

新型磁悬浮实验装置研究

聂彬彬¹ 赵子涵¹ 罗艺豪¹ 王 旨¹ 孟祥谦¹ 惠王伟^{1,2} 钱 钧^{1,2} 王 瑾^{1,2}

(¹ 南开大学物理科学学院; ² 南开大学基础物理国家级实验教学示范中心, 天津 300071)

摘 要 根据电磁学的基本原理, 永磁体或载流线圈在外磁场中会受到磁力的作用, 当磁力完全克服重力时便达到磁悬浮状态。基于磁悬浮的基本原理, 本文设计制作了一种新型的磁悬浮实验教学装置, 利用一套装置有机地将磁场、电流与力结合起来, 实现了直流和交流磁悬浮以及内磁悬浮和外磁悬浮。利用该装置, 可以开展基于磁悬浮的磁力秤和磁力电流计等实验内容, 定量地探究磁场、电流和力之间的关系。该实验教学装置结构简单, 成本低, 实验内容丰富, 可以很好地锻炼学生的动手能力和创新能力, 非常适合在大学物理实验教学中进行推广。

关键词 磁悬浮; 磁力秤; 磁力电流计; 定量分析

RESEARCH ON NEW MAGNETIC LEVITATION EXPERIMENTAL DEVICE

NIE Binbin¹ ZHAO Zihan¹ LUO Yihao¹ WANG Zhi¹ MENG Xiangqian¹
HUI Wangwei^{1,2} QIAN Jun^{1,2} WANG Jin^{1,2}

(¹ School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071;

² National Demonstration Center for Experimental Physics Education, Nankai University, Tianjin 300071)

Abstract According to the basic principle of electromagnetism, the permanent magnet or current-carrying coil will be affected by the magnetic force in the external magnetic field. When the magnetic force completely overcomes the gravity, it will reach the state of magnetic levitation. Based on the basic principle of magnetic levitation, we have designed a new type of magnetic levitation device for experimental teaching, which employs a set of devices to organically combine magnetic field, current and force to realize DC and AC magnetic levitation, as well as inner and outer magnetic levitation. Using this device, experiments such as magnetic scales and magnetic ammeter based on magnetic levitation can be carried out to quantitatively explore the relationship between magnetic field, current and force. The experimental teaching device has a simple structure, low cost, and rich content, which can effectively train students' hands-on and innovative abilities, making it very suitable for promotion in college physics teaching experiments.

Key words magnetic levitation; magnetic scale; magnetic ammeter; quantitative analysis

收稿日期: 2022-07-04

基金项目: 2020 高等学校教学研究项目(DJZW202010hb), 港澳与内地高等学校师生交流计划项目(202111120070); 南开大学“四新”专业课程项目(21NKSYX02)。

通信作者: 惠王伟, 南开大学物理科学学院高级实验师, 硕士, hww@nankai.edu.cn。

引文格式: 聂彬彬, 赵子涵, 罗艺豪, 等. 新型磁悬浮实验装置研究[J]. 物理与工程, 2024, 34(4): 169-175.

Cite this article: NIE B B, ZHAO Z H, LUO Y H, et al. Research on new magnetic levitation experimental device[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(4): 169-175. (in Chinese)

1842年,英国物理学家恩肖提出了磁悬浮的概念^[1],磁悬浮是利用磁力来克服重力使物体悬浮的一种技术。由于磁悬浮可以使物体处于无摩擦、无接触悬浮状态,因此在很多领域具有广泛的应用,例如磁浮列车^[2],磁浮控制平台^[3],磁浮轴承^[4]等。在物理实验教学中,受到仪器设备和实验内容的限制,磁悬浮实验往往作为演示或定性验证实验^[5],实验内容较为单一,缺乏精确的定量分析,这限制了此类实验在大学基础物理实验中的推广。

目前很多实验设计对上述问题进行了改进。例如通过将不同材料的开口非磁性金属环连接示波器来分析感应电动势与感应电流间的相位差^[6],在定性演示的基础上扩展了定量探究的实验内容。还有一些实验装置增加了电磁感应中感应电场及能量的转换的相关研究^[7],进一步丰富了实验内容。随着计算机技术的发展,利用科学计算软件辅助实验分析以及数据处理也越来越多地进入物理实验教学^[8]。

