

## 下落水中乒乓球的吸入与出射过程

黄思睿 侯吉旋 黎秋航

(东南大学物理学院, 江苏 南京 211189)

**摘要** 一个乒乓球漂浮在盛水的杯子中, 让杯子下落并与地面发生碰撞, 将会看到乒乓球从杯中射出并超过其初始高度。在杯子下落过程中, 乒乓球受到的重力与浮力消失而在表面张力的作用下被吸入水中。在杯子与地面碰撞时, 杯子剧烈的减速过程导致乒乓球感受到巨大的浮力。在该浮力的作用下乒乓球被射出杯子, 且乒乓球的出射速度正比于杯子的撞击速度。

**关键词** 乒乓球火箭; 浮力; 表面张力

## THE SUCTION AND EJECTION PROCESSES OF A TABLE TENNIS BALL INSIDE A CUP FILLED WITH WATER

HUANG Sirui HOU Jixuan LI Qihang

(School of Physics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 211189)

**Abstract** A table tennis ball is floating in a cup of water. After the cup is dropped and collides with the ground, the table tennis ball will get launched to a great height. During the free falling of the cup, the gravity and the buoyancy applied on the ball vanish in the reference frame of the cup, and the ball is sucked into the water due to the interfacial tension. When the cup collides with the ground, the intense deceleration process leads to an enormous buoyancy acting on the ball. Under the influence of this buoyant force, the table tennis ball is ejected from the cup, and the ejection velocity of the ball is directly proportional to the impact velocity of the cup.

**Key words** table tennis ball rocket; buoyancy; interfacial tension

2024 年国际青年物理学家锦标赛(IYPT2024)

的第五题描述了一个有趣的动力学现象: 一个乒乓球被放在一个盛水的容器里, 如图 1 所示。当容器落下并与地面发生碰撞后, 乒乓球会被弹射到很高的地方, 该现象被称为乒乓球火箭现象。尽管乒乓球火箭现象非常简单且现象容易复现, 但是其物理机理是极其复杂的。

### 1 伽利略大炮

乒乓球火箭现象看起来类似于经典的伽利略大炮 (Galilean cannon) 问题<sup>[1,2]</sup>。在伽利略大炮问题中, 将一个较轻的球 (例如网球) 叠放在一个较重的球 (例如篮球) 之上, 让它们一齐落地, 将会

收稿日期: 2024-04-23

基金项目: 东南大学教学改革研究与实践面上项目(2022-072); 东南大学教学改革研究与实践青年资助项目(2022-029)。

通信作者: 黎秋航, 东南大学物理学院工程师, 125033853@qq.com。

引文格式: 黄思睿, 侯吉旋, 黎秋航. 下落水中乒乓球的吸入与出射过程[J]. 物理与工程, 2024, 34(5): 150-152.

Cite this article: HUANG S R, HOU J X, LI Q H. The suction and ejection processes of a table tennis ball inside a cup filled with water [J]. Physics and Engineering, 2024, 34(5): 150-152. (in Chinese)

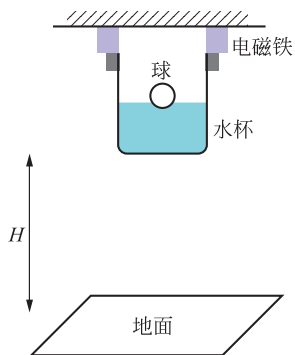
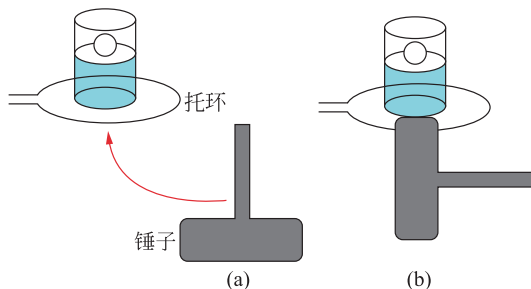


图1 乒乓球火箭实验示意图

看到轻球可以被弹射到几倍于原始高度的位置上。这是一个典型的在碰撞过程中动量传递问题,可以简单地通过轻球—重球、重球—大地之间的弹性(或非弹性)碰撞加以解释。然而在乒乓球火箭问题中,置于水中的乒乓球处于高度耗散的环境中,是不能用简单的动量传递来解释的<sup>[3,4]</sup>。在盛水的容器落地前,由于表面张力的作用乒乓球会被吸入水中;而在容器落地时乒乓球将在竖直方向上获得巨大的加速度而射出容器。

