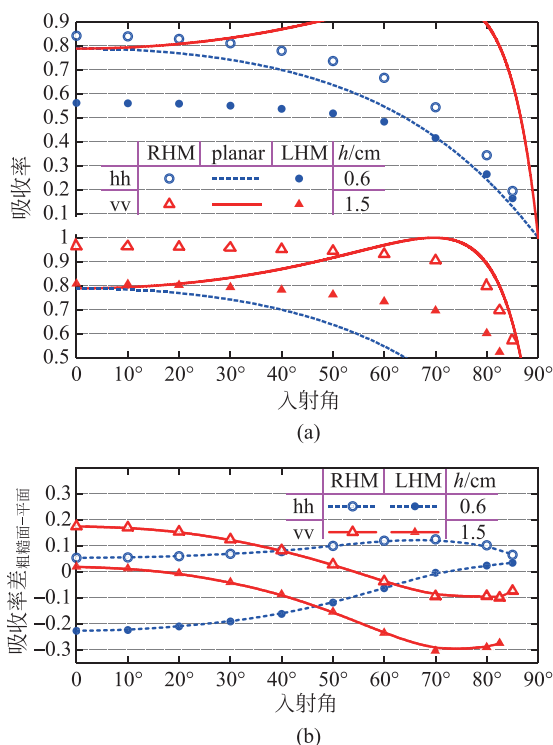


图8 指数相关固定粗糙度在不同入射角下对RHM和LHM吸收率的影响和贡献对照。 $f=10.5\text{GHz}$, $\epsilon_1=\pm 7.29$, $\mu_1=\pm 1$, $l=6.0\text{cm}$ 。hh极化 $h=0.6\text{cm}$, vv极化 $h=1.5\text{cm}$ (a) 粗糙面吸收率(平面吸收率仅作参考); (b) 粗糙面与平面吸收率差(即粗糙度贡献)

广的入射角范围内,分别针对水平和垂直极化,LHM和RHM的曲线保持大致平行,只在掠入射时,两者的水平极化吸收率趋于一致,并在粗糙度对吸收率的正贡献方向上趋向0且稍大于0。两者的垂直极化吸收率看似没有趋向一致,在 $\theta_i < 85^\circ$ 时依然保持较大差距,那时因为掠入射角不够,可合理推测在 $\theta_i \rightarrow 90^\circ$ 时,粗糙度完全破坏掉掠入射不穿越界面的极限,两者均将变为正贡献,并从稍大于0的方向上趋于0。

图9(a)显示固定入射角 $\theta_i=40^\circ$ 下,指数相关不同粗糙度(均方根高度 h 递增,相关长度 $l=6.0\text{cm}$ 固定)对吸收率的影响。图9(b)将其转化为粗糙度对吸收率贡献(即粗糙面与平面吸收率差)的变化规律曲线,初始点 $h=0$ 即退化为光滑平面,其粗糙度的贡献自然均为0,LHM的吸收率与RHM一致。随均方根高度递增,粗糙度对两种极化RHM的吸收率贡献均为正效应,原因即为粗糙度变相增加了接收电磁波照射的等效面积,故两种极化吸收率增量均随粗糙度单调递增,但因为吸收率的上限1制约,逐渐呈现饱和趋势。从图8(a)可以看出, $\theta_i=40^\circ$ 时平面水平和垂直极化吸收率分别是0.70和0.87,所以粗糙度对吸收率正贡献的上限分别是0.30和0.13,负效应的下限分别是-0.70和-0.87。另外,粗糙度对水平极化吸收率的贡献烈度比垂直极化的更大,光滑

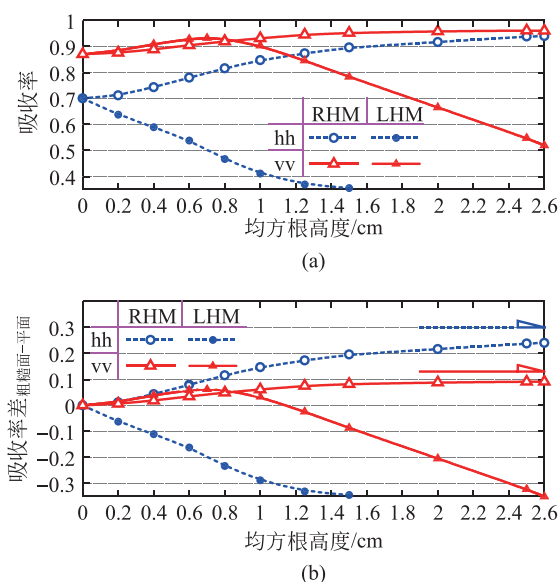


图9 指数相关不同粗糙度在固定入射角下对RHM和LHM吸收率的影响和贡献对照。 $f=10.5\text{GHz}$, $\theta_i=40^\circ$, $\epsilon_1=\pm 7.29$, $\mu_1=\pm 1$, $l=6.0\text{cm}$