本文提出了一种具有直流磁悬浮和交流磁悬浮两种工作模式的新型磁悬浮实验方案,利用一套装置将磁场、电流与力结合起来,可以开展磁力秤、磁力电流计等实验内容,定量地探究磁场、电流与力之间的关系。

该装置结构简单,实验内容丰富,造价低廉,将磁场的产生、测量、表征、演示、应用有机地结合起来,非常适合在大学物理实验教学中进行推广。

1 实验原理

磁悬浮是一种利用磁力来克服重力使物体悬浮的技术。磁悬浮既可以由直流电产生的静磁场实现,也可以由交流电产生的时谐磁场实现。

在实验中我们利用自制线圈产生磁场,分别向线圈中输入直流和交流信号,即可实现两种不同磁悬浮模式的切换。下面我们分别介绍两种磁悬浮模式的原理。

1.1 直流模式磁悬浮

如图1所示,根据毕奥-萨伐尔定律,可以计算出线圈轴线上磁场分布为^[9]

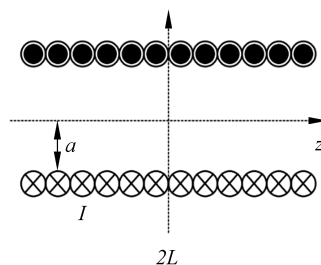


图1 线圈轴线磁场计算示意图

$$B_z(0, z) = \frac{\mu_0 n I}{2} \left[\frac{z+L}{\sqrt{a^2 + (z+L)^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{a^2 + (z-L)^2}} \right] \quad (1)$$

其中, B_z 为轴线上磁场的 z 方向分量, n 为单位长度内线圈匝数, I 为励磁电流, L 为螺线管长度, a 为螺线管半径, μ_0 为真空磁导率, z 为待测点的坐标。

直流模式下我们选用圆柱形小磁铁作为悬浮物,其磁化方向沿线圈轴线方向,在线圈内部感受到非均匀的磁场,进而受到一个梯度力从而实现悬浮。由于小磁铁的几何线度远小于线圈产生磁场的有效作用范围,因此可以将其建模为一个磁偶极子。根据电动力学的知识可知磁偶极子在磁场中受到的磁力正比于磁场的空间梯度^[9],当磁场施加给小磁铁的梯度力与悬浮物重力平衡时即可达到悬浮状态,用方程表示为

$$\mathbf{F} = -\mathbf{G} = -\nabla(-\mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{B}) = m_0 \frac{\partial B_z}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (2)$$

其中, $\mathbf{F}$ 为悬浮磁力, $\mathbf{G}$ 为悬浮小磁铁的重力, $\mathbf{m}_0$ 为小磁铁的磁偶极矩, $\mathbf{B}$ 和 B_z 分别代表外磁场及其 z 方向分量。

同时本文使用了内磁悬浮的方式,即小磁铁在线圈内部实现悬浮,如图2所示。内磁悬浮方式使得系统的悬浮更为稳定,同时也增大了悬浮磁力。根据我们的调研,这在磁悬浮实验装置的设计中尚属首次。

综合式(1)和式(2),我们可以知道在悬浮高度保持不变的情况下,悬浮力与电流成正比。力与电流的关系可表示为

$$F = kI \quad (3)$$

其中, k 为等效线性参数,可通过实验测量得到。在实验中我们向线圈中通入不同大小的电流,并测量该电流下对应的悬浮力,然后对数据进行线

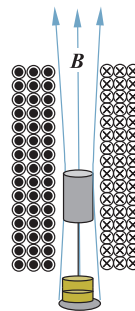


图2 内磁悬浮示意图

性拟合即可得到悬浮力与电流的定量关系。本文将拟合得到的式(3)所对应的直线称为定标直线。基于定标直线,若已知电流即可推出悬浮力大小,即制成磁力秤;若已知悬浮力,则可反推出电流大小,即制成磁力电流计。

