

超导量子计算器件基础理论如何在本科物理课程体系中体现

宿非凡^{1, 2, 3} 杨钊华⁴

(¹ 合肥国家实验室, 安徽 合肥 230094; ² 中国科学技术大学上海研究院, 上海 200123;

³ 济南量子技术研究院, 山东 济南 250098; ⁴ 中国科学院物理研究所, 北京 100190)

摘 要 量子计算在全球范围内受到广泛的重视, 近年来以潘建伟院士为代表的我国量子科学家在量子计算上取得了举世瞩目的进展。在本科物理课程体系中, 适时引入超导量子计算理论, 既可以作为本科物理课程体系中量子力学部分的有机补充和更新, 也能让本科学生更早地接触超导量子计算原理及其潜在应用。本文在本科物理课程体系中尝试体现如约瑟夫森效应, 宏观量子特性, 超导量子比特操控等超导量子计算的基本原理, 此外, 还尝试了将约瑟夫森结室温电阻测量作为大学物理演示实验体现在大学物理课程中。这些尝试既有助于引导学生关注国家战略需求的最前沿方向, 为其未来从事相关领域的研究和工作奠定基础, 同时也对大学物理课程的思政建设有一定的借鉴意义。

关键词 超导量子计算; 超导量子比特; 约瑟夫森效应; 宏观量子性; 大学物理

AN ATTEMPT TO EMBODY SUPERCONDUCTING QUANTUM COMPUTING THEORY IN COLLEGE PHYSICS

SU Feifan^{1, 2, 3} YANG Zhaohua⁴

(1. CAS Center Excellence in Quantum Information and Quantum Physics, Hefei, Anhui 230094;

2. USTC Shanghai Institute For Advanced Studies, Shanghai 200123;

3. Jinan Institute of Quantum Technology, Jinan, Shandong 250098;

4. Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

Abstract Quantum computing has received extensive attention worldwide. In recent years, quantum scientists represented by academician Pan Jianwei have made remarkable progress in quantum computing. In the framework of university physics courses, the timely introduction of superconducting quantum computing theory can not only serve as an organic supplement and update to the quantum mechanics section of university physics courses, but also enable undergraduate students to have earlier exposure to the principles of superconducting quantum computing and its potential applications. This article attempts to reflect the basic principles of superconducting quantum computing, such as Josephson effect, macroscopic quantum properties, superconducting quantum bit manipulation, etc., within the framework of university physics courses. In addition, it also attempts to incorporate Josephson junction room temperature resistance measurement into university physics experiments in university physics courses.

收稿日期: 2024-02-26

通信作者: 宿非凡, 合肥国家实验室副教授, 高级工程师, sufeifan@ustc.edu.cn。

引文格式: 宿非凡, 杨钊华. 超导量子计算器件基础理论如何在本科物理课程体系中体现[J]. 物理与工程, 2024, 34(5): 132-138.

Cite this article: SU F F, YANG Z H. An attempt to embody superconducting quantum computing theory in college physics[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(5): 132-138. (in Chinese)

These attempts not only help guide them to focus on the forefront of national strategic needs, lay the foundation for their future research and work in related fields, but also have certain reference significance for the ideological and political construction of university physics courses.

Key words superconducting quantum computation; superconducting qubit; Josephson effect; macroscopic quantum behavior; college physics course

引量子力学作为现代物理学的重要基石,其发展对于推动其他领域进步起到了关键作用,同时也为我们构建了一个更为完善和深刻的物理学体系,近年来我国集中涌现了墨子号量子通信卫星,九章、祖冲之号量子计算机原型机等一批重大成果^[1,2],我国要进一步实现量子科技从跟跑、并跑到领跑,人才培养是关键,大学物理课程天然地肩负起了帮助大学生认识量子科技发展的重要性和紧迫性、培养量子人才,下好量子先手棋的任务。

然而,目前本科物理课程体系中的量子力学部分教学仍然存在一些不足,例如课时安排不足,教材内容较为陈旧,教学主要采用传统的讲授方式,缺乏互动与实践环节等,这些因素导致了学生难以理解和掌握量子力学的基本思想和结论。因此,将量子领域的前沿,特别是国家发展战略需求的最前沿方向纳入大学物理教学,对建设本科物理课程体系,帮助本科学生掌握量子力学的基本思想、打下一定的专业知识基础,引导学生关注国家战略需求的最前沿方向都有一定的好处。

