

# ETA 物理认知模型下的大中衔接研究

## ——极坐标参考系的教学探索

刘 亮 李晓璐

(北京大学附属中学, 北京 100190)

**摘 要** 本文基于 ETA 物理认知模型, 对物理教学中大中衔接问题进行探索研究, 从早期学生认知中可能隐含的问题入手, 分析高中课程内圆周运动向心加速度的例子, 逐步过渡到天体椭圆运动的情形。本文主要从建立公理认知角度, 对极坐标参考系的速度、加速度进行大中衔接探讨。

**关键词** ETA 物理认知; 大中衔接; 拔尖人才; 极坐标参考系

## EXPLORATION OF THE CONNECTION OF ETA PHYSICAL COGNITION MODEL BETWEEN UNIVERSITY AND MIDDLE SCHOOL

### —TEACHING EXPLORATION OF POLAR COORDINATE SYSTEMS

LIU Liang LI Xiaolu

(The Affiliated High School of Peking University, Beijing 100190)

**Abstract** Based on the ETA physical cognition model, this paper explores the connection between large and medium schools in physics teaching. Starting from the potential implicit problems in early student cognition, it analyzes examples of centripetal acceleration in circular motion within high school classes, transitioning to the case of elliptical motion in celestial bodies. Mainly from the perspective of establishing axiomatic cognition, this paper explores the connection between velocity and acceleration in polar reference frames.

**Key words** ETA physical cognition; the connection between university and high school; top talent; polar coordinate systems

从中学到大学的物理衔接教育, 一直是教师研究探讨的区域, 从 ETA 物理认知模型<sup>[1]</sup>解决问题的方式出发, 可以尝试做出很好的物理大中衔接课程方案。ETA 物理教学法<sup>[2]</sup>在物理大中衔接的过程中, 可以让学生从学习知识向探索科学转变, 进而使用科学的物理方法<sup>[3]</sup>, 培养出需要的物理

精神<sup>[4]</sup>, 以做好基础学科的拔尖人才培养。

#### 1 物理大中衔接开始的时间

这个问题在高一解决是不合时宜的, 此时学生还在完成初中高中衔接, 并且所学的知识也不

收稿日期: 2024-01-27

基金项目: 北京物理学会 2024—2025 年度教育学科科研重点课题(ETA 认知模型大中衔接物理教学探究, 课题编号: WLXH241018); 北京市海淀区教育科学“十四五”规划一般课题(物理学科培优路径与教育实践研究, 课题编号: HDGH20230927); 教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会大中物理教育衔接工作委员会教学研究课题(ETA 物理认知下的拔尖创新课程探索, 课题编号: WX202412)。

通信作者: 刘亮, 北京大学附属中学高级教师, liuliang@pkuschool.edu.cn。

引文格式: 刘亮, 李晓璐. ETA 物理认知模型下的大中衔接研究——极坐标参考系的教学探索[J]. 物理与工程, 2024, 34(4): 213-216.

Cite this article: LIU L, LI X L. Exploration of the connection of ETA physical cognition model between university and middle school—Teaching exploration of polar coordinate systems[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(4): 213-216. (in Chinese)

能支持向大学过渡,而高三学生的精力都在高考备考上,此时提供给学生偏离高考考查范围的内容阻力很大。所以高二学年是完成大中衔接大有可为的时期。如果这个时间不进行大中衔接,很多衔接工作只有放到大一入学后开始。所以笔者大中衔接的思路也是围绕这两个时间段进行的,即融入平时教学的高二学年和大学学习初始时期。

对于拔尖创新人才的物理大中衔接不应是狭隘的知识衔接,更应是学习方法和思想方面的衔接。这里如果能够做好,学生的大学学习会更为顺畅,对基础学科的兴趣也会更为浓厚。

## 2 发现早期衔接中需要解决的问题

善战者无赫赫之功,解决衔接也应从细小的问题开始。初中物理起步时讲参照物,高中课本中第一章第一节为参考系<sup>[5]</sup>,而大学教学开始往往讲解的也是坐标系。他们之间的区别高中生并不了解,而这些难度并不大的内容,更容易帮助学生建立起科学的认知,完成中学向大学学习的过渡。

