

地球表面科里奥利力的矢量分析

韩一波

(¹ 华中科技大学物理学院; ² 国家脉冲强磁场科学中心, 湖北 武汉 430074)

摘要 科里奥利力是大学物理中的一个重要知识点,其表达式用到了线速度和转动角速度矢量积的形式,对地球转动参考系中物体的运动具有丰富的作用形式和效果。然而在三维立体的地球表面上分析其大小和方向,以及其对宏观物体如水流、大气的影响时相对比较复杂,初学大学物理的学生和研究者很难理解相关物理概念或对之形成清晰的物理图像。本文详细分析了科里奥利力在地球表面矢量投影的一般表达式,并定量分析了该力对一些宏观物体运动产生的影响,为相关物理课程的讲授和学习提供参考。

关键词 科里奥利力;地表;矢量分析

VECTER ANALYSIS OF THE CORIOLIS FORCE ON THE EARTH'S SURFACE

HAN Yibo^{1,2}

(¹ School of Physics, Huazhong University of Science and Technology; ² Wuhan High Magnetic Field Center, Wuhan, Hubei 430074)

Abstract Coriolis force refers to the vector product of velocity of the moving object and the angular velocity of the moving frame of reference, and is a very important knowledge point in College Physics. On the earth surface, due to the earth's rotation along its axis in an sphere coordination, the Coriolis forces exert on the moving object, such as the flowing water and atmosphere are complicated. Therefore it is difficult for an grade-one college student to form a clear physical image. This paper provides a detailed analysis of the general vector projection expression of the Coriolis force on the earth's surface and quantitatively analyzes the impact of this force on the motion of some macroscopic objects, providing a reference for the teaching and learning of related physics courses.

Key words Coriolis force; earth's surface; vector analysis

中非国家乌干达的国土被赤道分为两部分,当地居民为了吸引游客,在赤道两侧距离大约20m的两个位置放置了两个水盆,每个水盆的底部中央开孔,当水从孔中流出时,盆中的水会形成顺时针(赤道南)和逆时针(赤道北)相反旋度的旋涡(图1)^[1]。他们以此来形象地说明,南半球和北

半球的科里奥利力方向与运动速度的相反旋度关系。相较于地球的尺寸而言,相隔如此近的距离科里奥利力居然能产生截然相反的结果,这不禁让人生疑。对类似现象的理论分析不仅可以加深我们对科里奥利力的理解^[2-3],而且能帮助人们鉴别何种现象是可以用物理原理来解释的,而何种

收稿日期: 2023-08-29

作者简介: 韩一波,华中科技大学物理学院、国家脉冲强磁场科学中心教授,ybhan@hust.edu.cn。

引文格式: 韩一波. 地球表面科里奥利力的矢量分析[J]. 物理与工程, 2024, 34(5): 13-15, 22.

Cite this article: HAN Y B. Vecter analysis of the Coriolis force on the earth's surface[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(5): 13-15, 22. (in Chinese)

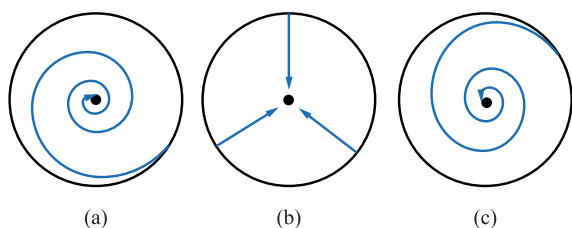


图1 乌干达赤道附近的水流演示装置示意图
(a) 赤道以南 10m; (b) 赤道上; (c) 赤道以北 10m

现象仅仅是一种人为的“魔术效果”。此外,虽然对科里奥利力的精确计算促进了气象、洋流、航天等应用^[4-6],但对于物理教学方面的阐述还需要进行深化。本文旨在对科里奥利力在地球表面的表现形式作一定量分析。

1 科里奥利力在地表经纬度方向的分解

正如《大学物理》运动学一章所述,在旋转的参考系 S' 中运动的物体,相较于在静系 S 而言,不仅受到惯性离心力 F_r ,而且还受到科里奥利力 F_c 的作用,相关表达式为^[7-8]

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_c = m\omega^2 \mathbf{r}' + 2m\mathbf{v}' \times \boldsymbol{\omega} \quad (1)$$

其中, m 为运动物体的质量, ω 为 S' 相对 S 转动的角速度, $\mathbf{r}'$ 为物体在 S' 中的位置矢量, $\mathbf{v}'$ 为物体在 S' 中的速度。从上式可以发现,虽然惯性离心力和科里奥利力同属于虚拟力,但其产生的效果稍有不同。如图 2 所示, S 系坐标 $O-XYZ$ 和 S' 系坐标 $O'-X'Y'Z'$ 中,将原点 $O-O'$ 和 $Z-Z'$ 轴分别取重合时, $\mathbf{F}_r$ 与 $\mathbf{v}'$ 无关且恒定指向位置矢量 $\mathbf{r}'$ 方向;而 $\mathbf{F}_c$ 却与物体的即时速度 $\mathbf{v}'$ 垂直,且与 $\mathbf{r}'$ 无关。假定物体在一个旋转圆盘平面上运动, $\mathbf{v}'$ 与 $\boldsymbol{\omega}$ 的方向总是垂直的,且 $\mathbf{F}_c$ 总是在圆盘面内与 $\mathbf{v}'$ 垂直,从而使物体在 S' 系中运动轨迹产生“拐弯”的效果,这种运动导致了旋涡的产生。自转的地球可以用类似旋转圆盘的模型来分析:假设我们