基于量子力学的规律进行计算的量子计算方案,已经在一些特定问题上展示了前所未有的强大算力,实现了经典计算机难以完成的任务,达成了量子优越性^[3]。以约瑟夫森结为核心部分的超导量子计算方案,因其所具有宏观量子效应以及操控高可靠性,芯片设计高可扩展性,芯片制备工艺与半导体工艺高度相似等独特的优势,经过 10 余年的高速发展,率先实现了量子优势(Quantum supremacy)。目前超导量子计算作为科学与产业界关注的焦点,被人们认为是最有希望实现大规模普适量子计算的方案之一。超导量子计算的基本原理是约瑟夫森效应,芯片核心部分是约瑟夫森结^[4],这部分可以从本科量子相关课程中的隧道效应比较直接地引出。本文分三部分尝试在本科物理课程体系内体现超导量子计算。第 1 部分

从约瑟夫森(Brian D. Josephson)效应导出约瑟夫森方程,在第 2 部分中讨论约瑟夫森器件的宏观量子效应与超导量子比特操控原理,第 3 部分基于约瑟夫森结的特点讨论约瑟夫森结特性的测量方法。前两部分可作为本科物理课程体系中的理论课与研究性学习课题,最后一部分内容可作为大学物理课程体系中的演示实验。

1 约瑟夫森效应与大学物理课程量子力学部分的结合

本科物理课程中,量子力学部分一般从黑体辐射开始引入普朗克(Max Planck)能量量子化假设,结合光电效应等实验引入波粒二象性、不确定关系等概念进而介绍薛定谔方程、哈密顿量和波函数^[5]。薛定谔方程的一个重要的应用例子是无限深方势阱和一维方势垒,这部分要求学生可以基于薛定谔方程对无限深方势阱和一维方势垒进行定量计算,导出隧道效应这一量子力学的独特性质。而超导量子计算的基本原理是约瑟夫森效应,所谓约瑟夫森效应指的是两块夹有低势垒的弱耦合超导体系统(约瑟夫森结)的特殊物理效应。因此,在学生熟悉薛定谔方程与一维方势垒的计算后,我们可以将约瑟夫森效应作为一维方势垒计算的一个扩展进行讨论并在讨论中体现量子力学常用的一些方法。以下给出约瑟夫森效应与大学物理课程量子力学部分的结合尝试。

由于篇幅有限且一维方势垒的计算可以很方便的在现行大学物理教材上查阅,本文不做详细的讨论,只给出情景,计算思路与主要结论。

如图 1 所示能量为 E 的粒子向 x 正方向入射一维方势垒,一维方势垒的势能函数

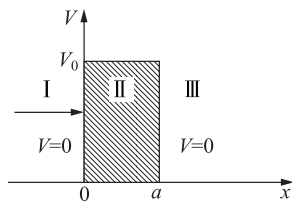


图 1 一维方势垒

可以表示为

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & 0 < x \text{ 或 } x > a \end{cases} \quad (1)$$

分别对三个区域列出定态薛定谔(Erwin Schrödinger)方程

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \phi_1(x)}{dx^2} + k_1^2 \phi_1(x) &= 0 \\ \frac{d^2 \phi_2(x)}{dx^2} + k_2^2 \phi_2(x) &= 0 \\ \frac{d^2 \phi_3(x)}{dx^2} + k_1^2 \phi_3(x) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中, ϕ_i 分别是区域I, II, III的波函数, V_0 是势垒势能, E 是粒子能量本征值, $\hbar$ 是约化普朗克常量, m 是粒子的质量, 系数 $k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $k_2^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}$ 。

可以解出一维势垒的反射系数 R 和投射系数 T ^[6]

$$R = \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sin^2(k_2 a) + 4k_1^2 k_2^2} \quad (3)$$

$$T = \frac{4k_1^2 k_2^2}{(k_1^2 - k_2^2) \sin^2(k_2 a) + 4k_1^2 k_2^2} \quad (4)$$