大学初始会涉及到的有自然坐标系和极坐标系。在高中阶段,这两种坐标系在常见的例子中是无法区分的,因为高中课内往往研究的都是匀速圆周运动。在匀速圆周运动中,如果我们使用自然坐标系,那么就是切线加速度为零,只有法向加速度;如果我们使用极坐标系,那么就是横向加速度为零,只有径向加速度,且径矢 $r$ 的大小不变。于是学生或教师将中学知识向大学过渡时,课内的向心加速度用法向加速度和径向加速度都可以描述了,因为二者在这里是相同的。而这个细节的差别,是衔接教学中应该重点关注的。

## 3 突破学生认知边界

中学生在学的过程中,必然意识到实际之中不会只存在匀速圆周运动,那么此时提升物理能力,塑造物理精神的时候就到来了。学生可以突破自己的认知边界,进一步深入研究。

匀速圆周运动的向心加速度是时刻垂直于运动方向的,这时候学生的认知边界就可以推进了。如果有了切线的加速度,会怎么样呢?书上给出

了会做离心运动,但是没有进一步说明推导,而观察到这一点后,学生的认知边界就可以继续推进了。教师也可以继续设问,离心运动后向心加速度是哪个方向?和运动方向垂直的方向还是受力的方向?最直接的例子就是行星的椭圆运动,加速度又如何来描述?

回答上述问题时,使用ETA认知模型中的明确研究问题的方法,会使学生的思考方向得以明确。高一入学物理开始讲解的是参考系,大学入学物理开始讲解的是坐标系,包括直角坐标系、自然坐标系、极坐标系,这也是学生一开始有点晕的地方,但这段往往马上就结束了,后面短时间内没有复杂的运算,导致此时的过渡和衔接没有得到重视,以至于后面的学习出现问题。对国家所需要的拔尖人才如何打好这部分的基础,需要的就是明确学生研究的问题,下一步通过量化描述性质直接到达建立公理化的认知。

## 4 以行星运动为例

从内容上看,高一入学学生难有对参考系部分进行大中衔接的认识,毕竟参考系、坐标系的中学教学难度还是较为简单的。通过匀速圆周运动到非匀速圆周运动,再到行星运动,经过一个组合的学习过程后,在此进行大中衔接,既可以对以往的知识进行总结,也可以完成衔接,对课内是梳理,对教学是提高。

行星做匀速圆周运动时,如图1所示,在A点的加速度分析就是典型的向心加速既是法向加速度又是径向加速度的情况,他们的方向是相同的,大小也是相同的。而行星一旦加速,做椭圆运动后,到达了图中的B点,现对B点的加速度进行分析。高中教材中已经表达出,曲线运动切向的方向为运动方向,那么和切向垂直的方向自然是法向了;而行星受引力的方向指向中心天体的,这个方向给了一个新的名字叫径向,与径向垂直的方向为横向。那么学生自然会提出一个问题,向心加速度是哪个方向呢?天体是不是它向的心呢?对此,高中物理教科书给出了任意的曲线运动也可以使用圆周运动的思考方法,法向的方向为向心加速度的方向。这时我们发现使用法向的时候,我们是用圆周运动的思考方式,这是中学所熟悉的;而径向的方向就是一个典型的极坐标思

考方式,使用此方法时引力的方向就是径向方向,横向加速度为零,我们发现任意一点的加速度,都是指向中心天体,而径向加速度就可以直接计算出来,这就是我们有了自然坐标,为什么还要使用极坐标的原因,它会使我们研究问题的结果变得非常容易直接得到。

