

超导量子计算约瑟夫森参量放大器的基本工作原理

宿非凡^{1,2,3} 杨钊华⁴

(¹ 中国电子信息产业集团长城实验室, 湖南 长沙 410205; ² 天津先进技术研究院, 天津 300459;

³ 合肥国家实验室, 安徽 合肥 230094; ⁴ 中国科学院物理研究所, 北京 100190)

摘要 约瑟夫森参量放大器是超导量子计算实验的关键, 本文介绍其基本物理原理并对约瑟夫森参量放大器的器件物理特征、实现设计、发展变形作一详细的讨论, 基于实际的实验经验, 给出一套行之有效的约瑟夫森参量放大器最佳工作点的确定方法。本文有助于对超导量子计算感兴趣的读者全面掌握超导量子计算的实验方法与系统组成, 同时对极低温信号放大器的设计有一定的参考意义。

关键词 约瑟夫森参量放大器; 超导量子比特; 超导量子计算

THE BASIC PRINCIPLE OF SUPERCONDUCTING QUANTUM COMPUTING JOSEPHSON PARAMETRIC AMPLIFIER

SU Feifan YANG Zhao-hua

(¹ China Electronics Information Industry Group Great Wall Laboratory, Changsha, Hunan 410205;

² Tianjin Advanced Technology Research Institute, Tianjin 300459;

³ CAS Center Excellence in Quantum Information and Quantum Physics, Hefei, Anhui 230094;

⁴ Institute of physics Chinese Academy of Science, Beijing 100190)

Abstract The Josephson parametric amplifier is the key to superconducting quantum computing experiments. This article introduces its basic physical principles and provides a detailed discussion on the device physical characteristics, implementation design, and development of Josephson parametric amplifiers. Finally, based on practical experimental experience, an effective method for determining the optimal operating point of Josephson parametric amplifiers was proposed. This article helps readers interested in superconducting quantum computing to comprehensively grasp the experimental methods and system composition of superconducting quantum computing, and has certain reference significance for the design of extremely low temperature signal amplifiers.

Key words Josephson parametric amplifier; superconducting qubits; superconducting quantum computing

量子计算作为一种颠覆性的先进计算技术, 已经被包括人工智能、机器学习、药物研发等尖端科技领域与汽车制造、银行金融等传统行业纳入战略发展规划。如谷歌、IBM 等科技巨头已经在量子计算领域取得了很多突破性的进展^[1-3], 据美国商业咨询公司估算, 在未来的 15~30 年内全球

范围内量子计算可创造的经济价值可达 8500 亿美元。更重要的是, 量子计算所带来的颠覆性计算能力, 将给国家网络信息安全带来巨大的挑战, 因此各科技大国政府近年来也在着力发展量子计算技术。可以说, 世界范围内对量子霸权 (Quantum supremacy) 以及量子优势 (Quantum advan-

收稿日期: 2022-09-05

作者简介: 宿非凡, 合肥国家实验室高级工程师, 副教授, sufeifan@ustc.edu.cn.

引文格式: 宿非凡, 杨钊华. 超导量子计算约瑟夫森参量放大器的基本工作原理[J]. 物理与工程, 2024, 34(4): 114-120.

Cite this article: SU F F, YANG Z H. The basic principle of superconducting quantum computing Josephson parametric amplifier[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(4): 114-120. (in Chinese)

tage)展开争夺的量子计算竞赛已经开始并逐渐趋于白热化。

超导量子计算方案,在诸多量子计算方案中以其可扩展性好、测控技术成熟、易于集成化等特点成为了世界范围内量子计算的主流技术路线^[4],谷歌在2019年正是使用超导量子计算芯片率先实现了量子霸权^[1]。在谷歌最新的预发表文章中报道了利用49个超导量子比特进行表面编码进行量子纠错的方法^[5],实验证明该方法对量子计算产生错误的抑制能力随着量子比特数目的增加而增强,也就是说通过这种方法进行纠错,可以满足量子计算朝实用化发展对更多量子比特数目的要求,该工作大大增强了超导量子计算在近期实现逻辑比特的可能性。

