

## 从近场衍射到夫琅禾费衍射过程中的光场重构

梁 果 陈向炜

(商丘师范学院电子电气工程学院, 河南 商丘 476000)

**摘 要** 夫琅禾费衍射是光学中的一个重要的物理概念, 其中单缝、方孔、圆孔的夫琅禾费衍射光场结构已为大家所熟知。本文讨论光束在近场衍射到夫琅禾费衍射(远场衍射)过程中的光场重构现象。本文发现在一维和二维光场重构过程中, 光强分布会变化, 光场能量会重新分布; 特别地, 发现平面波经过二维孔(方孔和圆孔)后, 光场会产生自动聚焦现象。以椭圆光场和像散椭圆光场为例, 本文讨论了在二维光场在重构过程中的光斑形变和旋转现象。在实验上, 夫琅禾费衍射可以由凸透镜实现。

**关键词** 夫琅禾费衍射; 菲涅尔衍射; 傅里叶光学

## RECONSTRUCTION OF OPTICAL FIELDS IN THE PROCESS OF NEAR-FIELD DIFFRACTION TO FRAUNHOFER DIFFRACTION

LIANG Guo CHEN Xiangwei

(School of Electrical & Electronic Engineering, Shangqiu Normal University, Shangqiu, Henan 476000)

**Abstract** Fraunhofer diffraction is one of the important physical concepts in optics, where the diffraction patterns of single slits, square apertures, and circular apertures in Fresnel diffraction are well known. In this paper, we discuss the phenomenon of light field reconstruction of optical fields in the process of near-field diffraction transiting to Fraunhofer diffraction (far-field diffraction). It is found that the intensity structure will change and the optical energy will redistribute in the reconstruction of one-dimensional and two-dimensional optical fields. Especially, the a autofocusing effect of the light field is found when a plane wave passes through a two-dimensional aperture (square hole and circular hole). Taking elliptical light fields and astigmatic elliptical light fields as examples, we discuss the deformation and rotation of light spots in the reconstruction process of two-dimensional light fields. Experimentally, Fraunhofer diffraction can be achieved by a convex lens.

**Key words** Fraunhofer diffraction; Fresnel diffraction; Fourier optics

光衍射现象是根据惠更斯-菲涅耳原理描述的  
光波的干涉性<sup>[1]</sup>。当光波传输过程中遇到与其

波长相当尺度的障碍物或缝隙的时候, 光衍射效  
应都将表现出来。均匀线性介质(包括自由空间)

收稿日期: 2023-10-19

基金项目: 国家自然科学基金(11604199); 教育教学改革研究与实践项目(2021jgybxm15); 基础教育课程改革课题研究项目(2022-JC-15); 河南省高等学校青年骨干教师培养计划; 河南省高等教育教学改革研究与实践项目(2023SJGLX087Y)。

通讯作者: 陈向炜, 商丘师范学院电子电气工程学院教授, hnchenxw@163.com。

引文格式: 梁果, 陈向炜. 近场衍射到夫琅禾费衍射过程中的光场重构[J]. 物理与工程, 2024, 34(5): 99-102.

Cite this article: LIANG G, CHEN X W. Reconstruction of optical fields in the process of near-field diffraction to Fraunhofer diffraction[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(5): 99-102. (in Chinese)

中空间光束的传输行为由光衍射效应唯一确定：光束的束宽会随着传输距离的增加而增加。依据光源、障碍物(或衍射孔)、屏的相对位置,可把衍射分为菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射。夫琅禾费衍射实际上是菲涅尔衍射在远场(屏和衍射孔的距离远大于光束本身的尺寸)情况下的极限。

夫琅禾费衍射要求光屏和衍射孔的距离较远,这不利于实验观测,原因有二。一是要求光学实验系统具有较长的工作距离;二是光束在长距离传输时能量损耗需要考虑。因此,在物理学教材中展示了夫琅禾费衍射的另外一种实验方案<sup>[2]</sup>,即,在光屏和衍射孔之间插入薄透镜。本文将从傅里叶光学的角度给出通过薄透镜实现夫琅禾费衍射的严格证明,并讨论通过这种新方案观测到的夫琅禾费衍射图案与通过长距离传输得到的方案的异同,以及从近场到远场过程中光场的重构过程。我们发现在一维和二维光场重构过程中,光强分布会变化,光场能量会重新分布。特别地,我们发现平面波经过二维孔(方孔和圆孔)后,光场会产生自动聚焦现象。