其中, a 是势垒的宽度, 从式(4)可以看到, 在量子力学中即使粒子的能量 E 小于势垒势能 V_0 的时候穿透系数 $T \neq 0$, 此时入射粒子仍可能穿过势垒进入 III 区域, 这就是所谓隧道效应。

在介绍完隧道效应之后, 可以引导学生思考一个扩展的问题: 如果在方势垒的两边都有粒子向着方势垒运动, 那么该如何计算? 会不会有新的现象产生? 隧道效应在实际的系统里如何体现? 经过思考讨论后, 可以开始引入如下内容。

1962 至 1965 年期间, 约瑟夫森研究了如图 2 所示的夹有低势垒的弱耦合两片同材料超导体系统(约瑟夫森结)并凭此研究获得了诺贝尔物理学奖, 目前在实验上已经可以较理想地控制超导体与薄绝缘层的厚度来制备约瑟夫森结。约瑟夫森结存在着称为约瑟夫森效应的以下特殊物理现象^[7]:

(1) 由于超导电子对有很大概率在两片超导体之间的较低势垒发生隧穿形成隧穿电流。所以在约瑟夫森结两端不加电压的状态下也存在着一个隧穿电流。

(2) 如果有一直流电压 U_0 加在约瑟夫森结两端, 隧穿电流变为交变电流。

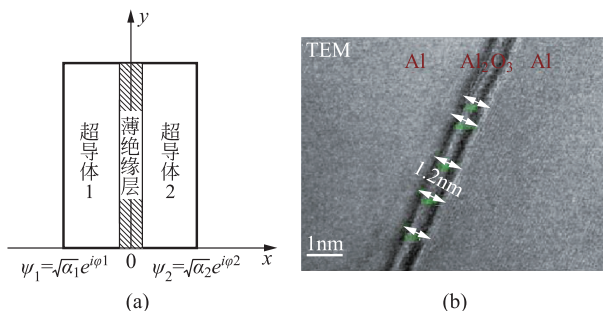


图 2 约瑟夫森结

(a) 约瑟夫森结示意图; (b) 作者制备的约瑟夫森结的透射电子显微镜照片, 在超导量子芯片制备上, 一般采用各 100nm 厚的金属铝作为超导体材料, 典型厚度 1.5~3nm(也会根据量子计算实验参数而变化)的氧化铝作为薄绝缘层形成较低势垒

(3) 特定频段的微波可以对约瑟夫森结内的超导电流实现调制, 实验上表现为 $I-U$ 曲线上的的一组列“台阶”。

约瑟夫森发表自己的研究后随即引起了广泛的兴趣, P. W. Anderson、Lowell、Langenberg、Shapiro 等在第二年就从实验上验证了约瑟夫森效应^[8-11]。严格地推导约瑟夫森方程需要将量子统计中的格林函数法运用到超导 BCS 理论中^[7, 12, 13], 这大大超过了大学物理课程的要求, 因此本文抓住约瑟夫森效应的特征物理图像, 尝试在大学物理课程难度范围内用一种简洁的推导方法推导约瑟夫森第一方程与第二方程并对约瑟夫森效应的产生原因做物理讨论。

考虑到低势垒是约瑟夫森结最突出物理特征, 因此在体系中表示低势垒弱耦合是一个关键点, 虽然超导电流密度与两超导层的耦合强度系数、两超导体电子数密度紧密相关, 但在目前的超导量子计算实验方案中, 可以高精度地以固定的超导材料和材料厚度来制备约瑟夫森结^[14]从而固定两超导层的耦合强度系数与超导体电子数密度, 我们分如下两步来考虑该低势垒弱耦合体系。

第一步, 假设有两块没有耦合的独立超导体, 分别以 α_1, α_2 表示两部分独立超导体的电子数密度, φ_1, φ_2 是波函数的相位, 进而 $\phi_1 = \sqrt{\alpha_1} e^{i\varphi_1}$ 与 $\phi_2 = \sqrt{\alpha_2} e^{i\varphi_2}$ 表示两独立超导体的波函数, 可列出两个独立超导体的薛定谔方程

$$i\hbar \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \mu_1 \phi_1, \quad i\hbar \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \mu_2 \phi_2$$