在超导量子计算中,读出超导量子比特量子态的方法是量子非破坏性测量(Quantum non-destructive, QND)的色散读出方案^[6]。该方案需要通过探测微波传输线内的微波光子态来间接区分量子比特的量子态,而实现该测量的关键在于提升测量信噪比。由于微波光量子的信号能量极小,不经前置放大势必会在传输到室温测量仪器的过程中混入大量的环境噪声,且在前置放大器所增加的噪声也应远小于微波光量子能量。但即便是目前最好的商用高电子移动晶体管(high-electron mobility transistor, HEMT)放大器,其噪声温度也在2~5K范围内,仍大于色散读出传输线中的微波光量子能量,无法满足超导量子计算的要求。超导量子比特芯片上超导量子比特数目的不断增加又给前置放大器提出了更苛刻的要求。也就是说,一个超导温度下可工作、噪声低(接近量子极限)、带宽大(可同时供10个以上超导量子比特同时使用)、增益强(有效增益达到15~20dB以上)是超导量子计算发展的必需辅助器件^[7]。

约瑟夫森参数放大器(Josephson parametric amplifier, JPA)是一类符合上述特殊要求的放大器设计^[8],由于其在极低温环境下的噪声水平接近量子极限,近年来已被用于实现超导量子计算中的高保真单发读出(single-shot)读出^[9],实时量子反馈控制^[10]等方面。但约瑟夫森参数放大器相对狭窄的工作带宽(一般为300~500MHz)、较低的自身饱和功率限制了在实际测控中其可同时放大的超导量子比特数目。为了提高放大器的工作带宽和饱和功率,以满足超导量子计算发展中单芯片多比特数目与更长比特寿命的迫切需

求^[11],近几年多个研究组报道了不同的改进设计,其中一个表现出众的设计方案被称为约瑟夫森行波参数放大器(Josephson traveling wave parametric amplifier, JTWPA)^[12]。基于结传输线的约瑟夫森行波参数放大器在1000MHz的带宽范围内可实现20dB左右的增益,可以同时来满足20个超导量子比特的微波信号放大需求。

作为“物理前沿介绍——超导量子计算”系列的第七篇,本文将系统地讨论约瑟夫森参量放大器(JPA)的基本物理原理与其在超导量子计算上的应用。以期帮助广大高校物理专业教师、高年级本科生、研究生以及对超导量子计算感兴趣的理工科背景读者对超导量子计算形成一个全面的了解,同时对其他领域极低温放大器的设计也有一定的借鉴意义。

1 约瑟夫森参量放大器的基本物理原理

在超导量子计算的色散读出方案中,我们通过对谐振腔信号进行上百次的测量得到被测信号的平均电压值,进而区分超导量子比特的状态。谐振腔中处于单光子能量级的信号需要经过低温放大器放大后,才可以满足我们在室温下探测的要求,理论上信号经过一系列放大器后所引入包含各种噪声的等效总噪声温度表达式为^[13]

$$T_{\text{sys}} = T_{N_1} + \frac{T_{N_2}}{G_1} + \frac{T_{N_3}}{G_1 G_2} + \dots \quad (1)$$

其中, T_{N_i} 与 G_i 分别为第 i 级放大器的噪声温度与增益。该结果说明,整体的噪声温度受到第一级放大器的噪声温度影响最大。另一方面考虑,可以定义超导量子比特的测量系统中微波信号的单量子(Single quantum level, sql)能量水平 $\hbar\omega_s$ 与系统等效噪声的能量水平 $k_B T_{\text{sys}}$ 之比为单量子测量效率 η_{sql} , 即

$$\eta_{\text{sql}} = \frac{\hbar\omega_s}{k_B T_{\text{sys}}} \quad (2)$$

其中, ω_s 为微波信号频率。可以从式(2)出发,定义当测量效率等于1时系统噪声为噪声的量子极限。不难发现减小初级放大器的噪声对整体信号的质量提升起到了至关重要的作用。目前最好的商用放大器是高迁移率晶体管放大器 HEMT(目前已经对我国全面禁售、禁运),但即使是 Low noise 型号的 HEMT 在 3K 环境温度下工作时噪声温度也可达到 4~5K。该噪声温度相当于频率