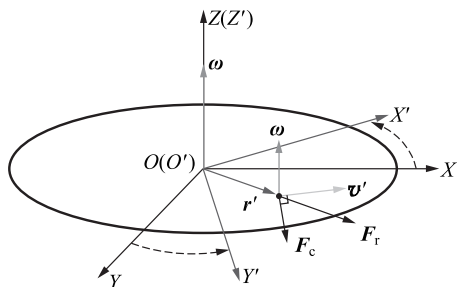


图2 平面内运动物体惯性力分析示意图

站在地球自转轴上北极星的方位观察地球,可以看到一个旋转圆盘的投影。与二维圆盘所不同的是,如果物体的运动具有平行于经线方向的速度分量,那么 $\mathbf{F}_c$ 会产生一个垂直于地面的分量(图 3)。因此,在讨论物体在地球球面上运动这一情况时,需将 $\mathbf{F}_c$ 投影在地球表面来分析。

如图 3 所示,在地表参考系某点建立运动的直角坐标系,其中 X' 轴沿纬线方向(X' , 东为正向), Y' 轴沿经线方向(Y' , 北为正向), Z' 轴沿垂直于地面方向(Z' , 自球心向外为正向)。考虑地表某点物体的运动速度 $\mathbf{v}'$ 为 $v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$, 当只考虑 $\mathbf{v}'$ 在地面运动,即 $v_z = 0$ 时

$$\mathbf{F}_c = 2m\mathbf{v}' \times \boldsymbol{\omega} = 2m(v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j}) \times \boldsymbol{\omega}$$

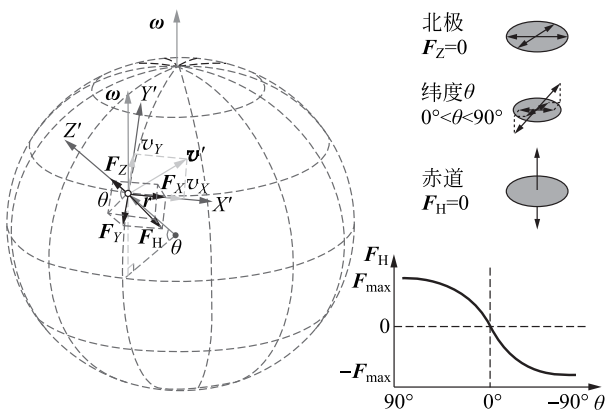


图3 地表不同纬度处科里奥利力矢量分析

假设地点在北纬 θ 角度,考虑 $2mv_y \mathbf{j} \times \boldsymbol{\omega}$ 沿着 X' 方向,得到 F_x ,而 $2mv_x \mathbf{i} \times \boldsymbol{\omega}$ 矢量平行于纬度平面(平行于赤道平面,与 Z' 方向成 θ 角),可分解为 F_y 和 F_z 。则科里奥利力 $\mathbf{F}_c$ 在 X', Y', Z' 三个方向的大小为

$$F_x = 2mv_y \mathbf{j} \times \boldsymbol{\omega} = 2mv_y \omega \sin\theta$$

$$F_y = 2mv_x \mathbf{i} \times \boldsymbol{\omega} \sin\theta = -2mv_x \omega \sin\theta$$

$$F_z = 2mv_x \mathbf{i} \times \boldsymbol{\omega} \cos\theta = 2mv_x \omega \cos\theta$$

则在地表观测点处平行(H)和垂直(Z)于地球表面的方向上,科里奥利力的大小为:

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}_H| &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2m\omega \sin\theta \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= 2m\omega v' \sin\theta \\ |\mathbf{F}_Z| &= 2m\omega v_x \cos\theta \end{aligned} \quad (2)$$

可见在某一地点即 θ 基本不变时,假设物体在地表参考系的速度大小 v' 不变,则面内的科里奥利力大小 $|\mathbf{F}_H|$ 亦不变,只是其方向会改变,从而科里奥利力矢量在地球表面的投影是一个圆

形,且此圆形的半径与所处纬度的正弦值 $\sin\theta$ 成正比(见图 3)。相应的垂直地面方向的科里奥利力 $|\mathbf{F}_V|$ 只与东西方向的速度分量 v_x 以及所处纬度的余弦值 $\cos\theta$ 成正比。