为了能够直观地将乒乓球火箭问题与伽利略大炮问题区分开,并且观察到乒乓球吸入过程的重要性,可以进行如图2所示的实验。在图2中,将水杯静置于金属框架上。金属框可以限制水杯向下运动以避免水杯掉落,但是水杯可以自由地从框架上提起。利用锤子从下方竖直地敲击水杯底部,以此代替水杯与地面碰撞的过程。在这个实验中我们并不能观察到乒乓球射出的现象。

图2 不让水杯下落,而是用锤子敲击水杯底部代替碰过程  
(a) 敲击前;(b) 敲击时

假如使用与伽利略大炮类似的动量传递来解释乒乓球火箭,那么不论杯子与地面碰撞还是与锤子碰撞都应该导致乒乓球的射出,所以图2所示的实验排除了利用动量传递来解释本问题的可能性。图1和图2的不同地方在于图1所示的实验中杯子在碰撞前有一段自由落体的过程,在这个过程中,

以杯子为参考系,作用在乒乓球上的重力和浮力都消失了,这时水的表面张力将起主导作用。在表面张力的作用下,乒乓球逐渐吸入到水体之内。因此吸入过程对乒乓球的出射具有至关重要的作用。

## 2 理论分析

### 2.1 乒乓球的出射速度

采用如图1所示的装置,利用电磁铁可以实现水杯的静止释放。水杯撞击地面时的速度  $V \approx \sqrt{2gH}$ , 其中  $g$  和  $H$  分别为重力加速度和水杯高度。乒乓球出射速度  $v$  是需要求解的物理量。水杯中乒乓球排开的水的质量为  $m_w$ 。在水杯释放前,根据阿基米德浮力定律  $m_w$  等于乒乓球的质量  $m$ 。而在水杯释放后,乒乓球在表面张力的作用下被吸入水中,此时  $m_w > m$ 。

在杯子撞击地面时,杯子经历了一个剧烈的减速过程,将减速过程持续时间记为  $\delta t$ ,杯子的加速度为  $a = V/\delta t$ 。以杯子为参考系,系统将受到一个巨大惯性力,此时等效的重力加速度即为  $a$ 。假设乒乓球排开水的体积为  $V_w$ , 水的密度为  $\rho$ , 那么此时乒乓球受到的等效浮力即为  $\rho \cdot a \cdot V_w = m_w \cdot a$ 。碰撞过程持续了  $\delta t$  时间,所以等效浮力的冲量即为  $m_w \cdot a \cdot \delta t$ , 因为上面已经给了  $a$  的表达式  $a = V/\delta t$ , 所以等效浮力给的冲量即为  $m_w \cdot V$ 。该推导不含近似。

以地面为参考系,碰撞前乒乓球本身具有一个向下的动量  $-mV$ , 碰撞过程中等效浮力给予的向上的冲量为  $m_w V$ , 于是乒乓球向上射出的速率为

$$v = \frac{m_w - m}{m} V \quad (1)$$

可见乒乓球的出射速率  $v$  正比于撞击速率  $V$ 。需要说明的是,在碰撞过程中重力也给乒乓球一个向下的冲量  $-mg\delta t$ , 但是因为  $\delta t$  非常微小所以在上述推导中被忽略了。

在图2所示的锤子撞击实验中,乒乓球没有吸入水中的过程,所以  $m_w = m$ 。根据式(1)乒乓球的出射速度为0。这也解释了为什么在锤子撞击实验中观察不到乒乓球射出。

### 2.2 有无重力时乒乓球的平衡位置

在水杯静置时,乒乓球漂浮在水面上,此时重力与浮力平衡,乒乓球排开水的质量  $m_w$  与乒乓球的质量  $m$  相等,  $m_w = m$ , 如图3(a)所示。在忽略表面张力后,乒乓球浸入水中的部分可以视为

一个球缺,其体积  $V = \pi h^2 (R - h/3)$ , 浸入为深度  $h$ , 可由下式算出乒乓球质量

$$m = \rho \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right) \quad (2)$$

其中,  $R$  为乒乓球的半径,  $\rho$  为液体的密度。

在水杯下落的过程中,以杯为参考系,乒乓球并没有感受到重力和浮力,此时排开水的质量  $m_w$  完全由表面张力决定。在下落过程中,由于不存在液体梯度,杯中的两个圆环接触线(水和球、水和杯)之间的液面就是一个平均曲率为常数的面,也称为德劳内面(Delaunay surface)<sup>[5]</sup>。这时水面就是水平且平直的,如图 3(b)所示。此时乒乓球此时的进入深度为

$$h = R(1 + \cos\theta) \quad (3)$$

其中,  $\theta$  为水与球的接触角。于是排开水的质量为

$$m_w = \rho \pi R^3 \left( \frac{2}{3} + \cos\theta - \frac{\cos^3\theta}{3} \right) \quad (4)$$

