

RLC 电路中的电容电压过充现象研究

曲绎伯¹ 刘 伟² 史庆藩²

(¹ 北京理工大学精工书院, 北京 102401; ² 北京理工大学物理学院, 北京 102401)

摘 要 *RLC* 电路是大学物理及电路分析等课程中的重要内容之一, 更是电子仪器及通信设备中的基本单元。当 *RLC* 电路处于工作状态时, 电容两端电压会出现超过电源电压的过充现象。然而, 现有的教科书中对此现象缺少必要的原理阐释。实际上, 过充现象蕴含了丰富的物理图像。本文在实验观测与分析暂态过程中各元件物理量依赖关系的基础上, 从微观和宏观两个方面进行了定量研究, 解释了过充现象是源于电感的存在影响了电流变化方式, 当电容电压达到电源电压时, 电流并未到零点, 充电过程的继续导致了电容电压过充现象。本文结果有助于广大学生更深刻地理解 *RLC* 电路的暂态过程。

关键词 *RLC* 电路; 电容电压; 过充; 欠阻尼

STUDY ON OVERCHARGE OF CAPACITANCE VOLTAGE IN *RLC* CIRCUIT EXPERIMENT

QU Yibo¹ LIU Wei² SHI Qingfan²

(¹ Jinggong College, Beijing Institute of Technology, Beijing 102401; ² School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 102401)

Abstract *RLC* circuit is an important part of college physics and circuit analysis, and it is also a basic unit of electronic instruments and communication equipment. When the *RLC* circuit is working, the voltage at both ends of the capacitor will be overcharged beyond the supply voltage. However, existing textbooks lack necessary theoretical explanations for this phenomenon. In fact, the phenomenon of overcharging contains rich physical images. On the basis of experimental observation and analysis of the physical quantity dependence of various components in the transient process, this article conducts quantitative research from both micro and macro perspectives, explaining that the overcharging phenomenon is caused by the presence of inductance, which affects the current change mode. When the capacitor voltage reaches the power supply voltage, the current does not reach zero, while the charging process continues, leading to the overcharging phenomenon of the capacitor voltage. The results of this paper are helpful for students to understand the transient process of *RLC* circuit more deeply.

Key words *RLC* circuit; Capacitor voltage; Overcharging; Underdamping

收稿日期: 2023-07-07

通信作者: 刘伟, 北京理工大学物理学院高级实验师, liuwe73150@bit.edu.cn; 史庆藩, 北京理工大学物理学院教授, qfshi123@bit.edu.cn。

引文格式: 曲绎伯, 刘伟, 史庆藩. *RLC* 电路中的电容电压过充现象研究[J]. 物理与工程, 2024, 34(4): 151-155.

Cite this article: QU Y B, LIU W, SHI Q F. Study on overcharge of capacitance voltage in *RLC* circuit experiment[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(4): 151-155. (in Chinese)

电阻 R 、电容 C 和电感 L 是电路中的基本元件,由它们构成的各种类型电子电路在仪器设备中应用广泛。例如,在脉冲电路中, RC 电路常用作微分与积分电路,微分电路将矩形脉冲变换为尖脉冲作为触发信号,积分电路则将矩形脉冲变换为锯齿波电压用作扫描电压。 RC 电路还可设计成延时电路用于自动控制。 RLC 串、并联电路决定了交流信号的选频、滤波特性,使其能够控制信号的输入输出形式,实现对故障信号的检测、电动机的软启动等功能。 RLC 谐振电路在压电换能器中亦有重要应用。但是 RLC 电路有时也会对元器件和仪器设备造成危害,因为在接通、切断电源的瞬间, RLC 电路的暂态特性会导致电路中产生过大的电流和电压,即出现电容两端电压超过电源电压的过充现象,对工程应用设备造成不可逆的影响。然而,现有的大学物理及电路分析的教科书中对此现象少有讨论。因此, RLC 电路充、放电过程中的过充现象研究能帮助学生深刻理解变化的电场和变化的磁场中蕴含的物理意义。

1 RLC 电路充、放电过程中的过充现象

如图 1 所示,当 RLC 串联电路处于欠阻尼状态,即 $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时,施加和撤除矩形脉冲电压的充、放电过程可由式(1)电路方程来描述

$$L \frac{di}{dt} + iR + u_c = \begin{cases} E & \text{充电} \\ 0 & \text{放电} \end{cases} \quad (1)$$

