

超导量子计算门操作及其保真度测定的基本理论

宿非凡^{1,2,3} 杨钊华⁴ 邓永和⁵

(¹ 中国电子信息产业集团长城实验室, 湖南 长沙 410205; ² 天津先进技术研究院, 天津 300459;

³ 合肥国家实验室, 安徽 合肥 230094; ⁴ 中国科学院物理研究所, 北京 100190; ⁵ 湖南工程学院, 湖南 湘潭 411104)

摘要 对于已有的超导量子比特器件, 在进行系统标定之后构建相应的高保真度门操作是实现量子计算的关键步骤。作为“物理前沿介绍——超导量子计算”系列的第五篇, 本文系统讨论通过微波脉冲构建超导量子比特门操作的物理图景以及基本方法, 给出了一套单比特门操作的构建流程, 并对门操作保真度的测定以及优化发展作延伸讨论。本文旨在帮助广大高校物理专业教师、高年级本科生、研究生以及对超导量子计算感兴趣的理工科背景读者系统了解超导量子比特门构建与门操作保真度测量与优化的整个基本过程。

关键词 超导量子比特; 门操作; 保真度

THE BASIC THEORY OF SUPERCONDUCTING QUANTUM COMPUTING GATE OPERATION AND ITS FIDELITY MEASUREMENT

SU Feifan^{1,2,3} YANG Zhao-hua⁴ DENG Yong-he⁵

(¹ China Electronics Information Industry Group Great Wall Laboratory, Changsha, Hunan 410205;

² Tianjin Advanced Technology Research Institute, Tianjin 300459; ³ Hefei National Laboratory, Hefei, Anhui 230094;

⁴ Institute of Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190; ⁵ Hunan Institute of Engineering, Xiangtan Hunan, 411104)

Abstract For the existing superconducting qubit devices, constructing the corresponding high-fidelity gate operation after system calibration is a key step to realize quantum computing. As the fifth chapter of the series of “Introduction to physics frontier—superconducting quantum computing”, this paper systematically discusses the physical picture and basic method of constructing superconducting qubit gate operation through microwave pulse, gives a set of construction process of single bit gate operation, and extends the measurement and optimization development of gate operation fidelity. This paper aims to help the physics teachers, senior undergraduates, graduate students, and science and engineering backgrounds interested in superconducting quantum computing readers to systematically understand the whole basic process of superconducting qubit gate construction and gate operation fidelity measurement and optimization.

Key words superconducting qubit; gate operation; fidelity

超导量子比特的操控是通过微波工程实现的, 目前通过设计一系列微波序列可以实现对超导量子比特的特定调控^[1]。对于以 Xmon 为例的超导量子比特, 其设计中起到接收微波序列的部分被称为激励线^[2]。在本系列文章的第四篇^[3]中

着重讨论了在超导量子比特中实现 Rabi 振荡的方法, 并确定了一个可将超导量子比特从 $|0\rangle$ 完全激发到 $|1\rangle$ 的微波脉冲, 实际上, 它可以看作是一个使超导量子比特的量子态绕着 x 轴做旋转的操控。在对超导量子比特进行系统的标定后, 通过一

收稿日期: 2022-03-29

作者简介: 宿非凡, 合肥国家实验室高级工程师, 副教授, sufeifan@ustc.edu.cn。

引文格式: 宿非凡, 杨钊华, 邓永和. 超导量子计算门操作及其保真度测定的基本理论[J]. 物理与工程, 2024, 34(3): 100-108.

Cite this article: SU F F, YANG Z H, DENG Y H. The basic theory of superconducting quantum computing gate operation and its fidelity measurement[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(3): 100-108. (in Chinese)

系列的门操作可以实现超导量子计算。2016 年美国 IBM 公司率先在互联网上建立了简明的超导量子计算云平台 Quantum Experience。实验者登录后能够使用一台 5 比特的超导量子计算机进行量子算法或量子模拟实验,可以通过简单的交互将各个量子门操作按实验需求组成一个超导量子计算实验。可以看到,近几年发展起来的门操作是目前超导量子计算的关键要素,了解超导量子计算的门操作原理与门操作的保真度测量以及优化,对于超导量子计算整体的理解是必不可少的一步。