## 1 夫琅禾费衍射的傅里叶光学分析

傍轴光束的传输满足傍轴波动方程<sup>[3]</sup>

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1)$$

其中, $k$ 为波矢, $z$ 为传输坐标, $x, y$ 为横向坐标。傍轴波动方程(1)的解可用菲涅尔积分公式表示<sup>[4]</sup>

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda z} \iint \varphi_0(x', y') \times \exp \left[ i \frac{k}{2z} ((x - x')^2 + (y - y')^2) \right] dx' dy' \quad (2)$$

其中, $\varphi_0$ 为衍射孔处的光场分布函数。在远场极限下,光场在垂直于 $z$ 的横截面上的空间占有尺度(可用束宽 $w$ 表征,和 $\sqrt{x'^2 + y'^2}$ 具有相同量级)远小于传输距离,即

$$\frac{k}{2z} (x'^2 + y'^2) \sim \frac{k w^2}{z} \ll 1 \quad (3)$$

时,积分式(2)可近似为

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp \left[ i \frac{k(x^2 + y^2)}{2z} \right] \bar{\varphi} \left( \frac{kx}{z}, \frac{ky}{z} \right) \quad (4)$$

其中

$$\bar{\varphi} = \iint \varphi_0(x', y') \exp \left( -i \frac{kx}{z} x' - i \frac{ky}{z} y' \right) dx' dy' \quad (5)$$

可视为 $\varphi_0$ 的傅里叶变换。由式(3)和式(4)可以发现,光束在远场处的光场相对分布可由输入光场的傅里叶变换表示,但光场的空间占有尺度和由傅里叶变换得到的数值不同。除此之外,由式(4)可以发现,传输光场的振幅与传输距离成反比。因此,若通过远场观测夫琅禾费衍射,其强度将十分微弱,不易在实验室直接观察到。

在实验上,若将输入光场(即紧贴衍射孔后的光场)置于凸透镜的前焦面,将光屏置于后焦面,则在光屏上的光场即为输入光场的傅里叶变换。由式(4)和式(5)可知,实现了光场夫琅禾费衍射的实验观察<sup>[5]</sup>。

## 2 近场衍射到夫琅禾费衍射过程中光场的重构

由于衍射,光场的重构过程可由式(2)描述,下面将分别从一维和二维衍射揭示光场的重构。为方便讨论,我们先将实验室坐标系 $(x, y, z)$ 转化到归一化坐标系 $(X, Y, Z)$ ,变换关系如下

$$X = \frac{x}{w}, \quad Y = \frac{y}{w}, \quad Z = \frac{z}{z_R}$$

其中, $z_R = k w^2$ 为瑞利距离。

### 2.1 一维情况

假设,输入面的光场分布为

$$\varphi_0(X) = \begin{cases} 1, & (-1 \leq X \leq 1) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

光场在不同传输距离的分布如图1所示。可以看到,光束能量从衍射孔中心位置向边缘位置流动,从而使得光场具有中部凹陷的分布,并存在振荡现象,见图1(b)。随着传输距离的增加,凹陷部分的光场能量不断降低,并演化为双峰结构,但双峰的间距小于衍射孔的长度,见图1(c)。当传输了一个瑞利距离时(对高斯光束来讲,一个瑞利距离处已能看到明显的光束展宽),双峰消失,在中央位置出现光强的主极大值,即,出现了中央明纹,见图1(d)。与此同时,在中央明纹的两侧开始有光强次极大值出现。在满足远场条件(3)时,典型的夫琅禾费衍射图案已经形成,即典型的 $[\sin(X)/X]^2$ 的空间分布,见图1(e)。该夫琅禾

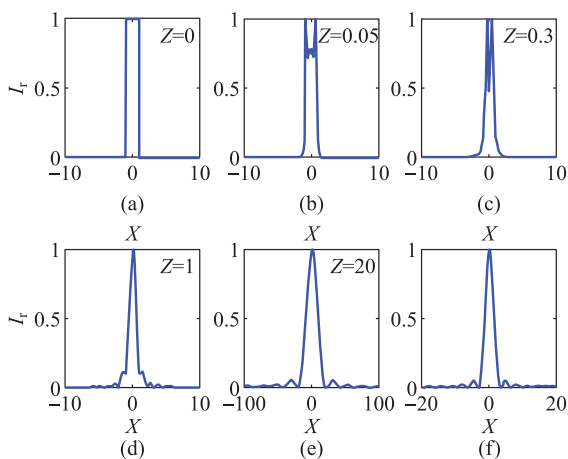


图1 光场在不同传输距离的分布(一维)

(a)~(e) 不同传输距离处相对光强的分布; (f) 输入光强的傅里叶变换。  $I_r$  为归一化光强

费衍射图样和输入光场的傅里叶变换具有相同的函数形式,除了宗量有所不同,见图1(f)。可以看到输入光场的近场衍射到夫琅禾费衍射过程中,光场有复杂的重构过程,包含峰个数的变化,以及能量的重新分布。