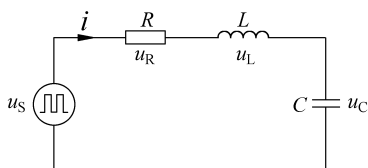


图 1 RLC 串联电路图

结合初始条件

$$u_c|_{t=0} = \begin{cases} 0 & \text{充电} \\ E & \text{放电} \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{du_c}{dt}|_{t=0} = 0 \quad \text{充、放电} \quad (3)$$

可以解得:

充电过程

$$u_c = E \left[1 - \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) \right] \quad (4)$$

放电过程

$$u_c = E \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

实验过程中,数字示波器呈现的电容两端的电压 u_c 随时间的变化规律如图 2 所示。充电过程中 u_c 以衰减振荡的形式趋向稳态值 E ,而放电过程中 u_c 则以振荡衰减的方式逐渐趋向矩形脉冲低电位。特别值得注意的是,在充电过程中 u_c 的瞬时值可以超过矩形脉冲的峰值电压 E ,我们将这种现象定义为“过充”。 u_c 为什么会超过 E ? 这个物理问题在已有的教科书中鲜有讨论^[1-10]。



图 2 RLC 电路在欠阻尼状态下电容电压的振荡

大量学生在实验过程中,按照实验要求观察 RLC 串联电路的暂态过程及其阻尼振荡规律,计算不同物理参数条件下的电路时间常数,但在实验现象的理解上却往往是孤立地理解电容和电感的特性,对于电路中 R 、 L 、 C 各元件在协同工作状态下产生的某些现象往往忽视,如电容过充现象,更未从物理机制上进行深入思考。

以下我们将以电感 L 为切入点,分析各元件本身的物理性质及其相互作用,进而根据各元件上电压和电路中电流的变化规律,来解释电容电压过充的物理原因。

按照图 1 所示搭建 RLC 串联谐振电路,各元件参数取为:电容 $C = 0.001 \mu\text{f}$,电感 $L = 100 \text{mH}$,电阻 $R = 1000 \Omega$,此时电路处于欠阻尼状态。设定

矩形波峰值电压 $E=5\text{V}$, 记矩形波上升沿为 $t=0$ 时刻, 通过四通道示波器读取电容电压 U_C , 电感电压 U_L , 电阻电压 U_R 以及电流 I 的数据, 为清晰起见, 我们利用 Origin 将实验数据绘制成曲线如图 3 所示。

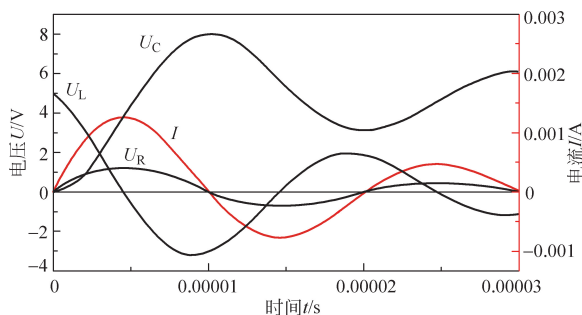


图 3 RLC 电路中 U_C , U_L , U_R 及 I 随时间变化曲线图

由 U_C 和 I 的关系式

$$U_C = \frac{1}{C} \int I dt \quad (6)$$

可知, 为探究电容 C 两端电压 U_C 的变化, 可从探究 I 的变化入手。再由 I 和 U_L 的关系式

$$I = \frac{1}{L} \int U_L dt \quad (7)$$

可知, 为探究 I 的变化, 可根据电感 L 两端电压 U_L 的变化趋势进行分析。图 4 展示了一个周期内 U_L 和 I 的变化规律, 图 5 展示了对应周期内 I 和 U_C 的变化规律, 下面对 U_L 、 I 、 U_C 变化规律中的依赖性进行阐述。