1 门操作的基本物理图景

在详细讨论门操作微波脉冲构建的一般方法前,需要把各种门的定义与物理图景做一个直观说明,以下基于 IBM 的 qiskit 程序包^[4]进行讨论。

如图 1 所示,超导量子比特的量子态可以视为布洛赫球上的一个矢量。

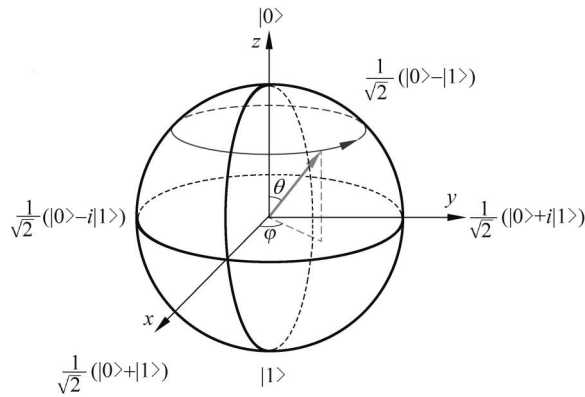


图 1 量子态在布洛赫球上的表示

单比特的门操作可以视为量子态在布洛赫球上绕特定轴特定角度的一个旋转,定义一个绕任意轴任意角度旋转为

$$\begin{aligned}\hat{R}_n &= \hat{R}(\theta, \varphi, \varphi_n) \\ &= e^{-in \cdot \hat{\sigma} \varphi_n / 2} \\ &= \cos \frac{\varphi_n}{2} - \\ &\quad i \sin \frac{\varphi_n}{2} (\sin \theta \cos \varphi \hat{\sigma}_x + \sin \theta \sin \varphi \hat{\sigma}_y + \cos \theta \hat{\sigma}_z)\end{aligned}$$

其中, θ, φ 分别为旋转轴的极角和方位角, φ_n 是绕旋转轴旋转的角度,由此我们就可以定义如 X, Y, Z 门的一些特定门操作。

在讨论门操作前,将特定旋转轴旋转操作的

数学表示给出,如表 1 所示。

表 1 特定旋转轴旋转操作的定义

操作	函数表示	矩阵形式
绕 X 轴 旋转	$\hat{R}\left(\frac{\pi}{2}, 0, \varphi_n\right)$	$\begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi_n}{2} & -i \sin \frac{\varphi_n}{2} \\ -i \sin \frac{\varphi_n}{2} & \cos \frac{\varphi_n}{2} \end{pmatrix}$
绕 Y 轴 旋转	$\hat{R}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \varphi_n\right)$	$\begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi_n}{2} & -\sin \frac{\varphi_n}{2} \\ \sin \frac{\varphi_n}{2} & \cos \frac{\varphi_n}{2} \end{pmatrix}$
绕 Z 轴 旋转	$\hat{R}(0, \varphi, \varphi_n)$	$e^{-i\varphi_n/2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_n} \end{pmatrix}$

X 门操作的其定义是

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \hat{R}(0, \varphi, \pi) \times \hat{R}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi\right)$$

因此, X 门可视为绕 y 轴旋转 π 角度,再绕 z 轴旋转 π 角度组合而成。如图 2 所示,从效果上看 X 门操作可以实现超导量子比特从 $|0\rangle$ 到 $|1\rangle$ 的过程,因此可将上述态矢量变换的操作与 X 门操作相对应。由于在量子比特标定时对 Rabi 振荡脉冲(X 门操作)进行了详细的校正^[3],因此 X 门操作脉冲可以认为是可靠性较高的一种脉冲形式。