1.2 交流模式磁悬浮

交流模式下的磁悬浮实验装置示意图如图3所示。我们构造一个线圈—铝环悬浮模型,线圈中心插入软铁芯用于增强和聚集磁场。向线圈中通入交流信号即可产生时谐磁场。由于电磁感应,铝环中会产生感应电流,该电流在磁场中会受到安培力的作用。铝环的电感会在感应电流和时谐磁场之间引入额外的相位差,进而在时间平均下产生一个向上的净安培力。

根据法拉第电磁感应定律,铝环中产生的感应电动势为

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

其中, ϵ 为感生电动势, ϕ 为铝环中的磁通量。设在铝环处磁场的平均竖直分量为 $B_{z0}e^{i\omega t}$,铝环平均半径为 r ,时谐磁场的圆频率为 $\omega=2\pi f$ 。代入式(4)得到

$$\epsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -i\pi r^2 \omega B_{z0} e^{i\omega t} \quad (5)$$

在时谐磁场中,铝环的阻抗由电阻 R 和电感 L 两部分组成。根据交流基尔霍夫定律我们可以得到

$$\epsilon = I(i\omega L + R) \quad (6)$$

联立式(5)和式(6)即可得到铝环中的电流表达式

$$I = \frac{\pi r^2 \omega B_{z0}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varphi)} \quad (7)$$

其中, φ 代表电感引入的感应电流与时谐磁场之间的相位差

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R} \quad (8)$$

由于磁场和电流都以很高的频率进行简谐振荡,因此宏观上铝环受到的有效电磁力为安培力在时间上的平均值

$$F = \langle 2\pi r I B_r \rangle_t = \frac{\pi^2 r^3 \omega B_{z0} B_{r0}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin\varphi \quad (9)$$

其中, B_{r0} 为磁场在铝环电流处径向分量的平均幅值。当该力与重力平衡时,系统即达到悬浮状态。不难看出,正是由于电感的存在引入的电流

与外磁场之间的相位差,使安培力的时间平均值不再为零,这便是交流悬浮磁力的物理来源。式(9)给出了悬浮力与磁场的依赖关系。

为了定量分析受力,我们需要进一步分析交流模式下软铁芯的引入导致的复杂磁化关系(用磁滞回线描述),进而得到悬浮力与电流的定量关系。在交流磁场下,铁磁物质磁化曲线以及磁滞回线如图4所示^[10], (a)中所示的闭合曲线为直流磁场作用下铁磁材料的饱和磁滞回线,其中 H_s , B_s , B_r 和 H_c 分别为饱和磁场强度,饱和磁感应强度,剩余磁感应强度和矫顽力。由磁化曲线可以确定材料的磁导率,即 $\mu=B/H$,铁磁材料磁导率依赖于外磁场,如图4(b)中虚线所示。我们可以看到铁磁性材料的磁化并不是线性的,随着磁场强度 H 的增加,磁感应强度 B 先是随之迅速增加,之后便达到磁饱和。而在交流模式下,磁滞回线不仅与材料的本征磁滞特性有关,还与交变磁场的频率有关。在交变磁场中,由于电磁感应会产生频率相关的涡流损耗,使 B 滞后于 H 的程度进一步加强。由于本文实验中使用的交流信号频率较低(约为20Hz),因此涡流损耗较小,磁化现象与直流较为相近。

当铁磁材料在强度由弱到强的交变磁场中磁化时,可得到面积由小到大向外扩张的一簇交流磁滞回线,如图4(c)所示。在本文中我们使用的电流较小,因此外加磁场较小,远未达到饱和,同时交流信号频率较低,因此损耗较小,磁滞也较