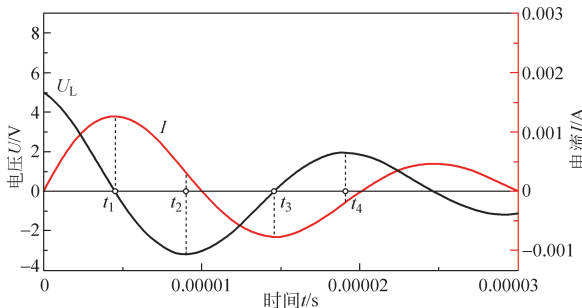


图 4 U_L 对 I 的影响

在 $0 \sim t_1$ 时段内, $U_L > 0$, 并持续下降到 0, 而此时段内 I 从 0 逐渐增长且增长速率不断减缓, 在 t_1 时刻 $U_L = 0$, I 的变化率为零, 可用式 (7) 解释; 在 $0 \sim t'_1$ 时段内, $I > 0$, 并不断增加到极大值, 在此时段内 U_C 从 0 逐渐增长, 且增长速率不断变大, 在 t'_1 时刻 I 最大时, U_C 变化率为正向最大, 可

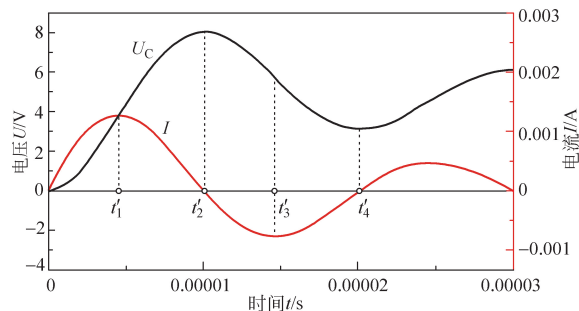


图 5 I 对 U_C 的影响

用式 (6) 解释; 在 $t_1 \sim t_2$ 时段内, $U_L < 0$, 且不断增大到负方向的极大值, 此时段内 I 逐渐减小, 且减小速率逐渐加快, 在 t_2 时刻 U_L 达到波谷, 由式 (7), 此时 I 下降速率最快; $t'_1 \sim t'_2$ 时段内, $I > 0$, 并不断减小到 0, 此时段内 U_C 继续增大, 但增加速率逐渐减小, 在 t'_2 时刻 I 达到 0 值, U_C 则达到极大值, 变化率为零; 在 $t_2 \sim t_3$ 时段内, U_L 由负值逐渐回到 0, I 先由正值减小到 0, 然后过零点, 即电路内产生反向电流, 随后反向电流逐渐增大, 直至在 t_3 时刻 I 达到负方向极大值; 在 $t'_2 \sim t'_3$ 时段内, I 开始反向并逐渐增加至反向极大值, U_C 则加速减小, 在 t'_3 时刻减小的速率达到最大; 在 $t_3 \sim t_4$ 时段内 $U_L > 0$, 并不增加到极大值, 此时反向电流 I 不断减小, 且减小速率不断增大, 在 t_4 时刻减小速率达到最快; 在 $t'_3 \sim t'_4$ 时段内 I 由反向最大值开始减小到 0, U_C 则继续减小到极小值。

以上是从 RLC 串联电路中对 U_L 变化过程的跟踪, 分析出电感对电路电流 I 的影响, 进而得出其对 U_C 的影响。在上述 U_L 和 I 的关系中不难看出, 在电流 $I=0$ 且即将反向变化时, U_L 并非处于极值, U_L 取极值时 $I \neq 0$, 二者关系并不是简单的服从正余弦函数, 而是由于式 (4) 和式 (5) 中 e 指数项的存在使电流反向点有偏移。

2 电容电压过充现象的微观物理机制

上文分析了引入电感后电路各元件物理量的变化规律, 特别值得关注的是电容两端电压超过电源电动势 E 的现象 (电容电压过充), 下面从电感特性对该现象做进一步阐释。

如图 6 所示, 将电源电动势 E 、电流 I 、电容电压 U_C 置于同一张图内分析, 考察第一次过充现象。 E 与 U_C 第一个交点时刻记为 $t_{\max}$, 易知 $t_{\max}$