其中, μ_1 与 μ_2 分别为两超导体的电子能量。为

保证推导简洁性我们可以取低势垒中心面为零电势参考面。对于超导状态下形成库伯对的超导电子($q=2e$),在这个条件下: $\mu_2-\mu_1=2eU$ 。

第二步,增加考虑两部分超导体存在的弱耦合,那么设两超导体的哈密顿量为 H_1, H_2 , 薄绝缘层的哈密顿量为 H_T , 由于薄绝缘层形成的耦合较弱,可将弱耦合视为微扰^[7]。因此约瑟夫森结的哈密顿量可以表示为 $H=H_1+H_2+H_T$, 这表明可以只考虑两边超导体的线性耦合,若设与超导层和绝缘层的厚度相关的耦合强度系数为 η ,两相互弱耦合的超导体薛定谔方程写为

$$\begin{cases} i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \mu_1 \psi_1 + \eta \psi_2 \\ i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \mu_2 \psi_2 + \eta \psi_1 \end{cases} \quad (5)$$

将两独立超导体的波函数带入式(5),对应两式的虚实两部

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = -\frac{2}{\hbar} \eta \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \sin \varphi \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial t} = \frac{2}{\hbar} \eta \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \sin \varphi \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -\frac{\eta}{\hbar} \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \cos \varphi - \frac{\mu_1}{\hbar} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = -\frac{\eta}{\hbar} \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \cos \varphi - \frac{\mu_2}{\hbar} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\varphi=\varphi_1-\varphi_2$ 为低势垒两侧超导体波函数的相位差。式(5)中 $\frac{\partial \alpha_1}{\partial t}=-\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}$,物理上说明一侧超导体中减少的电子对数密度等于另外一侧超导体中增加的电子对数密度,正是这种源于隧道效应的电子对“流动”使结在不加电压的情况下出现了不为零的超导电流密度。进一步考虑,这个超导电流密度

$$j = 2e \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = 2e \frac{\partial \alpha_2}{\partial t} = \frac{4e\eta}{\hbar} \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \sin \varphi$$

其中, e 是单位电荷量,考虑 $\frac{4e\eta}{\hbar} \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}$ 项是超导电流密度的最大值且与两侧超导体的电子数密度有直接关系,可令 $j_c = \frac{4e\eta}{\hbar} \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}$ 表示约瑟夫森结的最大超导电流密度。如此便得到了

$$j = j_c \sin \varphi \quad (8)$$

进一步看式(7),由于两部分超导体的材料相同

$\alpha_1=\alpha_2$,可有

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial t} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\hbar}$$

由于 $\mu_2-\mu_1=2eU$,代入上式有

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} U \quad (9)$$

上述讨论解释了约瑟夫森效应的现象1,即直流约瑟夫森效应。因为可以利用外磁场实现对 φ 的调制,实现其从0到 $\pi/2$ 的变化,根据式(8) j 将对应的从0变化到 j_c ,利用这一点已经在实验上验证了式(8)的正确性^[15],因此式(8)又被称为约瑟夫森第一方程。

对于约瑟夫森效应的现象2,若将一个直流电压 U_0 加在约瑟夫森结上,对式(9)两边积分后有

$$\varphi = \frac{2e}{\hbar} U_0 t + \varphi_0$$

其中, φ_0 可由初始条件确定。将上式相位差带入约瑟夫森第一方程中有

$$j = j_c \sin\left(\frac{2e}{\hbar} U_0 t + \varphi_0\right)$$

可见此时的超导电流为交变电流,其周期为 $\frac{h}{2eU_0}$ 。

因此现象2被称为交流约瑟夫森效应,式(9)也被称为约瑟夫森第二方程。

约瑟夫森现象3可以留作习题,引导学生运用上述方法进行计算,加深理解。若以随时间变化的电压 $U(t)=U_0+\nu\cos(\omega t)$ 表示在直流偏置电压 U_0 的基础上再叠加一个小振幅的交变电流近似表示微波电压,其中 ω 是变化周期频率, ν 是交变电压的振荡电压幅,可以计算将该微波电压加在约瑟夫森结后在结上出现的超导电流密度,并讨论此超导电流密度的特点。(计算过程中可能会用到 $\sin(x+\Delta x) \approx \sin x + \Delta x \cos x (\Delta x \ll 1)$)