## 2.2 二维情况

本节首先讨论二维光场通过二维方孔在衍射过程中的光场重构过程。假设输入面的光场分布为

$$\varphi_0(X, Y) = \begin{cases} 1, & (-1 \leq X \leq 1, -1 \leq Y \leq 1) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

上式所示的是平面波通过方孔后的光场分布。光场在不同传输距离的分布如图2所示。可以看到,均匀分布的光场(图2(a))会逐渐地将能量流向方孔边缘,从而使得边缘处的光强最高(图2(b))。按照衍射理论,每一点均可视为子波波源,在传输过程中各子波会产生相干叠加,从而形成格点式的光场分布(图2(c))。而后,光场能量会进一步向中心集聚,格点数会减少(图2(d)~2(h)),并且在演化过程中,光场的尺寸逐渐减小,且比方孔的尺寸要小。因此,方孔的衍射提供了一种光场自动聚焦(autofocusing)的手段。自动聚焦光束因其在自由空间光通讯<sup>[6]</sup>、生物学处理<sup>[7]</sup>等领域的潜在应用最近吸引了广大科研工作者的研究兴趣。远场时的光场分布如图2(h),和初始光场的傅里叶变换结果相同,如图2(i)所示。

接下来,讨论二维光场通过圆孔衍射过程中的光场重构过程。我们假设输入面的光场分布为

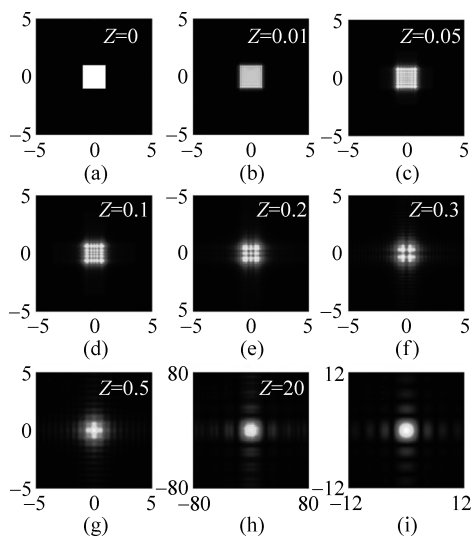


图2 光场在不同传输距离的分布(二维方孔)

(a)~(h) 不同传输距离处相对光强的分布; (i) 方形输入光强的傅里叶变换

$$\varphi_0(X, Y) = \begin{cases} 1, & (\sqrt{X^2 + Y^2} \leq 1) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

光场在不同传输距离的分布如图3所示。

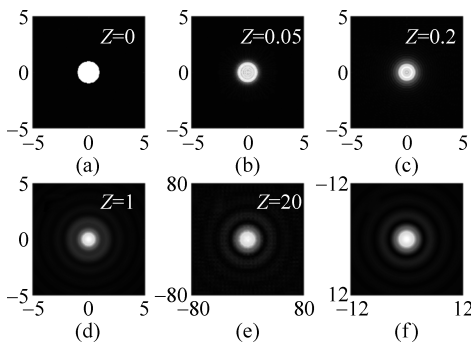


图3 光场在不同传输距离的分布(二维圆孔)

(a)~(e) 不同传输距离处相对光强的分布; (f) 圆形输入光强的傅里叶变换

圆孔衍射现象和方孔类似,从近场到远场衍射过程中,光场能量首先圆孔边缘流动,而后向孔中心流动。在衍射过程中,光场自动聚焦现象仍然存在,如图3((a)~(c))所示。

作为拓展,我们将讨论二维光场通过圆缝衍射过程中的光场重构过程。我们假设输入面的光场分布为

$$\varphi_0(X, Y) = \begin{cases} 1, & (1 \leq \sqrt{X^2 + Y^2} \leq 2) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

光场在不同传输距离的分布如图4所示。可以看

到光场在近场衍射过程中,如图 4((a)~(c)),伴随着能量的流动,光环越来越细,即出现了自动聚焦现象。同时,在中央位置处出现了亮斑,此即泊松亮斑<sup>[2]</sup>,在远场时,光场能量主要集中在泊松亮斑处。