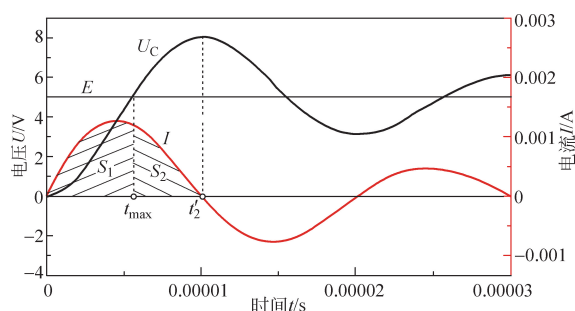
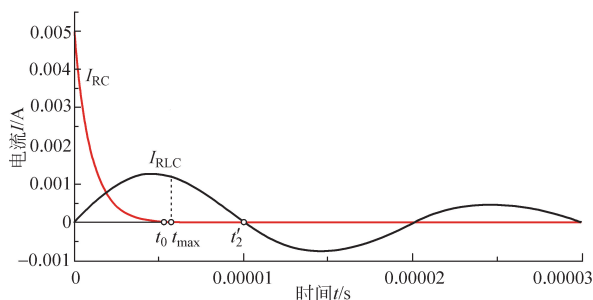


图6 电容电压过充分析图

时刻电容电压可视为充满(电压等于电源电动势 E), $t_{\max} \sim t'_2$ 时段内出现电容过充现象。根据式(6)可知, 电流曲线与 t 轴包围面积为电容两极板在该时间段内积累的电荷量 Q , 而 U_C 正比于 Q 。图中 S_1 阴影部分面积为电容充满时电荷在电容两端的积累量, S_2 阴影部分面积为之后的过充量。由此可见, 电容两端出现过电压过充现象是由于电感的存在影响了电流变化方式, 使得在 $t=t_{\max}$ 时正向电流 I 虽然已在下降, 但还不为零, 导致仍会有电荷在 $t_{\max}$ 以后被送到电容器两极板上并在其上累积, 使得电压继续增加且超过电源电动势 E , 出现电压过充现象。

3 电容电压过充现象的宏观物理机制

前面已阐述了 RLC 电路中的电流 I 如何作用于电容 C 使其产生电压过充现象, 为何在 RC 电路中电流 I 作用于电容 C 不会有此现象, 而引入电感 L 后出现呢? 下面进一步探究在 RC 电路中引入电感 L 前后, RC 电路和 RLC 电路电流变化曲线的不同, 分析引入电感 L 后对电流 I 的影响。对比同样 $R=1000\Omega$, $C=0.001\mu\text{f}$ 的 RC 电路中电流与图3中 RLC 电路中电流, 将二者的变化曲线放在一起进行对比, 如图7所示。因为在

图7 RLC 电路电流与 RC 电路电流的对比

探究 RLC 电路与 RC 电路时采用同样大小的电阻和电容, 因此可以在图7中标出 RLC 电路电容电压充满的时刻 $t_{\max}$ 、电容电压过充后极大值的时刻 t'_2 , 同时取 RC 电路中电容充电达到 99.5% 满电荷量时作为 RC 电路完成充电的时刻 t_0 。

对比引入电感 L 前后电流变化曲线可以得到如下三个结论:

1) 电感的存在降低了电路的峰值电流

在 RC 电路中, 施加矩形脉冲后, 由于电压开始时全部落在电阻 R 上, 所以电流 I 从最大值开始衰减。而在 RLC 电路中, 由于电感自身电流不能突变的性质限制, 电流 I 会先从 0 开始增加到峰值, 随后因为电感电压反向而开始衰减。从图7中对比, RLC 电路的电流从增加到衰减过程中的峰值小于 RC 电路中的初始最大电流。从楞次定律角度分析, 电感的存在会阻碍电流的增加, 又延缓其减小, 因此使得 RLC 电路的电流峰值小于 RC 电路中电流初始最大值。

2) 电感的加入改变了电流曲线的变化方式

在 RC 电路中电流呈指数规律迅速衰减, 而在 RLC 电路中由于引入的电感与原有电容两个动态元件共同作用, 使得电流先增大后减小, 在微分方程中出现了二阶导数项, 因此在欠阻尼状态时会引入时间 t 的正弦分量, 改变了其衰减方式。

综合上面两种效应, 电感对于初始时峰值电流的减小不利于电荷在电容极板的累积, 但电感改变电流变化方式, 以及减缓电流的变化速率, 都有利于更多电荷在电容极板上的累积, 而后的正面作用大于前者的负面作用, 因此从总体来看, 电感的存在扩大了电流的作用效果, 促使更多电荷在电容极板上累积, 从而在宏观上产生了电容电压过充现象。

