

三种测量三棱镜折射率方法的讨论

谭锦博 吴秀梅

(东南大学物理学院, 江苏 南京 211189)

摘要 折射率不仅与几何光学有关, 与波动光学也有密切联系, 对其的测量方法也多种多样。为了研究不同方法对测量折射率精度的影响, 本文利用分光计实验仪器研究了三种不同实验方法测量了三棱镜的折射率, 包括掠射法、最小偏向角法和布儒斯特角法, 并对三种实验方法测量计算出来的折射率, 进行了分析比较。实验结果表明, 相对于布儒斯特角法测量三棱镜的折射率, 掠射法和最小偏向角法测量的结果更为准确。本文为精确测量三棱镜折射率提供了可参考性的实验方法。

关键词 分光计; 折射率; 光学测量

DISCUSSION ON THREE METHODS OF MEASURING REFRACTIVE INDEX OF PRISM

TAN Jinbo WU Xiumei

(College of physics, Southeast University, Nanjing, Jingsu 211189)

Abstract Refractive index is not only related to geometric optics, but also closely related to wave optics, and its measurement methods are varied. In order to study the influence of different methods on the accuracy of refractive index measurement, the refractive index of a prism is measured by three different experimental methods, including grazing method, minimum deviation angle method and Brewster angle method. The refractive index was analyzed and compared. The experimental results show that compared with Brewster angle method, the grazing method and minimum deviation angle method are more accurate in measuring the refractive index. This paper provides an experimental method for accurate measurement of refractive index of prism.

Key words spectrometer; refractive index; optical measurement

分光计是一种能精确测量光从一种介质进入另一种介质时, 光线发生改变的角度和方向的精密仪器。在大学物理实验中, 分光计被用来测量三棱镜的折射率^[1]。折射率是材料的一种基本属性, 不仅与几何光学有关, 与波动光学也有密切联系。测量材料折射率对材料性能的研究有着重要

指导意义。本文主要研究三棱镜折射率的测量方法, 设计了不同的实验方案, 包括最小偏向角法、掠射法和布儒斯特角法。通过对不同实验方法测得的实验结果进行分析比较, 一方面为测量三棱镜折射率, 提供可操作性的实验方法; 另一方面, 为高精度测量材料折射率提供了可供参考的实验价值。

收稿日期: 2023-03-23

基金项目: 2020 年中央校教学改革专项基金(5207022103A)。

通信作者: 吴秀梅, 东南大学物理学院副教授, 326302707@qq.com。

引文格式: 谭锦博, 吴秀梅. 三种测量三棱镜折射率方法的讨论[J]. 物理与工程, 2024, 34(3): 172-177.

Cite this article: TAN J B, WU X M. Discussion on three methods of measuring refractive index of prism[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(3): 172-177. (in Chinese)

1 实验仪器

大学物理实验中,常用的分光计型号是 JJY-1 型分光计,最小分度为 1 分。为了提高实验精度,本实验所用的分光计型号为 FGY 型^[1],最小分度 30 秒。实验条件为室温。分光计测量三棱镜折射率的原理如图 1 所示。当光线以入射角 i 从一种介质(折射率为 n_1)入射到三棱镜(折射率为 n_2)后,光线会发生偏折,折射角为 r ,折射率的计算公式为: $n_2/n_1 = \sin i / \sin r$ 。同时,根据不确定度的计算公式,可以算出测量结果的不确定度^[1]。

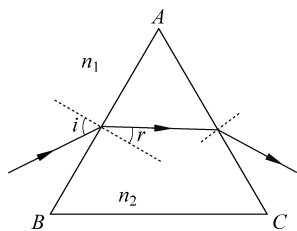


图 1 三棱镜折射原理图

2 实验原理及实验过程

2.1 自准直法测量三棱镜顶角 A

1) 实验原理

自准直法测三棱镜顶角是基于三棱镜光学面的反射成像而实现的,如图 2 所示。基本原理是平行光线垂直入射到 AB 或 AC 面后,被原路反射

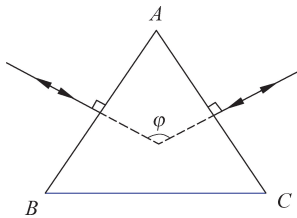


图 2 自准直法光路图

回来。通过从望远镜中观察反射光线的位置,获得垂直入射光线的方位角,计算出两入射光线的夹角 φ ,通过公式,得到顶角 A 值^[1,2]

$$A = 180 - \varphi \quad (1)$$

2) 实验数据与数据处理

校准分光计,放置三棱镜,调节望远镜,使望远镜中透光的“十”字窗垂直入射到三棱镜 AB 面的法线方向,读出此时分光计左右游标的读数,即方位角位置,分别记录为 θ_1, θ_2 。对 AC 面的操作与上述相同,方位角分别记为 θ'_1, θ'_2 。稍微调整三棱镜的方位,重复上述实验步骤,记录数据如表 1 所示。求得顶角 A 的平均值如表 1 所示。