为 5GHz 的 10 个光子左右,远远超过了单光量子的能量水平,足以将实验中的有效信号淹没在噪声之中,可见 HEMT 无法满足超导量子计算的需求。

基于上述讨论,为了得到一个与超导量子比特芯片处于同一个工作环境可以满足超导量子计算实验要求的放大器,最直接的思路就是利用与超导量子比特设计相似的系统。考虑超导量子比特系统中的 cQED 理论^[14],设放大器的输入输出态 $\langle a_{in} \rangle$ 、 $\langle a_{out} \rangle$ 与增益因子 $\sqrt{G}$,有

$$[a_{in}, a_{in}^\dagger] = [a_{out}, a_{out}^\dagger] = 1 \quad (3)$$

另一方面,一般放大器理论给出 $a_{out} = \sqrt{G} a_{in}$,以上两个式子并不相容,因此不能在量子领域中直接套用一般的放大器理论。为了调和二者,需要引入对一般放大器理论的修正,该修正被称为 idler 模型^[15],即

$$a_{out} = \sqrt{G} a_{in} + e^{i\phi} \sqrt{G-1} a_{in}^\dagger \quad (4)$$

式(4)的最显著特征是新引入的相位部分 ϕ ,进一步的理论研究指出该部分恰是减少系统噪声温度使噪声接近量子极限的关键^[16]。从实验上考虑,通过利用三波或四波混频方法使激励信号与目标信号发生相干叠加就可以实现对该相位的控制,因此选择合适的相位关系就可以将放大器的噪声温度压到量子极限附近^[16],至于详细的理论推导过程,限于篇幅就不展开讨论了。

进一步考虑,该放大器与超导量子比特设计要素类似,Josephson 结仍是其核心元件。由于含有约瑟夫森结的超导电路动力学方程形式上可类比为振幅可变的谐振系统^[17]。因此只要选择与目标信号相位关系合适的驱动信号,便可将外界的能量转移到目标信号之中,从而实现目标信号的放大。根据该放大器的设计结构与特点我们将该设计器件命名为“Josephson parametric amplifier (JPA)”。

图 1 为 JPA 的设计电路图,其由含有约瑟夫森结的放大部分与偏置、驱动部分构成,根据超导电路的量子化方法^[18]可以得到其超导电路的动力学方程,JPA 结构中电容电感的超导量子计算对应请参看相关参考^[17],篇幅原因这里就不展开了。

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \beta \frac{d\phi}{dt} + \omega_0^2 [1 + h \cos(2\omega_s t)]^2 = f_s(t)$$

(5)

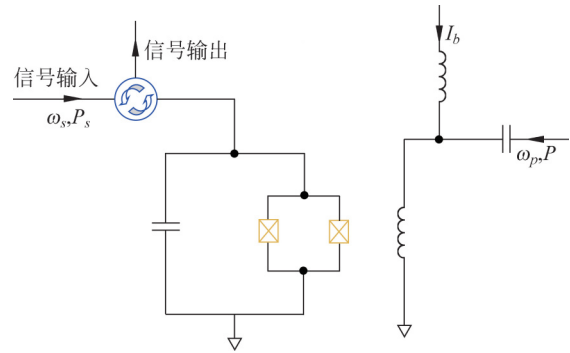


图 1 JPA 设计电路图,其中 ω_s 为输入信号频率, P_s 为输入信号功率, ω_p 为驱动信号的频率, P 为驱动号功率, I_b 表示偏置电流, L_p 表示约瑟夫森结组成的 SQUID 环电感, C_p 表示与 SQUID 并联的电容, C_{aux} 与 L_{aux} 分别表示驱动与偏置线路上的等效电容与电感。

其中, ϕ 表示约瑟夫森结两端的相位差, β 为阻尼系数, ω_0 为与偏置电流 I_b 以及驱动信号的功率 P 以及频率 ω_p 有关的系统谐振频率, ω_s 为输入信号频率, $f_s(t)$ 表示输入信号特征。从上式出发,可以解出共振条件为 $\omega_p = 2\omega_0$,在该条件下即可实现信号放大^[19]。

从理论上来看 JPA 噪声主要来自测量环境中电磁场的零点涨落,其噪声温度水平只相当于 $\frac{1}{2}$ 个光子,可以有效地满足实验需求,实验证明 JPA 的应用明显改善超导量子计算的读出问题^[20](见图 2)。

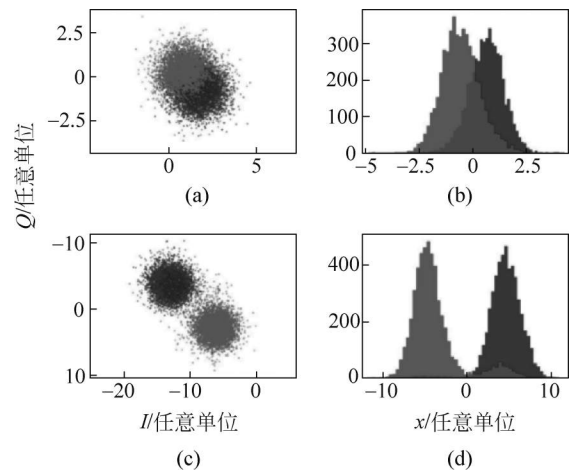


图 2 读出线路连接不同放大器的测量结果

(浅色为 0 态,深色为 1 态)