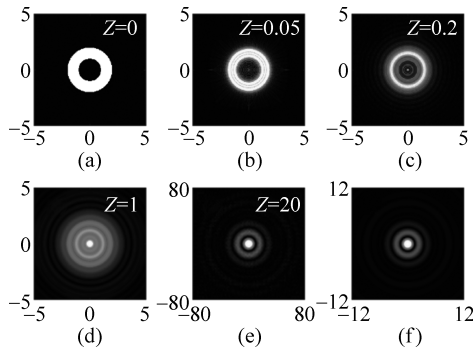


图 4 光场在不同传输距离的分布(二维圆缝)  
(a)~(e) 不同传输距离处相对光强的分布; (f) 圆缝光束的傅里叶变换

### 2.3 自由空间近场到远场衍射过程中光场的重构

本节我们不考虑一维缝和二维孔的影响,将讨论光束在自由传输时近场到远场传输过程中光场的演化。作为两个特例,我们分析不均布有圆对称的光场的演化过程。在输入面有

$$\varphi_0(X, Y) = \begin{cases} \exp(-X^2/8 - Y^2) & (6) \\ \exp(-X^2/8 - Y^2) \exp(iXY) & (7) \end{cases}$$

分别表示椭圆光场和像散椭圆光场,其衍射过程如图 5。可以看到,在椭圆光束衍射过程中,光束不能维持其初始形状,特别地,在  $Z=4$  时会演化为圆形光斑,见图 5((a)~(d))。对于像散光束,在其衍射过程中可以维持椭圆形不变,并且发生旋转现

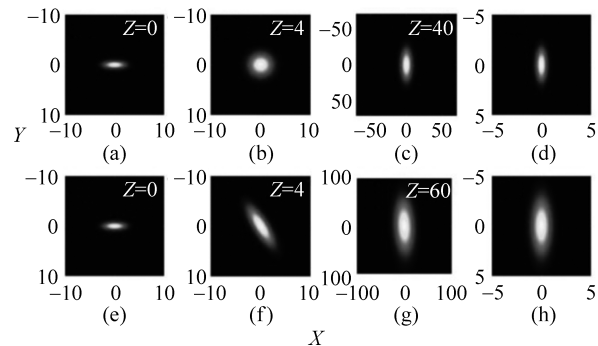


图 5 光束在自由传输时近场到远场传输过程中光场的演化  
(a)~(c) 不同传输距离处椭圆光束相对光强的分布; (e)~(g) 不同传输距离处像散椭圆光束相对光强的分布; (d)(h) 分别为椭圆光束和像散椭圆光束输入光强的傅里叶变换

象。但在远场时,椭圆光束和像散椭圆光束的空间结构是相同的,均与初始输入光束成倒置关系,见图 5(a)(c)和(e)(g)。与一维衍射情况相同,夫琅禾费衍射图样和输入光场的傅里叶变换具有相同的函数形式。

特别地,当考虑光学非线性自聚焦作用时,像散椭圆光束可以形成旋转椭圆光孤子<sup>[8]</sup>,从而在光通讯、光操控等领域有潜在的重要应用。

## 4 结论

本文通过菲涅尔积分公式讨论了光束在近场衍射到夫琅禾费衍射过程中的光场重构现象。对于一维衍射,我们发现在光场重构过程中,光强分布会变化,光场能量会重新分布。对于二维衍射,我们研究了平面波经过方孔、圆孔和圆缝的衍射行为,发现在从近场到远场衍射的过程中,光场会出现自动聚焦现象,通过光场重构,光场能量在远场集中在中心亮斑处,光场波形可由初始光场的傅里叶变换得到。我们以椭圆光场和像散椭圆光场为例,讨论了在二维光场在重构过程中的光斑形变和旋转现象。此外,本文将从傅里叶光学的角度给出通过薄透镜实现夫琅禾费衍射的严格证明,并讨论通过这种新方案观测到的夫琅禾费衍射图案与通过长距离传输得到的方案的异同。

### 参 考 文 献

- [1] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. Sixth edition. New York: Pergamon Press, 1980: 412-517.
- [2] 马文蔚,周雨清,解希顺. 物理学[M]. 6版. 北京:高等教育出版社,2014:122-133.
- [3] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 3版. 北京:高等教育出版社,2008: 140-144.
- [4] HAUS H A. Waves and fields in optoelectronics[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1984: 81-87.
- [5] 游明俊. 傅里叶光学[M]. 北京:兵器工业出版社,2000:110-130.
- [6] ZHANG P, PRAKASH J, ZHANG Z, et al. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams [J]. Opt. Lett., 2011, 36: 2883.
- [7] PANAGIOTOPOULOS P, PAPAIOGLOU D G, COUAI-RON A, et al. Sharply autofocused ring-airy beams transforming into non-linear intense light bullets[J]. Nat. Commun., 2013, 4:2622.
- [8] LIANG G, ZHANG H, FANG F, et al. Influence of transverse cross-phases on propagations of optical beams in linear and nonlinear regimes[J]. Laser Photonics Rev., 2020, 14: 2000141.