2 地表科里奥利力半定量分析

回到本文开头的问题, $|\mathbf{F}_H|$ 大小只与纬度相关,将 $|\mathbf{F}_H|$ 对 θ 取导数得到 $\cos\theta$ 函数。赤道的纬度 $\theta=0^\circ$,因而 $|\mathbf{F}_H|$ 几乎为零,且 $d|\mathbf{F}_H|/d\theta = \cos\theta=1$ 。可以看到赤道附近 $|\mathbf{F}_H|$ 并没有突变。通过以上分析,我们可以定量分析相隔 20m 的赤道两侧两个地点质量为 1kg 物体以 $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 速度运动时所受 $|\mathbf{F}_H|$ 的大小,以及此力对物体产生的加速度的大小和方向。赤道以北 10 米处科里奥利力大小为 $|\mathbf{F}_H|=2m\omega v'\sin\theta=3.6\times 10^{-11}\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,产生的偏向加速度 $a=3.6\times 10^{-11}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,假设水盆的半径为 1m,则相应的水流偏转距离约为: $1.8\times 10^{-11}\text{m}$ 。由此可见,在赤道两侧由于科里奥利力引发的水流偏移过小,水流不可能产生可观测的不同涡旋效应。

那么需要什么条件才能观察到这种效应呢?我们从改变纬度和作用距离两个方面来估算。假设我们的水盆足够大(如半径 1km),同质量和速度的水流在 30 度某地科里奥利力引发的偏向加速度 $a'=7.2\times 10^{-5}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,科里奥利力引发的偏转距离为 36m,此时应该可以观测到明显的科里奥利力引发的旋涡现象。由此可见,需要较长的作用时间、在较大的空间范围运动方可观测到显著的效果。这也是为什么科里奥利力主要作用于风暴、季风等宏观对象的原因。此外,地球上的流体,如洋流和季风多发生在热带和亚热带低纬度区域,其原因主要是其速度最高可达 $30\sim 60\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 量级,因而降低了对纬度的要求。

我们对不同的流体、人造物的运动所产生的科里奥利力以及其引发的圆周运动对应的科里奥利力加速度进行计算,在 30 度附近结果如表 1 所示。

可见河水虽然流速慢,但是质量非常大,科里奥利力的作用不可忽视。长期在河道中流动时会造成河道两岸的侵蚀程度不同(比如在北半球,河道右岸侵蚀较严重);跑步、足球、子弹等运动作用时间非常短,因此科里奥利力的影响非常有限;而洲际导弹速度非常快,科里奥利力作用巨大,因

表 1 常见运动物体科里奥利力相关参数

运动物体	质量/ kg	速度/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	F_H/N	$a_H/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$
河水	10^6	1	7.3×10^{-2}	7.3×10^{-5}
跑步	60	5	2.2×10^{-2}	3.6×10^{-4}
足球	1	50	3.6×10^{-2}	3.6×10^{-3}
子弹	10^{-2}	10^3	7.2×10^{-3}	7.2×10^{-2}
洲际导弹	10^5	10^4	7.2×10^4	0.72

此在航空航天活动中,必须考虑科里奥利力对航天器在地球经纬度坐标的定位的影响^[9]。

3 结语

综合以上分析可知,物体在垂直于地球旋转轴方向的运动速度的大小和力的作用时间是决定是否可以观察到科里奥利力对物体运动作用效果最关键的两个因素。生活中和我们人体相关的运动基本不用考虑科里奥利力的影响,而在自然界中大质量物质如空气、水流等长时间的运动,以及航空航天器的高速运动则必须考虑科里奥利力的作用。据此可判断,乌干达附近的所谓科里奥利力演示实验是伪造的。可能是演示者在水盆下面作了一些改造,比如在水管中人工制造了一定的旋度从而使水向下流动时附加一定的角动量从而产生涡旋,而并非科里奥利力的效果所导致。

参 考 文 献

- [1] 张华. 北半球地漏旋涡一定是逆时针旋转的吗?——从赤道线上乌干达小哥的斗旋涡演示谈科氏力的影响[J]. 力学与实践, 2018, 40(4): 469-477.
ZHANG H. The direction of the eddy in floor drain in the northern hemisphere: the influence of Coriolis force[J]. Mechanics in Engineering, 2018, 40(4): 469-47. (in Chinese)
- [2] 师玉荣, 张得健, 王峰. 转动参考系中质点运动的动力学分析及数值模拟[J]. 物理与工程, 2023, 33(4): 31-35.
SHI Y R, ZHANG D J, WANG F. Dynamic analysis and numerical simulation of particle motion in a rotating reference frame[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(4): 31-35. (in Chinese)
- [3] 姚勤芬, 蒋耀妹. 谈谈科里奥利效应[J]. 物理与工程, 2006, 16(5): 59-60, 62.
YAO Q F, JIANG Y M. Talk about the Coriolis effect[J]. Physics and Engineering, 2006, 16(5): 59-60, 62. (in Chinese)

(下转第 22 页)