3) 大比例改变电感 L 带来电流的变化趋势

为更加清晰地看出电感 L 对电路特性的影响, 这里大比例改变电感 L 的数值, 分别接入 $L_1=0.01\text{H}$, $L_2=0.001\text{H}$, $L_3=0.0001\text{H}$ 的电感元件, 改变比例为 10 倍、100 倍, 其余元件参数保持不变, 将其对应电流曲线与 RC 电路电流曲线绘制于同一幅图内, 如图8所示, 观察电感 L 大小改变时电路电流 I 的变化趋势。

接入电感 L_1 、 L_2 时电路处于欠阻尼状态, 电容第一次充满时刻 (U_C 达到矩形脉冲峰值电压) 和第一次充电结束时刻分别记为 $t_{\max}$ 、 t'_2 及 t_0 、 t'_2 。

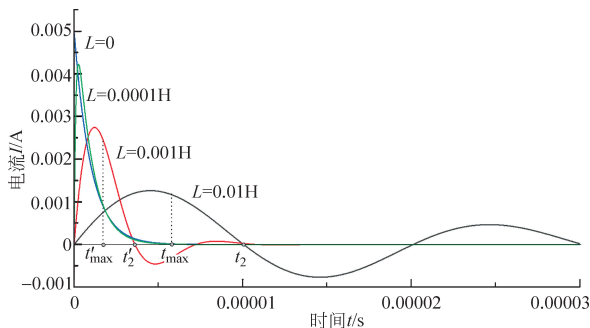


图8 接入不同参数的电感对电流变化趋势的影响

接入电感 L_3 时电路处于过阻尼状态。对比四条电流随时间变化曲线,可以得出以下几点结论:(1)电感减小时,其对初始电流的阻碍作用减小,使其能更快达到和更接近无电感时的电流初始值,而在后续过程中由于电容两端电压过充幅度减小,导致反向放电效果减弱,后续电流峰值较小;(2)电感减小时,欠阻尼状态下充电时间变得更短, $t_{\max}$ 与 t_2 均向左移;(3)过阻尼状态下,电感减小时电流下降更加陡峭,电容充满时间更短。

特别地,当 $L \rightarrow 0$ 时,可视为电感对电流的影响足够小,对其峰值和变化速率的影响趋向于零,此时的电流曲线与 RC 电路的电流曲线基本重合;而当 $L \rightarrow \infty$ 时,电流可视为在一段无限长时间内以变化的小值在给电容充电,由式(6)知其作用效果趋近于无穷大,故电容出现极大电压过充现象。

4 结论

RLC 电路虽然只包括 R 、 L 、 C 三个元件,但其

暂态过程实验却展现了丰富的实验现象和深刻的物理内涵。本文利用四通道示波器观测了电容电压过充这个鲜有探讨的现象,首先对各元件物理量之间的依赖关系进行了分析,然后从电荷积累角度解释了电容电压过充现象,为了进一步探究电荷积累的物理过程,又从实验上观测了电感的引入对电流变化的影响,微观与宏观两个角度的研究,不仅能帮助学生更加深刻地理解 RLC 电路的充、放电暂态过程,而且对于 RLC 相关的应用器件设计与开发提供了重要的理论意义和工程价值。

参 考 文 献

- [1] 谢冰,吴兹起,李剑,等. 大学物理实验[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2021.
- [2] 黄耀清,赵宏伟,葛坚坚. 大学物理实验教程[M]. 北京:机械工业出版社,2020.
- [3] 明庭尧,张丰,谢金利. 大学物理实验[M]. 成都:西南交通大学出版社,2018.
- [4] 吴伟明. 大学物理实验[M]. 北京:科学出版社,2018.
- [5] 李学慧,刘军,部德才. 大学物理实验[M]. 4版. 北京:高等教育出版社,2018.
- [6] 陈涛. 大学物理实验教程[M]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2017.
- [7] 李瀚荪. 电路分析基础(上册)[M]. 5版. 北京:高等教育出版社,2017.
- [8] 毕淑娥. 电路分析基础[M]. 北京:机械工业出版社,2010.
- [9] 王少杰,顾牡,王祖源. 大学物理学[M]. 北京:高等教育出版社,2008.
- [10] 胡海云,吴晓丽,缪劲松. 大学物理(第三卷)[M]. 北京:高等教育出版社,2017.