(a),(b) HEMT 放大,无 JPA; (c),(d) JPA 加 HEMT 放大^[20]

JPA 的另一个重要的特性是可放大的增益与

频率带宽,结合微波工程理论仔细考虑 JPA 的工作特征,可以得到 JPA 的频率带宽 Γ_{BW} 与最大增益 $g_{\max}^{[21]}$,即

$$\Gamma_{BW} = \frac{\omega_0 Z_{in}}{R} \left(\frac{1}{g_{\max}} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{L_p}{C_p}} \quad (6)$$

$$g_{\max} = 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 7\beta^2 - 4\beta\sqrt{1 + 3\beta^2}} \quad (7)$$

其中系数

$$\beta = \frac{2[\omega_0 Z_{in} - \omega_p]R}{\sqrt{3}\omega_0 Z_{in}} \sqrt{\frac{C_p}{L_p}} \quad (8)$$

输入驱动微波阻抗

$$Z_{in} = R + i \frac{1}{\omega_p} \sqrt{\frac{L_{aux}}{C_{aux}}} \quad (9)$$

其中, R 为驱动线路电阻。从带宽与增益的表达式不难看出, JPA 的带宽与其最大增益之间存在非常灵敏的反相关,需要仔细寻找合适的工作点才可以使 JPA 的增益和带宽均满足超导量子计算的实验需求。

另一方面,由于核心部分是约瑟夫森结,约瑟夫森结临界电流 I_0 决定了 JPA 器件饱和放大功率 P_m ,超过该功率后约瑟夫森结便会因为失超导导致这个器件停止工作。JPA 的带宽、增益与饱和功率又与器件与测量外部环境的耦合因子 $Q = Z_0 \omega_0 C_p$ 存在反相关关系,且在耦合因子 Q 与 JPA 中的约瑟夫森结临界电流 I_0 也存在相对不敏感(相比耦合因子与饱和功率的反相关关系)的反相关关系^[22,23]。这些因素共同导致器件带宽与饱和功率之间存在较为复杂的制衡。也就是说,想要一个 JPA 可以同时高增益地放大多个超导量子比特微波信号是十分困难的,上述问题需要在器件设计上进行优化并对器件工作点的实验标定提出了更高的要求。

2 阻抗匹配约瑟夫森参量放大器与约瑟夫森行波放大器

超导量子计算的进一步发展,迫切需要增加单芯片的比特数目,这也给 JPA 的性能提出了新的要求,为了增加 JPA 的带宽和增益以放大更多数目的超导量子比特,近年来发展出了一些新的 JPA 优化设计。本节介绍两种已经应用于超导量子计算实验上并取得了良好效果的设计方案,一种是阻抗匹配约瑟夫森参量放大器(impedance-

transformed parametric amplifier, IMPA),一种是约瑟夫森行波放大器(Josephson travelling-wave parametric amplifier, JTWPA)。

阻抗匹配约瑟夫森参量放大器设计通过改变 JPA 与外界耦合谐振腔的阻抗,从而达到降低耦合因子 Q 的目的,根据上面的讨论此举同时增加了工作带宽与器件饱和功率。如图 3 所示的 IMPA 设计, JPA 与外界的阻抗由阻抗变换器从 50Ω (该数值取决于所用测量系统特点)缓慢降低到约 15Ω ,有效降低了耦合因子 Q 。在实验中通过对 IMPA 的细致标定,可以找到一个相比 JPA 广带宽、大增益的工作点,具体标定的方法将在本文后面部分讨论。

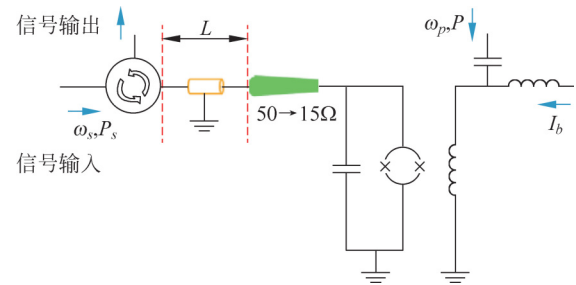


图3 IMPA的设计电路图^[20],其中长 L 的同轴电缆决定了器件外界阻抗的值,同时也决定了 IMPA 阻抗变换器的起始阻值,实验使将 IMPA 接到测量系统的微波环形器上