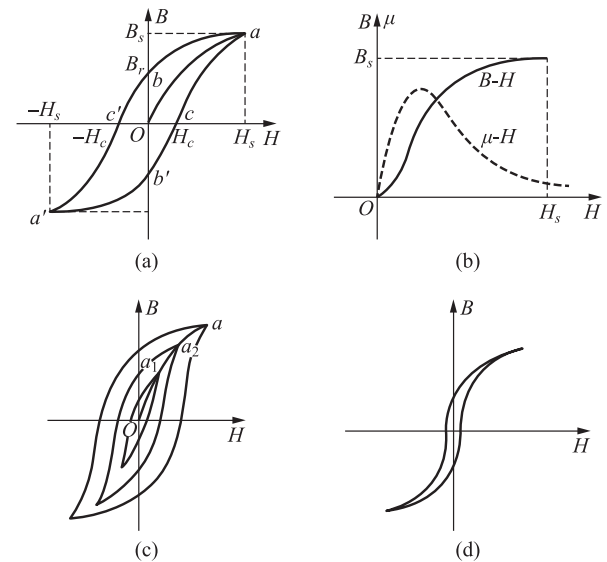


图4 磁化曲线及磁滞回线

(a) 饱和磁滞回线; (b) 磁导率与磁场强度的关系曲线; (c) 交流磁滞回线; (d) 弱磁场下软磁材料磁滞回线

小,升场曲线和降场曲线与初始磁化曲线近乎重叠,如图4(d)所示。铁芯选用高品质软铁材料,矫顽力很小,剩磁产生的影响可以忽略,因此在实验中可用初始磁化曲线来近似代替软铁芯的交流磁滞回线。

综合以上分析,在泰勒展开保留至二阶精度下,磁场可以写作

$$B = \mu_r H \cong (\mu_r^0 + \mu_r^1 H) H \quad (10)$$

其中,将式(10)代入受力关系式(9)中并保留至次领头阶,同时考虑到磁场强度 H 与电流 I 满足线性关系,可以得到如下刻画力与电流关系的近似函数

$$F \propto (\mu_r^0 + \mu_r^1 H)^2 H^2 \approx aI^2 + bI^3 \quad (11)$$

其中, a, b 为待定系数。我们可以看到,在合理的近似下力正比于电流二次项和三次项的线性组合。其中三次项是考虑到非线性磁化而引入的修正项,其数值相比于领头的二次项要小得多,后面的实验结果也将验证这一点。

利用式(11),我们就可以确定交流悬浮定标曲线的拟合形式。在实验中我们测量不同励磁电流所对应的悬浮磁力,将实验数据按照式(11)的形式进行最小二乘拟合,即可得到 a, b 系数。我们将拟合得到的式(11)称为交流定标曲线。和直流磁悬浮模式类似,基于定标曲线,若已知电流即可推出悬浮力大小,即制成磁力秤;若已知悬浮力,则可反推出电流大小,即制成磁力电流计。

2 实验装置

本文设计的新型磁悬浮实验装置可以同时实现直流和交流两种磁悬浮模式。下面分别具体介绍两种模式下的装置实现。

2.1 直流模式磁悬浮实验装置

直流磁悬浮模式实验装置系统框图如图5所示。本文的实验装置分为磁场产生模块、悬浮模块、读数模块、数据采集与处理模块。磁场产生模块由我们自主设计绕制的线圈组成;悬浮模块由小磁铁、砝码托、固定套管(标有刻度)组成,在添加不同质量的砝码或重物时,通过改变电流可以使小磁铁保持恒定悬浮高度;读数模块主要由支架和自制的透镜放大读数系统组成,可以精确地判断悬浮高度。

考虑到实验条件与成本,我们经过理论分析与实验探究确定了合适的器材参数:线圈用线径为1mm的漆包铜线绕制而成,绕制20层,共1000匝,同时限制所通电流范围为0~3.2A,对应产生的磁场范围是0~58.28mT。这样既能保证产生明显的实验现象,同时在实验的时间范围内也不会产生明显的热效应。绕线使用的轮毂以及仪器主体支架均使用3D打印制成,具有较好的稳定性,其建模工图如图6和图7所示。且各组件之间可以进行拆分与组合,从而实现不同的测量目的。读数模块利用透镜与有机玻璃自制而成,可与主装置分离,用于精确测量悬浮高度。磁铁采用钕铁硼磁铁,具有较强的磁场。