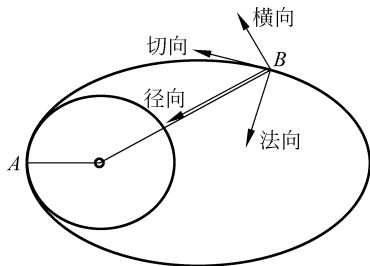


图1 行星加速度两种分解方式

## 5 建立公理认知

行星运动的描述,也让我们到了认知边界,我们没有研究过非匀速圆周运动,所以在建立公理认知前,从起点出发,再回顾我们已有的知识。我们有一维直线运动的知识,并能够通过位置对时间的求导,求出速度、加速度。对于匀速圆周运动,我们可以用直角坐标系,但运算过于复杂,也可以使用角度确定位置,可以很好地描述角速度,但缺少描述半径方向的物理量。这时,很自然的就可以用极坐标来描述了。这里求速度就变为对矢量  $r$  求导数。

在坐标系的学习中需要做好大中衔接的部分,就是对于矢量的求导运算。学生在中学阶段就会接触一些求导的思路,但是进入大学也会存在不适应的情形,笔者认为就是一下到达了学生太多的认知边界,如复合函数的求导,矢量的求导等。如果只是运算复杂,学生还可以进行,但配合带方向的矢量,就会十分困难。这也是中学阶段物理对于矢量教学的特点造成的,虽然叫作矢量,但是平时考查的都是一维的动量守恒居多,导致学生并没有建立起适合科学研究的矢量思想,求导方面又多以  $dx$  一个方向运算为主。对一元函数的求导,学生可以顺利进行运算,但是极坐标中,对方向的求导,就会令他们不知所措,一个小小的问题,就会影响学生对坐标系建立的认知。更有甚者,会有同学把一个匀速转动的极坐标转

化为直角坐标来进行分析,运算变得极为复杂,只是为了避开矢量的求导。

课内的圆周运动部分,已经把学生带到了认知边界上,只要用建立 ETA 认知模型建立公理认知,往前推进一步即可有新的发现。

如图2所示, $x$  的正半轴为极轴,从极轴转到  $r$  方向的转角  $\theta$  为辐角,规定逆时针方向转动取正, $r$  和  $\theta$  分别为径向和横向方向, $e_r$  和  $e_\theta$  分别为两个方向的单位矢量。一个矢量可以用长度的函数乘以单位矢量的方式表示,对长度变化的求导用常规求导公式可以解决,用 ETA 认知模型确定的研究对象就变为了,对不熟练的单位矢量求导,学生也就找到了真正突破问题的关键。

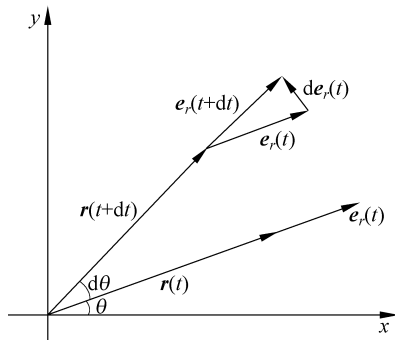


图2  $de_r(t)$  作图求解

从图2和图3中可以看出  $de_r(t)$  的方向和  $e_\theta(t)$  相同,大小为  $e_r(t)$  乘  $d\theta$ ;  $de_\theta(t)$  的方向为  $e_r(t)$  的反方向,大小为  $e_\theta(t)$  乘  $d\theta$ 。

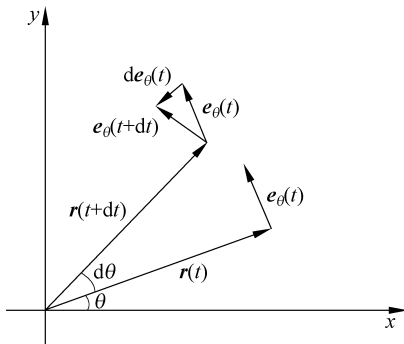


图3  $de_\theta(t)$  作图求解

于是,我们得到了重要的结论

$$de_r(t) = d\theta e_\theta(t), \quad de_\theta(t) = -d\theta e_r(t) \quad (*)$$

这是我们通过画图的方式,得到的重要结论。在中学中同样使用了相同的方式求得向心加速度

的表达式,将学生的认知边界向前推进,就可以得到对矢量的求导结果,也是对大中衔接教学进行一次很好的尝试,也是 ETA 认知模型,建立公理认知的过程。

而用速度定义式得到

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d(r\mathbf{e}_r)}{dt} = \frac{dr}{dt}\mathbf{e}_r + r \frac{d\mathbf{e}_r}{dt}$$