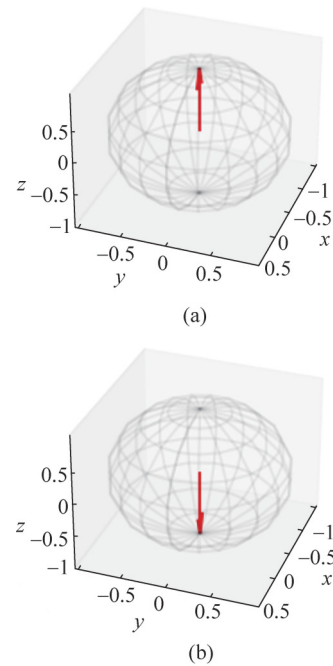


图 2 X 门操作的演示图。X 门操作对应超导量子比特的量子态从 $|0\rangle$ 到 $|1\rangle$ 的过程

(a) X 门操作前; (b) X 门操作后

类似地,如图 3 所示,可以定义 Y 门操作,Y 门定义是 $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$,其可以拆解为 $\hat{R}(0, \varphi, \frac{\pi}{2}) \times \hat{R}(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi) \times \hat{R}(0, \varphi, \frac{\pi}{2})$,这样 Y 门操作可以表示为在布洛赫球上需要先绕着 z 轴旋转一个 $\pi/2$ 角度,再绕 y 轴旋转 π 角度,最后绕 z 轴旋转 π 角度得到。

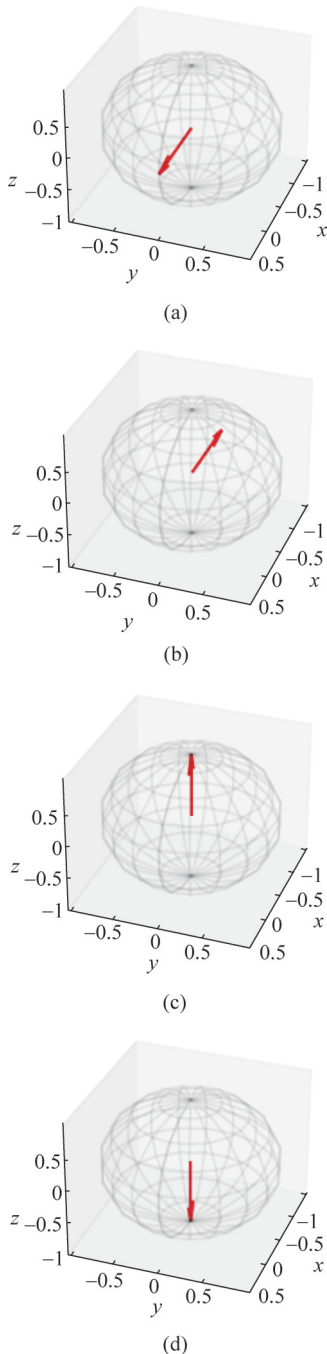


图 3 Y 门操作的演示图

(a) Y 门操作前; (b) Y 门操作后; (c) Y 门操作前; (d) Y 门操作后

如图 4 所示,Z 门是制备量子叠加态的常用操作,其定义是 $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = R(0, \varphi, \pi)$ 。在实验上,任何一个真实的微波操作都会带来误差,对于 Z 门操作幸运的是在实验上有两种实现的途径。一种是做一个方波微波脉冲使比特量子态相位累积从而使得相位发生变化,然而在这种操作下,新微波脉冲的不理想必然会引入误差,往往会带来一些不可控的影响。另一种途径是改变量子态初相位,考虑到在微波测控上改变相位的操作较产生一个特定的脉冲更容易精确实现。考虑绕 x 轴旋转、绕 y 轴旋转操作的物理图景可以发现,实际上只需要使量子态在绕轴旋转时增加一个初始相位 $\frac{\pi}{2}$ 即可实现 Z 门操作。也就是说,人为地在绕 x 轴旋转、绕 y 轴旋转的微波脉冲上增加一个初相位 π 即可以实现 Z 门操作,由于这种操作没有实际通入一个特定的 Z 门操作微波脉冲,因此称为虚拟 Z 门操作。考虑到在标定超导量子比特的时候对 Rabi 振荡脉冲做过细致的调整^[3](X 门),虚拟 Z 门操作的好处是不会因为新脉冲的不理想而产生附加误差或因新脉冲的校正而带来附加的工作,因此是目前实验中采用最多的方式^[5]。