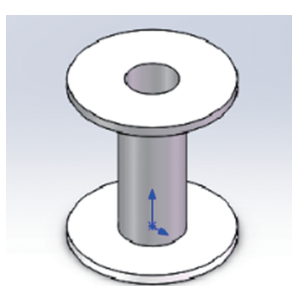


图6 线圈轮毂建模图

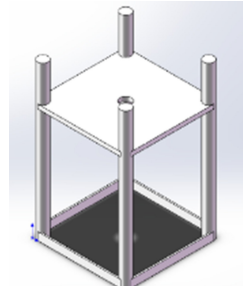


图7 装置支架建模图

将各组件拼装,正确连接电路即可进行实验。

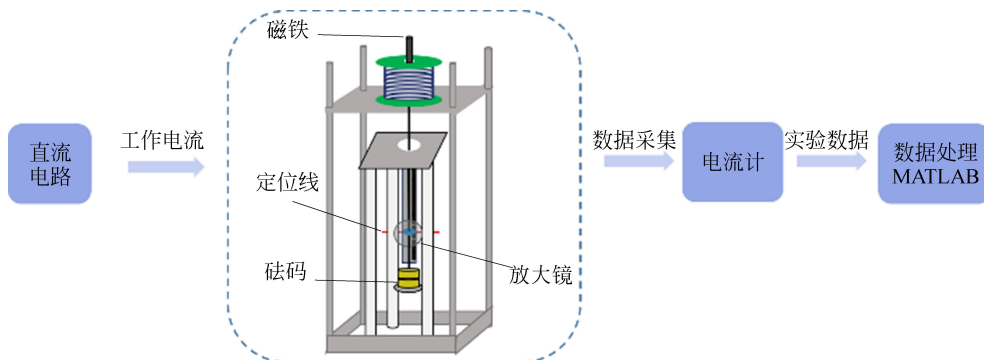


图5 直流模式磁悬浮实验装置系统框图

直流模式整体实验装置示意图和实物图如图 8 和图 9 所示。接通电源,调节励磁电流即可观察到小磁铁在线圈内部实现悬浮的现象。

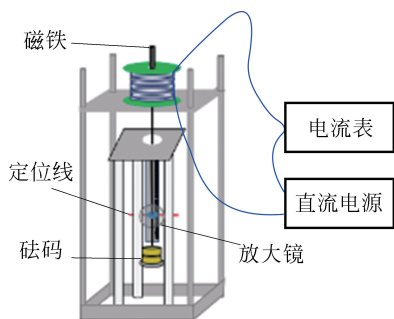


图 8 直流磁悬浮实验装置示意图

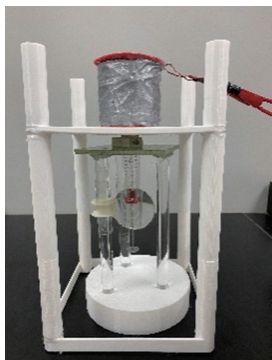


图 9 直流磁悬浮实验装置实物图

2.2 交流模式磁悬浮实验装置

交流磁悬浮模式实验装置系统框图如图 10 所示。本文的实验装置主要分为信号产生模块(包含交流信号源以及 OPA541 功率放大电路)、磁场产生模块、悬浮模块、测量模块、数据采集与处理模块。

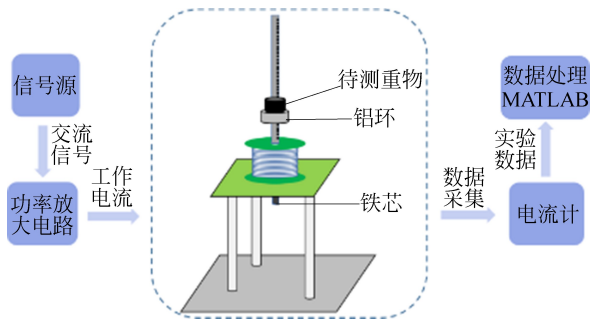


图 10 交流模式磁悬浮实验装置系统框图

磁场产生模块我们选用与直流部分相同的线圈,其中插入软铁芯用以增强磁场和聚磁;悬浮模块由铝环、塑料环组成(铝环和塑料环的总质量作为悬浮质量),在添加不同质量的塑料环作为砝码时,应通过改变电流来保持恒定的悬浮高度;读数