(a) 粗糙面吸收率; (b) 粗糙面与平面吸收率差

平面的垂直极化吸收率本身很大[见图 8(a)], 离上限 1 的余地较小, 所以粗糙度对垂直极化吸收率的提升空间没有水平极化大是合理的。该入射角下, LHM 粗糙度对水平极化吸收率全为负效果, 这是 LHM 的二次反向透射导致^[10], 并随粗糙度的增加, 反向透射越厉害, 负效应越严重, 但也呈现一定的单调递减饱和趋势, 这是受到吸收率的下限 0 制约所导致。LHM 指数相关粗糙度递增对垂直极化吸收率的贡献曲线完全不同于水平极化, 呈现先正后负效应、先增后减的非单调模式。之所以如此, 除二次反向透射促使吸收率变小的趋势外, 粗糙界面上某些局部入射角, 一定概率地存在垂直极化特有的布儒斯特角, 其效应与二次反向透射的作用相反, 促使吸收率变大的趋势。二次反向透射和布儒斯特角两种对立效应的共同作用与竞争, 使得垂直极化吸收率增量随粗糙度递增的变化规律更加复杂。在粗糙度变大时, 布儒斯特角被严重破坏, 反向透射效应占主导, 粗糙度的负贡献不断加强, 并且还有继续拉低的潜力。该案例物理图像为我们理解并利用布儒斯特角效应解释物理表象的内在反常机理, 提供了生动有趣的窗口。

本科教学中仅用式(7b)粗略地描述布儒斯特角现象, 得到该角度下无耗介质反射波化为水平单极化波的简单结论。粗糙面散射和吸收的科研案例丰富了布儒斯特角效应的内涵, 有助于理解其特点。垂直极化波电磁行为不同于水平极化, 除边界条件差异所导致外, 往往可用布儒斯特角效应来解释。反过来, 也有利于布儒斯特角效应的教学, 促进该原理学以致用。

4 结语

菲涅耳定律、斯涅尔定律和布儒斯特角效应广泛存在于自然界面上。通过粗糙面电磁散射、透射和吸收, 形象地将上述诸多原理的物理图像揭示出来, 使理论公式软落地, 也串起了电磁边界条件那点事, 可以形象地勾勒出交界面上电磁波行为的起伏跌宕。这样的教学不仅达到电磁

波课程教学难度降低的显著效果, 而且催化学生张开想象的翅膀, 轻松拿捏电磁波在界面上变化的概念、规律、和应用方法, 有效激发该类课程的学习兴趣和激情。

参 考 文 献

- [1] CHENG D K. Field and wave electromagnetics[M]. 2nd Edition. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 1989.
- [2] 毛钧杰, 刘荧, 朱建清. 电磁场与微波工程基础[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
MAO J J, LIU Y, ZHU J Q. Electromagnetic fields and elements of microwave engineering[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004. (in Chinese)
- [3] 万和平, 钱鉴, 王相元. 复数折射角的物理内涵[J]. 微波学报, 1998, 14(4): 296-301.
WAN H P, QIAN J, WANG X Y. The physical connotations of the complex refraction angle[J]. Journal of Microwaves, 1998, 14(4): 296-301. (in Chinese)
- [4] CHEW W C. Waves and Fields in Inhomogeneous Media [M]. Piscataway NJ: IEEE Press, 1995.
- [5] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1997.
GUO S H. Electrodynamics[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 1997. (in Chinese)
- [6] XU P, CHEN K S. Circularly polarized bistatic scattering from Sastrugi snow surfaces[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017, 14(8): 1398-1402.
- [7] CHEN X Y, XU P, MA X G, et al. Abnormal circularly polarized propagation over terrain profile with Gaussian correlated roughness [J]. Progress in Electromagnetics Research Letters, 2022, 104: 169-177.
- [8] LI Q, SHI J C, CHEN K S. A generalized power law spectrum and its applications to the backscattering of soil surfaces based on the integral equation model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(2): 271-280.
- [9] TSANG L, KONG J A, DING K H. Scattering of electromagnetic waves, Vol 1: Theories and applications [M]. New York: Wiley, 2000.
- [10] XU P, SHI J C. Roughness effects on absorption and scattering of left-handed materials[J]. Radio Science, 2014, 49(6): 400-414.
- [11] KAWANISHI T. Brewster's scattering angle in scattered waves from slightly rough metal surfaces[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(13): 2845-2849.