2 宏观量子效应与超导量子比特操控原理与大学物理课程量子力学部分的结合

超导量子电路的宏观量子特性是操控超导量子计算的基础,作为约瑟夫森效应的具体应用,可以在约瑟夫森效应的教学结束后进行讨论。但考虑到该部分讨论需要用到含阻尼的非线性振动方程等超过大学物理课程范围的知识,因此可作为阅读材料或研究性学习课题开展教学。

同时对约瑟夫森第一方程两边求时间的一阶导数,并考虑约瑟夫森第二方程

$$\frac{dj}{dt} = j_c \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \frac{dj}{dt} = j_c \cos \varphi \frac{2eU}{\hbar}$$

若设 S 为约瑟夫森结面积,将上述结果代入 $U = L \frac{dI}{dt}$ 整理后有

$$L = \frac{\Phi_0}{2\pi j_c S \cos \varphi} \quad (10)$$

其中, $\Phi_0 = h/2e \approx 2.07 \times 10^{-15} \text{ Tm}^2$ 为磁通量子,式(10)表明约瑟夫森结具有非线性电感的特性。考虑到约瑟夫森结三明治结构,还应存在一个自身的电容 C ,因此其将组成一个 LC 振子,其振动频率为

$$\omega_p(I) = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{2\pi I_c}{\Phi_0 C}} \left(1 - \frac{I^2}{I_c^2}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (11)$$

其中, $I = jS$, $I_c = j_c S$ 。式(11)说明约瑟夫森结具有非线性特征。根据 Ehrenfest 定理可知,具有上式非线性势能项量子体系特性在空间中其势能变化较为缓慢,可以很好地对经典的哈密顿正则方程解^[6],因此具有上式形式的非线性元件的超导电路,可在宏观上区分出不同的量子态,也就是说可以表现出宏观量子性。

考虑到约瑟夫森结存在还直流电阻,约瑟夫森结可以等效为如图 3 所示的 RCSJ 模型 (Resistively and Capacitively Shunted Junction Model)^[12]。

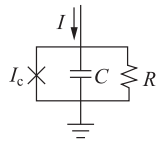


图3 RCSJ模型原理图
其中×表示理想约瑟夫森结

RCSJ 模型中通过约瑟夫森结的总电流是理想结的电流 I_J , 通过直流电阻电流 I_R , 电容的位移电流 I_d 组成的

$$I = I_J + I_R + I_d \quad (12)$$

详细考虑各个电流的形式,从约瑟夫森第一方程有结电流为: $I_J = I_c \sin \varphi$, 电阻定义式与约瑟夫森第二方程联立可得电阻电流为: $I_R = \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi}{dt}$, 同样地可以得到电容位移电流为: $I_d = C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, 综上, 总电流 I 表示为

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi}{dt} + C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

若引入 $m = (\Phi_0/2\pi)^2 C$ 则可将上式在形式上表

示为

$$m \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{m}{RC} \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\partial U(\varphi)}{\partial \varphi} \quad (13)$$

其中, $U(\varphi) = -\frac{\hbar}{2e} I_c \left(\frac{I}{I_c} \varphi + \cos \varphi \right) = -E_J \left(\frac{I}{I_c} \varphi + \cos \varphi \right)$, $E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$ 为与约瑟夫森结有关的能量项,

即约瑟夫森结能。由于式(13)是含阻尼的非线性振动方程,式(13)告诉我们可以看作在如图 4 所示的 $U(\varphi) = -\frac{\hbar}{2e} I_c \left(\frac{I}{I_c} \varphi + \cos \varphi \right)$ 势阱中有一等效质量为 $m = (\Phi_0/2\pi)^2 C$ 的粒子运动。