模块包括数字电流表,电子天平以及贴在软铁芯上的刻度尺。实验中我们首先倒置悬浮装置,通过自制的 3D 打印套管将磁力传导至电子天平进而读出悬浮力大小,测量多组数据并根据式(11)拟合得到定标曲线,之后再正立悬浮模块进行磁力秤和磁力电流计实验。实验装置示意图及实物图如图 11 和图 12 所示。具体实验操作步骤将在下一小节详细论述。

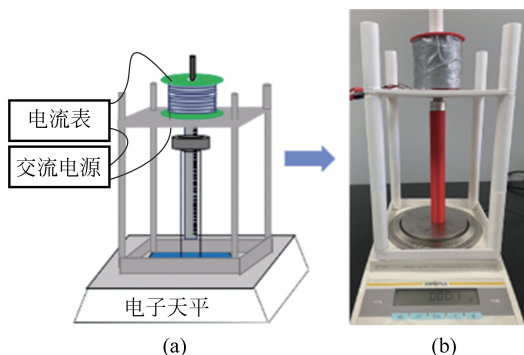


图 11 交流模式磁悬浮倒立定标实验装置
(a) 示意图; (b) 实物图

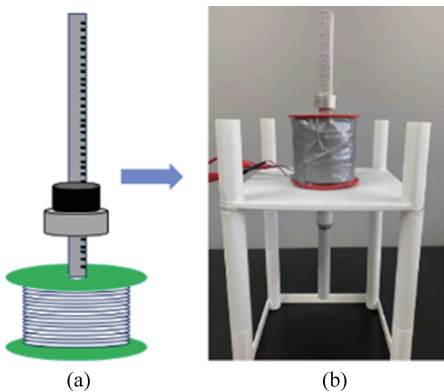


图 12 交流模式磁悬浮正立测量实验装置
(a) 示意图; (b) 实物图

3 实验结果与分析

3.1 直流模式磁悬浮

按照图 5 方式组装仪器并连接电路。在产生磁场的线圈内放置小磁铁,改变磁铁数量可以实现量程的变换。打开电源,设置为恒流模式,添加砝码,调节励磁电流使得指针稳定在标定刻度处,记录此时的电流和砝码质量,重复测量来减小误差。实验中我们使用标准砝码组,数字电流表精度为四位半。改变砝码质量,重复以上操作,获得定标数据,根据式(3)绘制并拟合定标直线,建立了电流与质量的对应关系,根据最小二乘法拟合

的结果,即可得到定标直线方程,定标实验结果如图 13 所示。

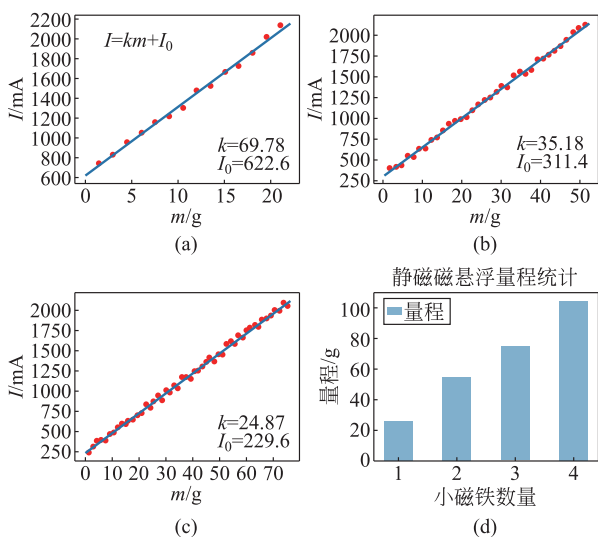


图 13 直流模式磁悬浮的定标直线

(a)(b)(c) 内置 1,2,3 块磁铁的定标实验数据以及拟合直线; (d) 内置不同磁铁数的磁力称量程

基于定标实验拟合得到的函数关系,同时保持悬浮高度不变,若我们已知电流即可计算重物质量,制成磁力秤,测量分度值可精确至 50mg;若已知重物质量可以反推电流,制成磁力电流计,测量分度值可精确至 5mA。我们以 1 块磁铁的量程为例,进行磁力称与磁力电流计测量实验,测量误差可控制在 1% 以内,实验结果如表 1 所示。