如图 4 所示为中科院物理所制备的 IMPA 实物,实验测试表明其带宽可达 600MHz ,有效增益超过 15dB ,最大有效增益 24dB ,噪声温度接近量子极限,长期的使用反映出其各项性能的优良水平和良好的稳定性。将其用于量子比特单发测量

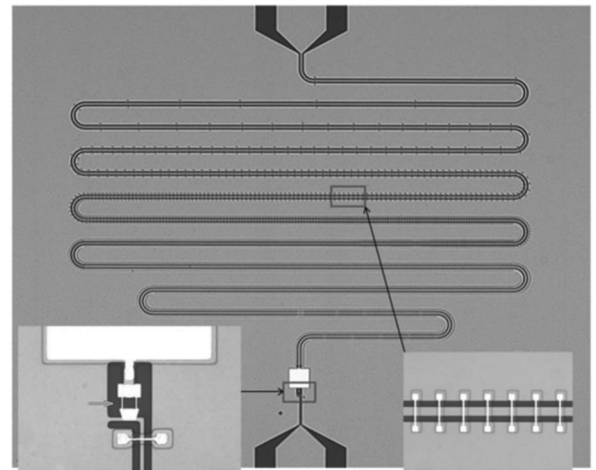


图4 IMPA彩色光学照片^[20],其中覆盖着疏密变化跨导线的微波谐振腔构成阻抗匹配器,其中细节部分如右下图所示,左下图为约瑟夫森结组成的 SQUID 与分流电容单元

的结果表明,其使用后超导量子比特基态和第一激发态的信噪比约为 3,读出保真度分别高于 97%和 91%,可以供 10 个超导量子比特同时使用,其同类器件中拥有很高的性能水平^[20]。

从另一角度考虑 IMPA 的工作原理,由于 JPA 对微波信号的放大是在微波信号与约瑟夫森结相互作用的过程中实现的,如图 5 所示的 IMPA 设计相当于通过阻抗变换器增加了微波信号在微波谐振腔中的反射,进而减小了微波传播的速度,增加了微波信号与约瑟夫森结部分的相互作用时间。约瑟夫森行波放大器设计另辟蹊径——巧妙地通过增长微波在约瑟夫森结附近的传播过程以增加相互作用的时间,由此从根本上避免了器件带宽与饱和功率之间的制衡关系^[24]。

JTWPA 设计通过在微波谐振腔上制备 2000 余个约瑟夫森结实现微波信号与约瑟夫森结部分的相互作用时间,该思路看上去比较直接,但考虑到本文第二节所讨论的 JPA 量子特点,可知要实现有效的放大难点在于 2000 余个约瑟夫森结的相位匹配。该困难可以通过

一种适用于微波的非线性共振相位匹配(RPM)技术解决,理论上给出低功率驱动四波混频条件下的相位匹配条件为^[25]

$$2k_p - k_s - k_i \approx 0 \quad (10)$$

其中, k_p 为驱动信号波矢, k_s 为目标信号波矢, k_i 为四波混频辅助波矢。

如图 5 所示,在器件设计中的每一个单元由一个约瑟夫森结与并联分流电容组成,每第三个单元再加入一个谐振器元件以增加相位匹配条件成立的精确性,实验上通过满足相位匹配条件即

可提升增益与带宽^[25]。

与 JPA 与 IMPA 相比 JTWPA 设计本身并不需要笨重的、有损耗的微波环形器。实验结果表明,JTWPA 的带宽可达 3GHz,增益达到 20dB,完全可以满足同时超过放大 20 个超导量子比特的需求^[12]。此外,理论上给出 JTWPA 的增益和式 3 不同(其带宽计算一般使用模拟计算方法),其和谐振腔的长度呈正相关关系,也就是说该设计可以通过简单地增加含约瑟夫森结的单元个数来进一步增加带宽与增益^[25],因此可以认为其具有进一步发展的潜力。但是由于 JTWPA 器件需要一次性制备 2000 余个单元,对微纳加工技术与设备有着很高的要求,考虑到目前超导量子比特芯片的微纳加工实现方法^[26],只有少数研究组与高科技企业拥有制备该器件的条件。今年来新出现的热敏快激光直写工艺,通过快速的激光直写配合热敏光刻胶有望简化 JTWPA 的制备工艺提高其性能,限于本文的主旨这里就不做详细展开了。