2.2 掠射法测量三棱镜折射率

1) 掠射法实验原理

当光从光疏介质 n_1 向光密介质 n_2 传播时,入射光线以接近于 90° 的入射角入射的现象称为掠射,如图 3 所示。单色扩展光从不同的方向射向三棱镜 AB 面,折射后从 AC 面射出,其中入射角接近 90° 的掠入射光线为临界光线,它的出射角最小,此角记为 φ ,所有入射角小于 90° 的光线,出射角均大于 φ 。

观察 AC 面的出射光线时,可见一明暗半荫视场,其分界线为掠入射光线的出射光线。如图 3 中所示,临界光线有两种情况,这取决于空气与三棱镜的相对折射率。不同材质的三棱镜会有不同的临界现象:由几何关系,当 AB 面上的折射角大于 $\angle A$ 时,光线以图 3(a) 光路行进;折射角小于 $\angle A$ 时,光线以图 3(b) 光路行进。对于图 3(a) 的情况,根据折射定律可知

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (2)$$

$$n_2 \sin \beta = n_1 \sin \varphi \quad (3)$$

由几何关系可得

$$A = i_2 - \beta \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)、式(3)后化简可得

表 1 顶角 A 实验数据表格

次数	AB 面法线位置		BC 面法线位置		顶角 A	角 A 平均值
	θ_1	θ_2	θ'_1	θ'_2		
I	264°41'0"	84°40'30"	324°25'30"	144°25'30"	59°44'45"	
II	234°11'0"	54°10'30"	293°55'30"	113°55'30"	59°44'45"	59°44'25"
III	183°31'45"	3°31'0"	243°15'0"	63°15'15"	59°43'45"	

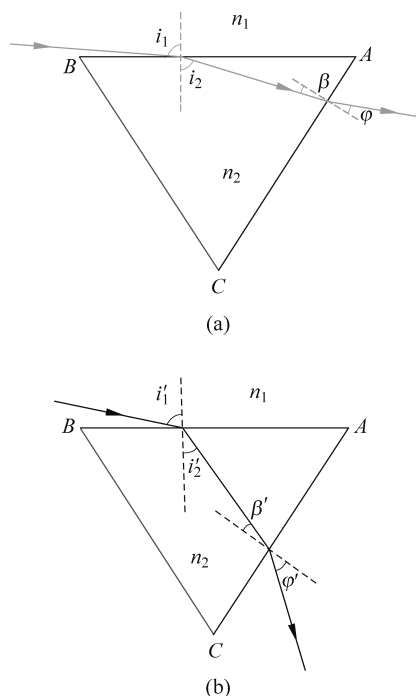


图3 两种不同情况的掠射光路图
(a) 折射角大于 $\angle A$; (b) 折射角小于 $\angle A$

$$n_2 = \sqrt{\left(\frac{n_1 - \cos A \sin \varphi}{\sin A}\right)^2 + \sin^2 \varphi} \quad (5)$$

根据 3(a) 的光路图中, 将式(4)替换为

$$A = i_2' + \beta' \quad (6)$$

φ' 替换为 φ , 再以相同方法推导即可得 3(b) 的折射率公式

$$n_2 = \sqrt{\left(\frac{n_1 + \cos A \sin \varphi'}{\sin A}\right)^2 + \sin^2 \varphi'} \quad (7)$$

通过对上述两公式的运用, 可以计算出对应的折射率^[3-5] (取空气折射率 $n_1 = 1$)。

2) 掠射法实验操作

如图 4(a) 所示, 将三棱镜 ABC 面和 DEF 面拼接于分光计载物平台上, 钠光放置于正对 DE 面放置。

从图中看出, 加入相同材质的辅助棱镜 DEF, 可以将更多不同入射角的人射光线转换为掠入射光, 使得明暗分界更加明显。缓慢转动载物台, 先用白纸作为光屏在出射光方向放置, 找到明暗分