表 1 直流模式磁力秤实验结果(悬浮高度为 13mm)

(a) 磁力称实验结果(直流)			
实际质量/g	电流大小/mA	测量质量/g	相对误差
15.238	3014.6	15.312	0.45%
11.124	2462.8	11.201	0.69%
7.645	1996.2	7.734	1.1%

(b) 磁力电流计实验结果(直流)			
实际电流/mA	物体质量/g	测量电流/mA	相对误差
3014.6	15.241	3004.9	0.32%
2462.8	11.118	2452.4	0.42%
1996.2	7.651	1985.1	0.55%

从实验结果可以看出,本文设计的实验装置具有较好的精度。

3.2 交流模式磁悬浮

按照图 11 方式组装仪器并连接电路。实验中我们使用 3D 打印制成的塑料套管保证悬浮高

度不变。采用不同长度的套管即可实现不同的量程。打开电源使铝环处于磁场中并受到磁力的作用,通过套管将磁力传导至下方的天平。连续地改变励磁电流大小,记录天平上显示的示数,该示数减去套管与铝环质量之和(12.471g)即为悬浮磁力,通过这种方法我们可以获得定标数据。实验中我们使用的数字电流表精度为四位半。根据式(12)拟合定标数据,得到定标曲线,建立了电流与质量的对应关系,如图 14 所示。

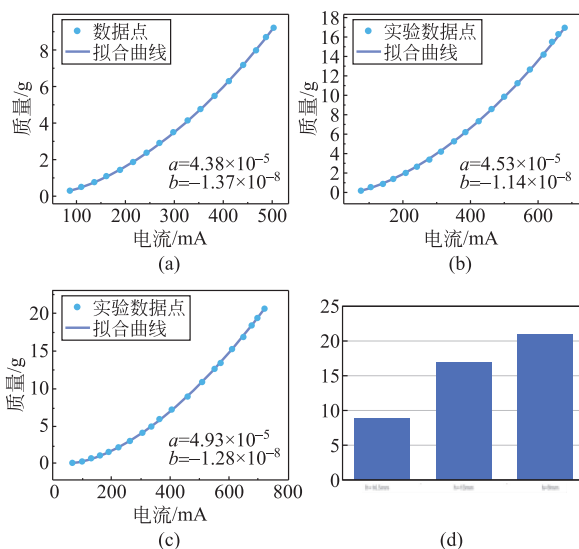


图 14 交流模式磁悬浮的定标曲线

(a)(b)(c) 悬浮高度为 16.5mm,13mm,9mm 时的定标实验数据以及拟合曲线; (d) 不同悬浮高度所对应的磁力称量程

根据最小二乘法拟合的结果,即可得到定标曲线方程。基于这个函数关系,在保持悬浮高度不变的条件下,若我们已知电流即可计算重物质量,即制成磁力秤;若已知重物质量可以反推电流,即制成磁力电流计,实验结果如表 2 所示。

表 2 交流模式磁力电流计实验结果(悬浮高度为 9mm)

(a) 磁力称实验结果(交流)			
实际质量/g	电流大小/mA	测量质量/g	相对误差
12.771	550.0	12.820	0.39%
19.852	697.4	19.907	0.29%
19.838	695.2	19.800	0.20%

(b) 磁力电流计实验结果(交流)			
实际电流/mA	物体质量/g	测量电流/mA	相对误差
547.1	12.451	554.1	1.3%
634.1	16.432	641.9	1.2%
675.5	18.467	687.3	1.7%

从实验结果可以看出,本文设计的实验装置具有较好的精度,直流/交流磁力称的测量相对误差分别可以控制在1.1%和0.4%以下,直流/交流磁力电流计的测量相对误差分别可以控制在0.6%和1.7%以下。

本文实验中的直流模式和交流模式的磁力称与磁力电流计的灵敏度均与悬浮物在磁场中的悬浮位置相关,总的来说,悬浮磁力越大的位置,灵敏度越低,即相同质量的变化所对应的电流变化越小;反之悬浮磁力越小的位置,灵敏度越高,即相同质量的变化所对应的电流变化越大;但同时磁力大小又与量程相关,因此我们在设计的时候所选取的悬浮位置兼顾了量程与灵敏度,使得仪器既有可用的量程,同时还能保证不错的灵敏度。在实际使用中,我们可以根据对量程和灵敏度的需求来灵活选取悬浮位置。