3 约瑟夫森参量放大器最佳工作点的寻找

从上文的讨论看,在超导量子计算的实验中应用约瑟夫森参量放大器必须仔细的寻找其符合实验要求的工作点。实际上,在实验中还可以通过一系列的步骤找到 JPA 的最佳工作点。本小节以 IMPA 为例,介绍一种 JPA 最佳工作点的实验寻找方法。

根据本文前节讨论,影响 IMPA 工作状态的主要参数有输入信号功率 P_s ,输入信号频率 ω_s ,驱动信号功率 P ,驱动信号频率 ω_p 和偏置电流 I_d

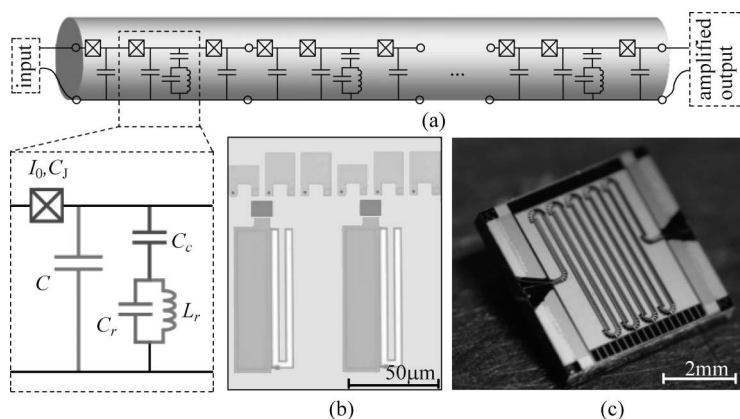


图 5

(a) JTWPA 的设计电路图^[25],其中 I_0 为约瑟夫森结电流, C_J 为约瑟夫森结电容, C 为分流电容, C_r 为谐振器电容, L_r 为谐振器电感, C_c 为谐振器与微波谐振腔耦合电容;(b) JTWPA 的显微镜光学照片;(c) JTWPA 器件芯片的光学照片

这五个。因此 IMPA 最佳工作点的寻找将围绕上述特性进行。

首先,处于稀释制冷机 30mK 温度以下的器件在低输入信号功率条件下,测试不同的输入信号频率 ω_s 与放大后信号相位随偏置电流 I_d 的周期调制关系。改变偏置电流 I_d ,当 IMPA 的谐振频率 ω_0 和输入信号频率 ω_s 匹配时,信号的放大后信号相位会产生如图 6 所示的突变。由于从理论上考虑,这个周期调制关系来源于约瑟夫森结的特性,因此也可以利用其判断器件的好坏。如可观察到该周期调制关系,则可进行下一步。

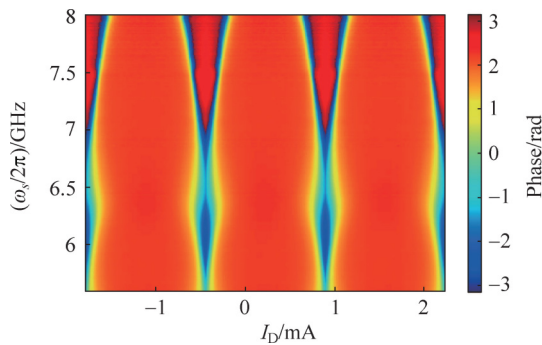


图 6 不同的输入信号频率 ω_s 与放大后信号相位随偏置电流 I_d 的周期调制关系^[20]

此后,固定的输入信号频率 ω_s ,改变驱动信号功率 ω_p 与直流偏置电流 I_d ,测量不同驱动功率 P 与偏置电流 I_d 下的增益。结果如图 7(a)所示,

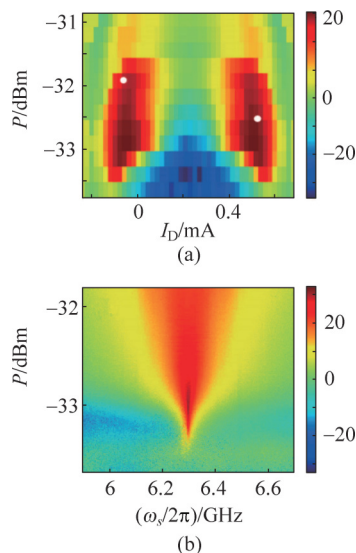


图 7 增益随外界驱动条件变化

(a) 不同驱动功率 P 与偏置电流 I_d 下的增益(color bar 表示增益),其中白色点为实验选取的较大增益点;(b) 增益较大的驱动功率 P 后改变偏置电流 I_d 的增益曲线^[20]