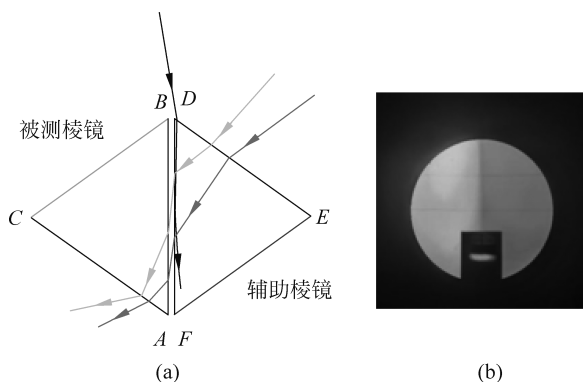


图4 掠射法测量三棱镜折射率
(a) 光路图; (b) 明暗分界线观测图

界视场。用望远镜对准分界线读出此时分光计载物台上左右游标的读数 θ_1 、 θ_1' , 再转动望远镜测量出射面 AC 的法线位置 θ_2 、 θ_2' 。计算出射角 φ 。

3) 掠射法实验数据及处理

掠射法实验数据如表 2 所示。因为本实验中折射角小于 $\angle A$, 所以应用公式(7)及表 2, 得到的折射率记为 n_{21} , 同时计算出不确定度。得: $n_{21} = 1.6551 \pm 0.0002$

2.3 最小偏转角法测三棱镜折射率

1) 最小偏转角法实验原理

光线经过两次折射后会偏离原来的方向, 出射光线与入射光线所成夹角为偏转角 θ , 如图 5 所示。它在入射光改变方向的过程中存在最小值, 称为最小偏转角, 记作 θ_0 。

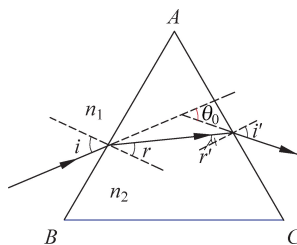


图5 偏向角光路图

由折射定律有

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (8)$$

$$n_2 \sin r' = n_1 \sin i' \quad (9)$$

表2 掠射法测折射率实验数据表格

明暗分界线位置		法线位置		φ
θ_1	θ_1'	θ_2	θ_2'	
197°45'30"	17°45'00"	158°18'00"	338°18'30"	39°27'0"

由几何关系有

$$A = r + r' \quad (10)$$

$$\theta = i + i' - A \quad (11)$$

则将式(11)对 i 微分,且令 $\frac{d\theta}{di} = 0$,可得

$$\frac{d\theta}{di} = \frac{di'}{di} + 1 = 0 \quad (12)$$

对式(8)、式(9)进行微分并记 $n = \frac{n_2}{n_1}$ 为相对折射率,可得

$$\cos i di = n \cos r dr \quad (13)$$

$$n \cos r' dr' = \cos i' di' \quad (14)$$

再根据式(10)得 $dr = -dr'$,代入式(13)、式(14)并化简可得

$$\frac{di'}{di} = -\frac{\cos r'}{\cos i'} \cdot \frac{\cos i}{\cos r} \quad (15)$$

所以取得 θ_0 的条件为

$$\frac{\cos r'}{\cos i'} \cdot \frac{\cos i}{\cos r} = 1 \quad (16)$$

由于此处 $i, i' < 0$ 没有实际意义,则方程(16)有唯一解 $i = i'$,则

$$\theta_0 = 2i - A \quad (17)$$

将其代入折射定律可得

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\theta_0 + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \quad (18)$$

所以

$$n_2 = n \cdot n_1 = \frac{\sin \frac{\theta_0 + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \cdot n_1 \quad (19)$$

即可得出三棱镜折射率 $n_2^{[6]}$ (取 $n_1 = 1$)。

2) 最小偏转角法实验操作

在放置三棱镜前,将望远镜移动到 M 处对准平行光,读出此时左右游标读数 θ_2, θ'_2 。之后将三棱镜放置于载物台上如图 6 所示。旋转载物台的同时使用望远镜跟踪平行光直到从望远镜中看到平行光开始向反方向移动,即最小偏向角的位置 N ,记录此时的左右游标读数 θ_1, θ'_1 并计算出 θ_0 。