约瑟夫森结的势阱类似搓衣板,因此也被称为搓衣板势, $U(\varphi) = -\frac{\hbar}{2e} I_c \left(\frac{I}{I_c} \varphi + \cos \varphi \right)$ 表明搓衣板势允许我们通过控制电流 I 来调整搓衣板的形状,且其能级间距恰好落在微波范围内,这就使得在技术上利用成熟的微波系统对搓衣板势进行精确调节成为可能。细致考虑,当 $I/I_c \geq 1$ 时势阱消失,此时准粒子将顺势而下,这时约瑟夫森第二方程式表明结两端存在电压。而在 $I/I_c < 1$ 势阱较高,准粒子处于势阱中,结两端没有电压存在。若考虑 I 从 0 增大到 I_c 的过程,则准粒子将留于势阱中以本征频率振荡^[7],同时实验上的极低温环境又保证了准粒子因热力学涨落跳出势阱的概率可以忽略。这就保证了通过宏观地测量结两端的电势差变化可以探测量子特性,鉴于约瑟夫森现象是大量电子对的集体活动,也可以称上述现象为宏观变量的量子现象。

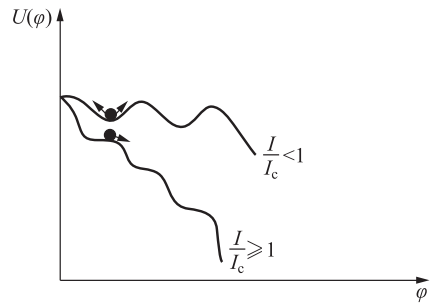


图4 搓衣板势能级分布与等效粒子在势阱内运动示意图

简单地说,在 mK 量级的极低温下以约瑟夫森结为核心的超导电路,由于拥有宏观量子效应,可以通过宏观手段进行操控和测量。实验上,通过成熟的微波系统精确地调节搓衣板势的形状,挑选满足要求的量子态作为 $|0\rangle, |1\rangle$ 态去对应经

典计算机的“0”，“1”便可成为超导量子比特。由于微波技术远离大学物理课程知识体系太远，本文不加讨论针对学有余力的学生，或想进一步了解约瑟夫森效应在超导量子计算中应用的读者可以参考相关文献[16-18]。

3 约瑟夫森结特性的测量方法与大学物理演示实验相结合

虽然约瑟夫森结需工作在极低温的环境之中，但是根据 Ambgaokar-Baratoff 公式可以从常温下的结电阻推算出结超导态的具体频率^[19]。因此，测量约瑟夫森结的室温电阻既可以检验实验上所制备约瑟夫森结的好坏，也可以高效率(减少降温带来的时间成本)地得到约瑟夫森结的工作频率，以此筛选出符合实验需求的样品。

考虑到约瑟夫森结中间的绝缘层很薄，较大的电流有可能会击穿绝缘层从而使约瑟夫森结失效，因此测量时要保证通过约瑟夫森结的电流小于其自身的最大结电流 I_c (典型的超导量子比特芯片上为 10^{-6} A 量级)。实验上采用专用的探针台(如 MPI 公司生产的 TS2000-SE 型)进行测量，专用探针台的优点是可通过计算机精确控制探针接触测量电极的压力，同时精准采集探针之间的电压与电流。在测量前，应当注意将探针与样品上的地电极进行短接以校正线路上的固有电阻。

测量电路如图 5 所示，在电路中通过串联较大电阻(M Ω 级)同时在约瑟夫森结两端并联与结电阻同量级电阻的方法在兼顾测量准确性的情况下保护约瑟夫森结。在测量电流小于 I_c 的条件下，约瑟夫森结可以近似看为线性电阻，考虑到在较长的时间范围内电源电压可能有变化，我们先在不接约瑟夫森结的情况下测量 R_2 两端电压 V_{R_2} ，紧接着在 R_2 两端并联待测结后测量 R_2 两端电压 V_{JR} 以消去电源电压的影响，根据线性电路的基本理论可以导出结电阻表达式

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{V_{JR_2}}{V_{R_2} - V_{JR_2}} \quad (14)$$

表 1 列出了实际的测试结果例，为进一步减小测量误差，对所有 20 个测试结，每个结测试 10 次，每次间隔 30 秒以防止测试生热导致的烧结，挑出测量结果的最大与最小值，算出最大最小值