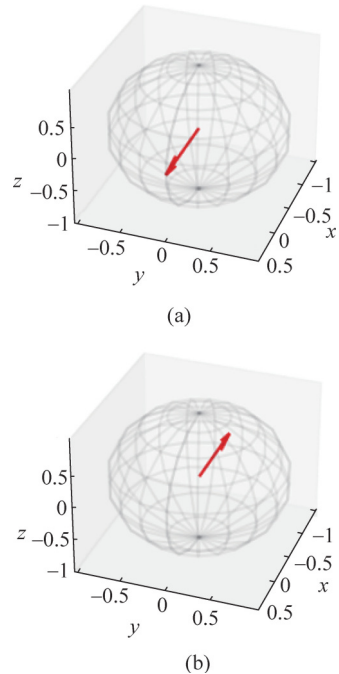


图 4 Z 门操作的演示图

(a) Z 门操作前; (b) Z 门操作后

由虚拟 Z 门衍生出来的 Phase(S) 门与 $\frac{\pi}{8}$ (T)

门也是附加相位的门操作,因而保有了虚拟 Z 门误差小的优点,具体而言 S 是在比特的量子态上添加一个 $\pi/2$ 的相位,而 T 是在比特的量子态上添加一个 $\pi/4$ 的相位,它们的矩阵形式分别为 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ 、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}$ 。如图 5、图 6 所示,分别给出了 S 门、T 门操作图。由于这类操作是在量子态的位相上进行操作,因此在实验上将这种门操作称为位相门操作。

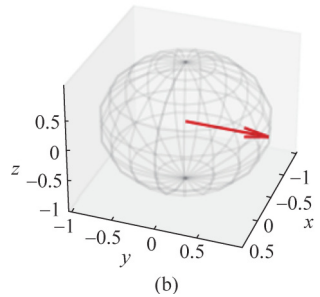
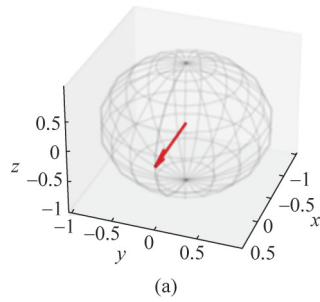


图 5 S 门操作示意图
(a) S 门操作前; (b) S 门操作后

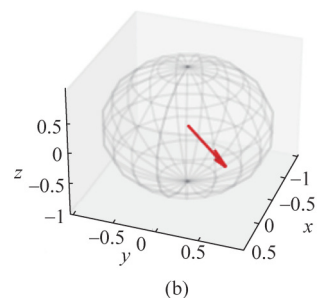
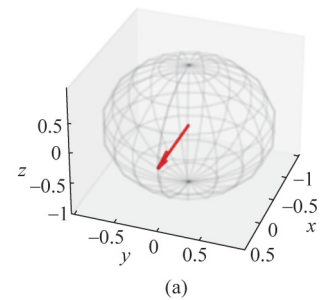


图 6 T 门操作的示意图
(a) T 门操作前; (b) T 门操作后

在实际实验中, H 门(哈德玛门)常常用于制备单比特的叠加态 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, 它的矩阵形式

为 $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, 它可以分解为如下矩阵相乘

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ = \hat{R}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \times \hat{R}\left(\frac{\pi}{2}, 0, \pi\right)$$

因此, H 门可以看作是绕 x 轴转 π 角度, 再绕 y 轴转 $\pi/2$ 角度组合而成, 为了更好地看出 H 门操作的效果, 如图 7(a) 所示, 模拟中选取比特的叠加态

$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 为初始态, 并对其进行 H 门操作。

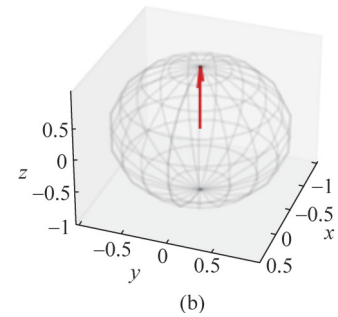
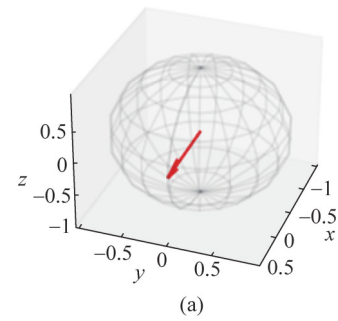
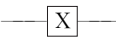
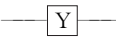
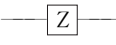
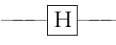
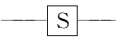
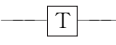