再由前面的式(\*)代入,就可以得到下式

$$\mathbf{v} = \frac{dr}{dt}\mathbf{e}_r + r \frac{d\theta}{dt}\mathbf{e}_\theta$$

这是一个很好的结果,把中学的圆周运动计算方式规划化、体系化,第一项为中学中沿半径方向运动的速度,第二项为圆周运动的切向速度,大小即为  $r\omega$ 。再对上式再进行一次求导,就是加速度的求导计算方式,即

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\left(\frac{dr}{dt}\mathbf{e}_r + r \frac{d\theta}{dt}\mathbf{e}_\theta\right)}{dt}$$

对复合函数求导数展开得到

$$\mathbf{a} = \left[ \frac{d\left(\frac{dr}{dt}\right)}{dt}\mathbf{e}_r + \frac{dr}{dt} \frac{d\mathbf{e}_r}{dt} \right] + \left[ \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt}\mathbf{e}_\theta + r \frac{d\left(\frac{d\theta}{dt}\right)}{dt}\mathbf{e}_\theta + r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\mathbf{e}_\theta}{dt} \right]$$

把上式中的矢量求导部分用式(\*)代入,得到

$$\mathbf{a} = \left[ \frac{d^2r}{dt^2}\mathbf{e}_r - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\mathbf{e}_r \right] + \left[ \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt}\mathbf{e}_\theta + \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt}\mathbf{e}_\theta + r \frac{d^2\theta}{dt^2}\mathbf{e}_\theta \right]$$

并把径向和横向分别提取出来,就得到最终的结果

$$\mathbf{a} = \left[ \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \right] \mathbf{e}_r + \left( 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) \mathbf{e}_\theta$$

将加速度的径向和横向分量结果算出完成,就可以认为在极坐标速度、加速度认知方面,顺利过渡到了大学的教学要求。

## 6 结语

使用 ETA 物理认知模型,可以很好地引导学生在实验验证环节找到认知边界。在这里,实践的认知边界就是对矢量的求导,而学生迈出这一小步之后,对于大学的学习方式就会变得豁然开朗。同样地,使用 ETA 物理认知模型来训练,就可以让学生真正发现自己在学习、科研中的关键问题,进行重点突破。这是我们研究如何顺利完成大中衔接教学的初衷,也是国家基础学科人才培养的重要素质,同样也是物理在思政一体化中的课程要求<sup>[6]</sup>。

## 参 考 文 献

- [1] 穆良柱. 什么是 ETA 物理认知模型[J]. 物理与工程, 2020, 30(1): 29-33.  
MU L Z. What is ETA physical cognition model[J]. Physics and Engineering, 2020, 30(1): 29-33. (in Chinese)
- [2] 穆良柱. 什么是 ETA 物理教学法[J]. 物理与工程, 2020, 30(2): 32-36.  
MU L Z. What is ETA physical teaching[J]. Physics and Engineering, 2020, 30(2): 32-36. (in Chinese)
- [3] 穆良柱. 什么是物理方法[J]. 大学物理, 2018, 37(2): 18-21.  
MU L Z. Methods of physical cognition[J]. College Physics, 2018, 37(2): 18-21. (in Chinese)
- [4] 穆良柱. 什么是物理精神[J]. 大学物理, 2018, 37(3): 26-28.  
MU L Z. What are the spirits of physicists[J]. College Physics, 2018, 37(3): 26-28. (in Chinese)
- [5] 彭前程, 秦建云. 普通高中教科书物理必修 第一册[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019.
- [6] 穆良柱. 物理课程思政教育的核心是科学认知能力培养[J]. 物理与工程, 2021, 31(2): 9-15.  
MU L Z. The key point of cultural education in physics teaching is the training of scientific cognition[J]. Physics and Engineering, 2021, 31(2): 9-15. (in Chinese)