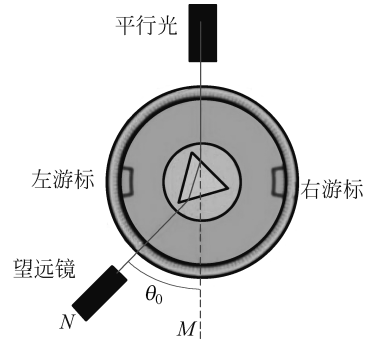


图 6 三棱镜在分光计上放置图

3) 最小偏转角法数据及其处理

根据公式(19)及表 3,得到的折射率记为 n_{22} ,根据不确定度计算公式^[1]并算出不确定度。则:
 $n_{22} = 1.6368 \pm 0.0002$ 。

2.4 布儒斯特角法测三棱镜折射率

1) 布儒斯特角法原理

在光束由光疏介质 n_1 进入光密介质 n_2 时,图 7(a)为其光路图,图 7(b)为其实验光路示意图。根据菲涅尔公式

$$\frac{A_p}{A'_p} = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \quad (20)$$

我们可以得到在 $i+r=90^\circ$ 时,平面内的偏振分量消失,自然光变为线偏振光,利用偏振片对出射光线消光,并以此为布儒斯特角入射的判据。再通过折射定律

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (21)$$

与

$$i + r = 90^\circ \quad (22)$$

由式(21)可得

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \quad (23)$$

而根据式(22)

$$\sin r = \cos i \quad (24)$$

即可得

$$\tan i = \frac{n_2}{n_1} \quad (25)$$

进行移项

$$n_2 = \tan i \cdot n_1 \quad (26)$$

由此可以计算出三棱镜折射率 $n_2^{[7,8]}$ (取 $n_1 = 1$)。

表 3 最小偏转角实验数据表格

出射方向		入射方向		θ_0
θ_1	θ'_1	θ_2	θ'_2	
287°27'45"	107°27'30"	237°59'00"	57°59'15"	49°28'30"

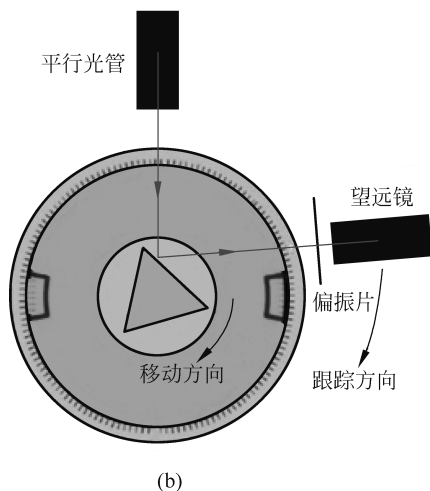
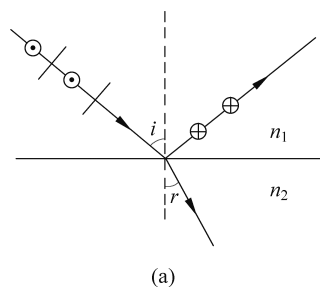


图7 布儒斯特角法测三棱镜折射率
(a) 光路图; (b) 实验光路示意图

2) 布儒斯特角法操作

在望远镜之前放上已知透光方向的偏振片, 保证透光方向与 A_p (即纸面内的偏振分量) 所在平面平行。平行光管对准三棱镜面, 于望远镜中找到钠灯的反射像。以微小角度转动载物台后, 观察消光现象, 如图8所示。将望远镜逐渐逼近

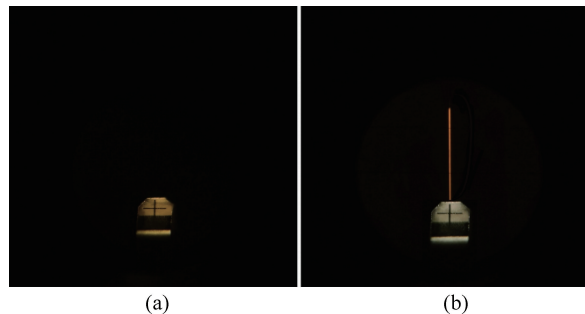


图8 布儒斯特角法测三棱镜折射率实验观测图
(a) 消光情况; (b) 未消光情况

消光处, 记录消光时位置的左右游标读数 θ_1, θ'_1 , 同时观测该入射面的法线方向所在的位置记录为 θ_2, θ'_2 . 求出布儒斯特角 i , 如表4所示。

3) 布儒斯特角法实验数据及其处理

根据公式(26)及表4, 求得折射率记为 n_{23} , 根据不确定度计算公式^[1]并算出不确定度。得 $n_{23} = 1.5802 \pm 0.0005$ 。