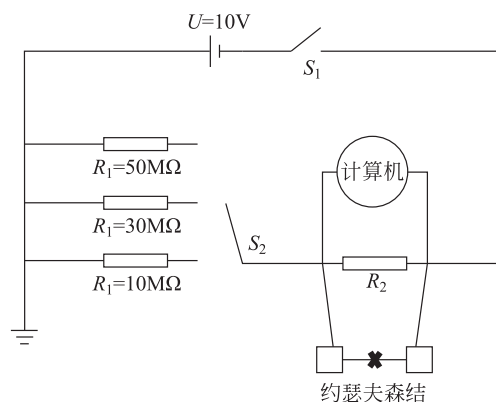


图 5 测量约瑟夫森结的电路原理示意，实验时根据结情况选择 R_1 ，典型的测量参数约瑟夫森结临界电流 $I_c \approx 2\mu\text{A}$ ，电压 $U=10\text{V}$ ，电流 $I \in (0.2, 1)\mu\text{A}$

表 1 约瑟夫森结测量数据处理例(表中各电阻单位均为 Ω)

	约瑟夫森结电阻测量表					
	min	max	Δ	average	sigma	δ
结 1	5670.8	6826.9	1156.1	6109.9	349.8	5.73%
结 2	5127.3	8086.6	2959.3	6289.9	897.3	14.27%
结 3	5155.5	7042.3	1886.8	6107.2	556.5	9.11%
结 4	4976.8	6825.2	1848.4	5740.3	511.0	8.90%
结 5	5087.9	6072.6	984.7	5597.1	282.6	5.05%
结 6	4834.5	6443.5	1608.9	5575.7	537.6	9.64%
结 7	5893.8	7297.8	1403.9	1348.4	106.2	7.88%
结 8	5425.8	6687.9	1262.1	6234.5	369.3	5.92%
结 9	4783.5	5444.7	661.3	5004.6	175.5	3.51%
结 10	5408.2	6819.9	1411.7	5918.1	426.0	7.20%
结 11	5298.5	10878.1	5579.6	6385.5	1471.2	23.04%
结 12	5354.4	6471.7	1117.4	5781.4	327.4	5.66%
结 13	4833.8	6325.3	1491.4	5441.9	436.4	8.02%
结 14	4804.7	6149.9	1345.3	5498.9	459.8	8.36%
结 15	4740.4	5827.7	1087.3	5220.6	287.0	5.50%
结 16	5490.5	6587.4	1096.9	6052.6	363.2	6.00%
结 17	5390.1	6747.2	1357.2	5949.3	446.8	7.51%
结 18	4475.8	5322.6	846.8	4976.7	302.0	6.07%
结 19	5288.8	6275.2	986.4	5849.5	349.3	5.97%
结 20	5257.2	6219.5	962.3	5652.9	325.1	5.75%

的差值(Δ)、平均值(average)、标准差(sigma)与标准差占平均值的比值 δ ，同时便于挑选符合实验要求的样品。在我们的进一步实验中证明，低温下实际量子计算实验中反推的约瑟夫森结电阻比上述方法测出的结果大约 9%(例如在近期的实验室中

温测量电阻为 6865.5Ω 的约瑟夫森结,在低温实验中反推得到的结电阻为 7460.4Ω ,相差 8.7%),因此可以认为本方法有实际的应用价值。

由于多数高校实验室并没有约瑟夫森结样品与探针台仪器,本实验可做录制视频的云平台演示实验。通过这个演示实验,既可以使学生了解约瑟夫森结的性质,也可以引导学生思考测量小电流样品的方法,同时培养学生设计实验与数据处理的严谨性,锻炼学生减小测量仪器系统误差的能力。在演示实验后,可留一道思考讨论题目:若想使用市面上的万用表对 $I_c \approx 5\mu\text{A}$ 的约瑟夫森结器件室温电阻进行测量,在不考虑探针与样品接触问题的前提下,利用电学实验室常有的原件设计实验方案并给出所用的实验原件(应包括万用表的技术指标以及实际型号),并分析所设计实验的误差。