本实验中,测量误差主要来源于:

(1) 本实验装置完全自主设计制作,受限于加工精度,装置空间结构会产生一定偏差;

(2) 当电路中通过较大电流时,线圈的升温无法避免,将使电阻发生变化,进而对电流的稳定性产生影响;

(3) 悬浮物在悬浮状态下会受到一定程度的摩擦力,导致实际悬浮位置和理想悬浮位置存在微小偏差;

(4) 实验者在实验测量以及读数时会产生随机误差。

4 结语

本文设计制作了一种新型磁悬浮实验装置,该装置通过磁悬浮将磁场与力、电流等相关知识有机结合起来。利用同一套装置实现了直流和交流磁悬浮。其中直流磁悬浮创新地采用内磁悬浮方式,系统更加稳定,并具有更大量程。同时基于定标直线(曲线)这一桥梁实现了具有较高精度的磁力称和磁力电流计。本装置创新性地融合了吸引悬浮和排斥悬浮,方案逻辑清晰,操作简便。装置主体部分采用3D打印的非金属非磁性材料,进一步减少了外界干扰。

综上,本实验装置结构简单,制作成本低,测量准确,实验内容丰富,可操作性强,可重复性高,

在大学物理电磁学实验教学中具有较好的推广价值。

参 考 文 献

- [1] 董金文,张昆仑,靖永志. 磁浮基本原理及实现形式综述[J]. 大学物理, 2017, 36(1):37-40.
DONG J W, ZHANG K L, JING Y Z. Basic principles of magnetic levitation and overview on their implements[J]. College Physics, 2017, 36(1): 37-40. (in Chinese)
- [2] LEE H W, KIM K C, LEE J. Review of maglev train technologies[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(7): 1917-1925.
- [3] DUAN J A, ZHOU H B, GUO N P. Electromagnetic design of a novel linear maglev transportation platform with finite-element analysis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 47(1): 260-263.
- [4] QIAN K X, JING T, WANG H. Applications of permanent maglev bearing in heart pumps and turbine machine[J]. Isrn Mechanical Engineering, 2011: 1-4.
- [5] 张晋平, 吴飞斌, 陈文娟. 磁悬浮演示实验仪[J]. 大学物理实验, 2011, 24(2):66-68.
ZHANG J P, WU F B, CHEN W J. Magnetic suspension demonstration device[J]. Physical Experiment of College, 2011, 24(2): 66-68. (in Chinese)
- [6] 郭俊, 唐亚明. 交流感应磁悬浮演示实验装置的制作[J]. 大学物理实验, 2015, 28(3):70-73.
GUO J, TANG Y M. Ac induction maglev demonstration experiment device [J]. Physical Experiment of College, 2015, 28(3): 70-73. (in Chinese)
- [7] 吴少杰, 黄峰, 朱卓玲, 等. 新型机械按压能量收集装置设计与实验[J]. 传感技术学报, 2020, 33(1):28-33.
WU S J, HUANG F, ZHU Z L, et al. Design and experiments of a novel mechanical energy harvesting device[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2020, 33(1): 28-33. (in Chinese)
- [8] 韩敬, 钟方川, 李林. Matlab 在大学物理实验数据处理中的应用[J]. 大学物理实验, 2008, 21(1):88-90.
Han J, ZHONG F C, LI L. The application of MATLAB in data processing of college physical experiment[J]. Physical Experiment of College, 2008, 21(1): 88-90. (in Chinese)
- [9] JACKSON J D. Classical Electrodynamics [M]. Wiley, 1998.
- [10] 张俊武, 王红理, 黄丽清. 铁磁材料交流磁化曲线及磁滞回线的观测[J]. 物理实验, 2017, 37(8):17-21.
ZHANG J W, WANG H L, HUANG L Q. Observation and measurement of AC magnetization curve and hysteresis loop of ferromagnetic materials[J]. Physics experimentation, 2017, 37(8): 17-21. (in Chinese)