3 结果与讨论

本实验三棱镜所用材料的参考折射率 $n_0 = 1.6500$, 即可得到相对于参考值的百分误差, 如下: 掠射法测棱镜折射率的相对误差

$$\delta_{01} = \frac{|n_0 - n_{21}|}{n_0} \times 100\% = 0.3\%$$

最小偏向角测棱镜折射率的相对误差

$$\delta_{02} = \frac{|n_0 - n_{22}|}{n_0} \times 100\% = 0.8\%$$

布儒斯特角法测量棱镜折射率的相对误差

$$\delta_{03} = \frac{|n_0 - n_{23}|}{n_0} \times 100\% = 4.2\%$$

(1) 在掠射法实验中, 测量的三棱镜折射率相对于理论值的误差只有 0.3%, 说明测量值精度较高。这是因为在本实验中, 使用了两个棱镜, 在辅助棱镜 DEF 的校正下, 有更少的光线以非掠射入, 使得分界面明暗区分明显。

(2) 用最小偏向角测量三棱镜折射率, 其误差为 0.8%, 同样具有较高的实验精度, 这是因为在实验中, 用分光计可以精确直观地观测到最小偏向角的位置。

(3) 对于布儒斯特角法测量折射率的实验, 误差为 4.2%。其原因可能来源于没有合适的参照物, 以致对消光的判断有所偏差, 导致实验误差较大。

4 结语

本文讨论了三种不同方法测量三棱镜的折射率。其中消光法和最小偏向角法, 测量得到的折射率精度较高, 而布儒斯特角法, 测量得到的折射

表4 布儒斯特角实验数据表格

消光方向		法线方向方位角读数		布儒斯特角 β
左游标 θ_1	右游标 θ'_1	左游标 θ_2	右游标 θ'_2	
166°59'30"	346°59'45"	109°19'30"	289°19'00"	57°40'22"

率的精度则偏低。这可能是由于受到人的视觉影响的原因。相对而言,布儒斯特角法测量三棱镜折射率的过程中,更容易受到主观判断的影响;而消光法和最小偏转角法在测量三棱镜折射率的实验过程中,主观影响相对较小,所以在测量次数相同且有限的情况下,更容易得到准确的折射率。本文为如何测量得到三棱镜折射率的精确值上,提供了可参考的实验方法。

参 考 文 献

- [1] 钱峰,潘人培. 大学物理实验(修订版)[M]. 北京:高等教育出版社,2005.
- [2] 陈红,张伟森,王德军,等. 分光计实验研究[J]. 长春大学学报,2006,(8):23-25.
CHEN H, ZHANG W L, WANG D J, et al. Spectrometer experiment research[J]. Journal of Changchun University, 2006, (8): 23-25. (in Chinese)
- [3] 徐崇. 用掠入射法测量透明介质折射率的探讨[J]. 大学物理实验,2009,22(1):9-13.
XU C. Discussion about measurements on the refractive index of transparent media with the method of grazing[J]. Physical Experiment of College, 2009, 22(1): 9-13. (in Chinese)
- [4] 刘安平,王伟. 折射率测量实验设计[J]. 中学物理教学参考, 2020,49(14):53-54.
LIU AN P, WANG W. Designation on measurements of the refractive index[J]. Reference of physics teaching in middle school, 2020, 49(14): 53-54. (in Chinese)
- [5] 曹鹏飞. 用分光计测定三棱镜折射率的改进实验[J]. 科协论坛(下半月),2013(7):172-173.
CAO P F. Developed experiment of measurements on refractive index of prism with spectrometer[J]. Technology Forum (Latter Monthly), 2013(7): 172-173. (in Chinese)
- [6] 姚启钧. 光学教程[M]. 6版. 北京:高等教育出版社,2019.
- [7] 王泽斌,周进朝,黄佐华. 线偏振光反射法测量介质材料折射率的方法[J]. 激光与光电子学进展,2012,49(12):92-96.
WANG Z B, ZHOU J C, HANG Z H. Measurements on the refractive index of media with the reflectivity of linearly polarized light[J]. Advancement of Laser and Optoelectronics, 2012, 49(12): 92-96. (in Chinese)
- [8] 魏茂金,杨巍巍,刘德功. 基于线偏振光反射率测量介质折射率的研究[J]. 应用光学,2010,31(1):100-104.
WEI M J, YANG W W, LIU D G. Research on measuring the refractive index of media through the reflectivity of linearly polarized light[J]. Applied Opticals, 2010, 31(1): 100-104. (in Chinese)