从中粗筛出增益在 10dB 以上对应的偏置电流 I_d 和驱动功率 P 。

再次,在上一步中得到的增益区间内选定一个直流偏置 I_d ,精细调节驱动功率 P 并通过矢量网络分析仪(PNA)测量对应的增益曲线,根据结果选定一个增益较大的驱动功率 P 后再改变偏置电流 I_d 重新测量增益曲线,结果如图 7(b),所示重复上述过程多次测量并从中确定增益 15dB 以上的带宽较大的工作范围。

最后,将经过筛选的带宽与增益均满足实验需求的工作点在不同的偏置电流 I_d 或驱动功率 P 下输入信号频率 ω_s 与噪声温度的关系进行测量。找到噪声温度最小的工作点即可作为 IMPA 的最佳工作点。如图 8 所示为应用上述方法得到的最佳工作点的特性,该点对应增益 15dB 以上的带宽达到 600MHz,噪声温度接近量子极限^[20]。请注意,该方法是结合我们自身实验经验得到的一种行之有效的方法,但并不是唯一的最佳工作点寻找方法。

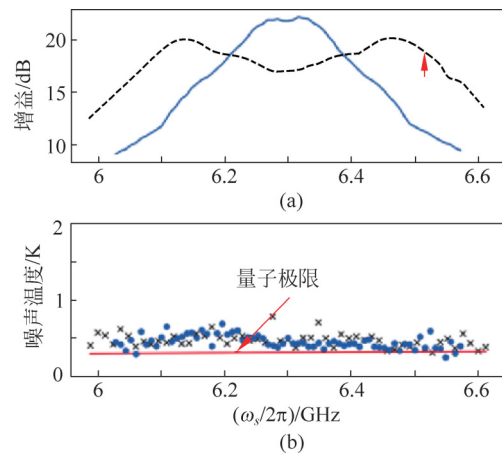


图 8 器件最佳工作性能情况

(a) 最佳工作点的增益与带宽特性;(b) 工作点噪声温度随输入信号频率的变化

4 结语

俞大鹏院士在 2022 年中国计算机学会芯片大会量子芯片论坛上讲到“量子计算等相关科技已经成为国际强国间竞争的焦点,也成为了美国对我国进行全面技术封锁、设备禁运和人员往来阻断的高度限制领域,我国量子科技领域真正进入了无人区。”约瑟夫森参量放大器作为超导量子计算必不可少的辅助器件,在我国得到的研究还远不及其他量子计算强国。例如 JTWPA 制备方法的创新、JPA 特性与制备材料缺陷的关系、IMPA 进一

步提升性能的设计等问题都等待着人们去研究。掌握一套包括辅助器件设计、制备在内的全面的超导量子计算技术是预防研究体系出现短板从而可能被“卡脖子”的关键。

本文详细地讨论了约瑟夫森参量放大器的基本物理原理与目前较为成熟的两种优化设计方案的设计思路与特征,此后介绍了基于实验经验总结出的器件使用方法。目的在于开阔高校物理专业教师、高年级本科生、研究生的专业视野,帮助对超导量子计算感兴趣的理工科背景读者形成一个较为全面的了解。