4 结语

本文面向本科物理课程体系中量子力学部分与大学物理实验部分做了将超导量子计算结合进课程的尝试。从较为熟悉的方势垒开始做自然的延伸引出约瑟夫森效应,给出了将约瑟夫森效应增加进本科物理课程体系量子力学部分的例子,进而以阅读材料或研究性学习的方式做了将宏观量子效应与超导量子比特操控原理与本科物理课程体系量子力学部分结合的尝试,最后给出了将约瑟夫森结特性测量方法与大学物理演示实验相结合的讨论。以期对本科物理课程体系中,新工科专业(量子计算、先进集成电路等)以及物理各专业的量子力学部分结合国家战略需求的前沿,开阔大学物理教师的视野有一定的帮助,同时本文对大学物理课程思政建设也有一定的借鉴意义。

参 考 文 献

- [1] ZHONG H S, DENG Y H, QING J, et al. Phase-programmable Gaussian Boson sampling using stimulated squeezed light[J]. Phys. Rev. Lett., 2020, 127: 180502-180511.
- [2] GONG M, WANG S Y, ZHA C, et al. Quantum walks on a programmable two-dimensional 62-qubit superconducting processor[J]. Science, 2021, 372: 948-952.
- [3] ARUTE F, ARYA K, BABBUSH R, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor[J]. Nature, 2019, 574: 505-510.
- [4] 宿非凡, 杨钊华, 范桁, 等. 超导量子比特[J]. 大学物理, 2021, 40(7): 1-7, 11.
SU F F, YANG Z H, FAN H, et al. Superconducting qubit[J]. College Physics, 2021, 40: 7-14. (in Chinese)
- [5] 程守洙. 普通物理学(下册)[M]. 7版. 北京: 高等教育出版社, 2016: 214-277.
- [6] 曾谨言. 量子力学(卷1)[M]. 5版. 北京: 科学出版社, 2018: 77-83, 163-164.
- [7] JOSEPHSON B D. Possible new effects in superconductive tunnelling[J]. Phys. Rev. Lett., 1962, 1: 251-253.
- [8] ANDERSON P W, ROWELL J M. Probable observation of the Josephson superconducting tunneling effect[J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 10: 230-232.
- [9] ROWELL J M. Image of the phonon spectrum in the tunneling characteristic between superconductors[J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 11: 334-336.
- [10] LANGENBERG D N, SCALAPINO D J, TAYLOR B N. Josephson-type superconducting tunnel junctions as generators of microwave and submillimeter wave radiation[J]. Proc. IEEE, 1966, 54: 560-575.
- [11] SHAPIRO S. Josephson currents in superconducting tunneling: the effect of microwaves and other observations[J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 11: 80-82.
- [12] JOSEPHSON B D. Supercurrents through barriers[J]. Adv. Phys., 1965, 14: 419-451.
- [13] TINKHAM M. Introduction to superconductivity[M]. New York: McGraw-Hill, 1996: 245-251.
- [14] 宿非凡, 杨钊华, 赵寿宽, 等. 铌基超导量子比特及辅助器件的制备[J]. 物理学报, 2022, 71(5): 050303.
SU F F, YANG Z H, Zhao S K, et al. Fabrication of superconducting qubits and auxiliary devices with niobium base layer[J]. Acta Phys. Sin., 2022, 71(5): 050303. (in Chinese)
- [15] 张裕恒. 超导物理[M]. 3版. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009: 380-385.
- [16] CLARKE J, WILHELM F K. Superconducting quantum bits[J]. Nature, 2008, 453: 1031-1042.
- [17] SU F F, LIU W Y, XU H K, et al. Superconducting phase qubits with shadow-evaporated Josephson junctions[J]. Chin. Phys. B, 2017, 26: 060308.
- [18] 宿非凡. 超导电路的量子化方法[J]. 物理与工程, 2021, 31(3): 13-15, 21.
SU F F. The quantization method of superconducting circuit[J]. Physics and Engineering, 2021, 31(3): 13-15, 21. (in Chinese)
- [19] AMBEGAOKAR V, BARATOFF A A. Tunneling between superconductors[J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 10: 486-490.