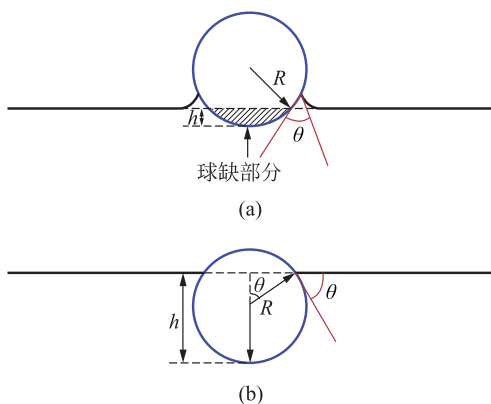


图3 乒乓球在水中的平衡位置  
(a) 有重力; (b) 无重力

### 3 实验验证

为了验证上述理论,我们用 100ml 的烧杯装入 80ml 水进行实验。实验时用高速摄像机拍摄视频记录,利用 Tracker 软件分析视频并追踪水杯的撞击速率  $V$  和乒乓球的出射速度  $v$ , 最终将结果绘制于图 4 中。图 4 中每个数据点都是对 5 次独立实验的平均结果,为了清晰地看到  $V$  和  $v$  的线性关系在图中加了粗实线。

从图 4 可以看到,在撞击速率  $V$  大于  $2.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,  $V$  和  $v$  呈线性关系,与式(1)相符,验证了本文理论的正确性。然而在  $V$  小于  $2.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,  $v$  明显偏低,数据偏离线性关系。这是因为烧杯高度  $H$  太小,在空中自由落体的时间过短,导致乒

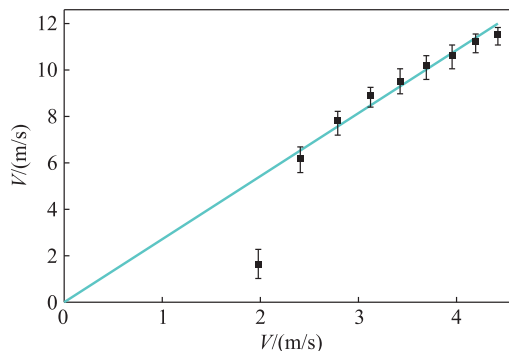


图4 撞击速率  $V$  和出射速度  $v$  的函数关系

乓球还没有来得及下沉到式(3)所预言的深度。于是乒乓球排开水的质量  $m_w$  不足,导致  $v$  偏小。

### 4 结果与讨论

不同于伽利略大炮,乒乓球火箭现象并不是由碰撞中的动量传递导致的。在水杯自由落体的过程中,重力和浮力的消失导致乒乓球在表面张力的作用下被吸入水中,使得乒乓球排开水的体积增大。而在水杯撞击地面的极短时间内,杯中产生极大的等效浮力,在该浮力作用下乒乓球被加速射出导致了乒乓球火箭现象。该理论可导出水杯的撞击速率  $V$  和乒乓球的出射速度  $v$  成正比。

如果烧杯距离地面高度较小,乒乓球没有足够的时间吸入到应有的深度,导致乒乓球的出射速度  $v$  偏离预测值,  $V$  和  $v$  的线性关系将被破坏。除此之外,乒乓球在射出水面之前水的黏滞力和表面张力也会对其运动产生一定的作用,这将会在我们以后的研究中进行阐述。

### 参考文献

- [1] BERDENI Y, CHAMPNEYS A, SZALAI R. The two-ball bounce problem[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2015, 471(2179): 20150286.
- [2] BARTZ S P. Delayed rebounds in the two-ball bounce problem[J]. European Journal of Physics, 2022, 43(3): 035002.
- [3] ANDREOTTI B, TOUTAIN W, NOÛS C, et al. The ping-pong ball water cannon [J]. Comptes Rendus. Mécanique, 2020, 348(6-7): 423-437.
- [4] BARLET A, MALHOMME N. Suction-ejection of a ping-pong ball in a falling water-filled cup[J]. Emergent Scientist, 2022, 6: 2.
- [5] DELAUNAY C H. Sur la surface de révolution dont la courbure moyenne est constante[J]. Journal de mathématiques pures et appliquées, 1841, 6: 309-315.