参 考 文 献

- [1] ARUTE F, ARYA K, MARTINIS J M, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor[J]. *Nature*, 2019(574): 505-510.
- [2] XIAO M, IPPOLITI M, QUINTANA C, et al. Observation of Time-Crystalline Eigenstate Order on a Quantum Processor[J]. 2021, ArXiv:2107.13571v2 [quant-ph].
- [3] ZHANG X, JIANG W J. Digital quantum simulation of Floquet symmetry-protected topological phases[J]. *Nature*, 2022(607): 468-473.
- [4] 宿非凡, 杨钊华. 超导量子比特谱[J]. *物理与工程*, 2021, 31(6): 73-83, 96.
SU F F, YANG Z H. Superconducting qubit spectrum[J]. *Physics and Engineering*, 2021, 31(6): 73-83, 96. (in Chinese)
- [5] Google Quantum AI. Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit[J]. 2021, ArXiv:2207.06431v1 [quant-ph].
- [6] PETERER M, BADER S, JIN X, et al. Coherence and decay of higher energy levels of a superconducting transmon qubit[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2015(114): 010501.
- [7] BARENDT R, KELLY J, MEGRANT A, et al. Coherent Josephson qubit suitable for scalable quantum integrated circuits[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 111: 080502.
- [8] DEVORET M H, SCHOELKOPF R J. Superconducting circuits for quantum information: an outlook[J]. *Science*, 2013, 339: 1169-1174.
- [9] WALTER T, KURPIERS P, GASPARINETTI S, et al. Rapid high-fidelity single-shot dispersive readout of superconducting qubits[J]. *Physical Review Applied*, 2017, 7054020.
- [10] VIJAY R, MACKLIN C, SLICHTER D H, et al. Stabilizing Rabi oscillations in a superconducting qubit using quantum feedback[J]. *Nature*, 2012, 490: 77-80.
- [11] 宿非凡, 杨钊华. 超导量子比特耦合与测控的物理原理[J]. *物理与工程*, 2022, 32(4): 210-217, 228.
SU F F, YANG Z H. Principle of superconducting qubits coupling and their measurement and control[J]. *Physics and Engineering*, 2022, 32(4): 210-217, 228. (in Chinese)
- [12] MACKLIN C, O'BRIEN K, HOVER D, et al. A near-quantum-limited Josephson traveling-wave parametric amplifier[J]. *Science*, 2015, 350: 6258.
- [13] POZAR D. *Microwave engineering*[M]. 2004, Wiley. New Jersey.
- [14] NEELEY M, ANSMANN M, BIALCZAK R C, et al. Transformed dissipation in superconducting quantum circuits[J]. *Phys. Rev. B*, 2008, 77: 180508.
- [15] CLERK A A, DEVORET M H, GIRVIN S M, et al. Introduction to quantum noise, measurement, and amplification[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2010, 82: 1155-1208.
- [16] YURKE B, KAMINSKY P G, MILLER R E, et al. Observation of 4.2-K equilibrium-noise squeezing via a Josephson-parametric amplification[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, 60: 764-767.
- [17] 宿非凡, 杨钊华. 约瑟夫森效应与超导量子电路的基本物理原理[J]. *物理与工程*, 2021, 31(5): 28-33.
SU F F, YANG Z H. Josephson effect and the basic physical principles of superconducting quantum circuits[J]. *Physics and Engineering*, 2021, 31(5): 28-33. (in Chinese)
- [18] 宿非凡, 杨钊华. 超导电路的量子化方法[J]. *物理与工程*, 2021, 31(3): 13-15, 21.
SU F F, YANG Z H. The quantization method of superconducting circuit[J]. *Physics and Engineering*, 2021, 31(3): 13-15, 21. (in Chinese)
- [19] YAMAMOTO T, INOMATA K, WATANABE M, et al. Flux driven Josephson parametric amplifier[J]. *App. Phys. Lett.*, 2008(93): 042510.
- [20] SU F F, WANG Z H, XU H K, et al. Nb-based Josephson parametric amplifier for superconducting qubit measurement[J]. *Chin. Phys. B*, 2019, 28: 110303.
- [21] LIN Z R, INOMATA K, OLIVER W D, et al. Single-shot readout of a superconducting flux qubit with a flux-driven Josephson parametric amplifier[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2013(103): 132602.
- [22] MANUCHARYAN V, BOAKNIN E, METCALFE M, et al. Microwave bifurcation of a Josephson junction: Embedding-circuit requirements[J]. *Phys. Rev. B*, 2007(76): 014524.
- [23] MUTUS J, WHITE T, BARENDT Y, et al. Strong environmental coupling in a Josephson parametric amplifier[J]. *App. Phys. Lett.*, 2014(104): 263513.
- [24] O'BRIEN K, MACKLIN C, SIDDIQI I. Resonant Phase Matching of Josephson Junction Traveling Wave Parametric Amplifiers[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014(113): 157001.
- [25] CHAUDHURI S, GAO J S, IRWIN K. Simulation and analysis of superconducting traveling-wave parametric amplifiers[J]. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2015(25): 3.
- [26] 宿非凡, 杨钊华. 实现超导量子比特芯片的微纳加工方法[J]. *物理与工程*, 2024, 34(2): 147-155.
SU F F, YANG Z H. Microfabrication methods for realizing superconducting qubit chips[J]. *Physics and Engineering*, 2024, 34(2): 147-155. (in Chinese)