图 7 H 门操作示意图
(a) H 门操作前; (b) H 门操作后

综上所述, 单比特门操作基本特征在表 2 中除了单比特门操作外, 为了更好实现量子计算中逻辑或、逻辑与等逻辑操作, 另一个重要的门操作是两比特的受控门操作, 称为 control-(X, Y, Z) 门, 通常受控门可以写成如下矩阵形式:

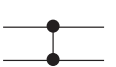
$$\text{control-(X, Z)} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (X, Z) \end{pmatrix}$$

表 2 单比特门操作定义表

操作门	函数表示	图示	矩阵形式
Pauli-X(X)	$\hat{R}_x(\pi)$		$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Pauli-Y(Y)	$\hat{R}_y(\pi)$		$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$
Pauli-Z(Z)	$\hat{R}_z(\pi)$		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
哈德玛门(H)	$\hat{R}_x(\pi)\hat{R}_y(\pi/2)$		$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
Phase(S)	$\hat{R}_z(\pi/2)$		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$
$\frac{\pi}{8}$ (T)	$\hat{R}_z(\pi/4)$		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}$

受控门操作上要比单比特门操作复杂很多,基于篇幅的原因,这里不再具体介绍两比特门的操作,而将一些常用的两比特门操作总结在表 3 中,需要了解的读者可以进一步参考相关文献[6-8]。

表 3 两比特门操作定义表

操作门	函数表示	图示	矩阵形式
受控 Z 门 (CZ)	$\hat{Z} \psi\rangle_i$ $if \psi\rangle_c= 1\rangle$		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
受控非门 (CX)	$\hat{X} \psi\rangle_i$ $if \psi\rangle_c= 1\rangle$		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
受控 相位门 (CP)	$\hat{R}_z(\pi/2) \psi\rangle_i$ $if \psi\rangle_c= 1\rangle$	N/A	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix}$

门操作的实现为后续的量子计算实验提供了基础,但计算的复杂程度还会取决于门操作的保真度,例如在一个比特的连续单比特门操作计算中,假如单比特门操作的保真度为 99%,进行 50 个单比特门操作的时候,只剩下了 60%的保真度,可见门操作的保真度是量子计算中一个重要的指标。

2 RB 与门操作保真度

与经典计算机类似,在量子计算中当我们对一个比特进行操作时,会有一定的概率得到一个错误的结果,如果定义对比特进行一个操作的准确度为保真度 F,则操作的错误率可以用 100%减去保真度来描述,即 $error=1-F$ 。目前认为利用随机标准测试(RB)测量门操作的保真度是最好方案之一^[9-15]。

为了达到一般量子计算的要求,单比特门误差容忍度需要小于 10^{-4} ^[16]。而随着器件上比特数目的扩展,实验上需要将门操作的保真度信息进行可靠的反馈。随机标准测试(RB)理论是一个提供门操作平均保真度以及每一种不同门操作保真度的表征手段^[11]。

标准的 RB 流程的第一步是构建一个合理的 Clifford 群^[18],以单比特门操作为例,Clifford 群由几个基本门操作组合而成,在构建好的 Clifford 群中,随机选择不同数目的门操作并组合成一个 U 操作,同时将比特制备到需要测量的态上(初始态)。在单比特门操作中,一般会将比特的 $|0\rangle$ 态作为初始态,此后依次在比特上进行上面随机选取的门操作,再依次做逆操作,最后测量 $|0\rangle$ 态(初始态)的概率得到数据点。

在单比特门操作中,每一个门操作都不可避免地会导致一定程度的误差,也就是说,每一次对比特的操作都存在一个误差率,根据完全去极化通道理论^[17]构建 n 个比特的误差概率为

$$\epsilon(\rho, \delta) = (1 - \delta)\rho + \delta I^{\otimes n} \quad (1)$$

其中, δ 是去极化率, ρ 为描述比特量子态的密度矩阵, I 为最大混合态,根据上述的保真度定义,门误差可以表示为

$$\begin{aligned} \epsilon_g &= 1 - F(\rho, \epsilon(\rho, \delta)) \\ &= 1 - \left[1 - \delta + \delta \frac{1}{2^n} \right] \\ &= \frac{2^n - 1}{2^n} \delta \end{aligned}$$

其中, $F(\rho, \epsilon(\rho, \delta)) = |\langle \varphi | \epsilon(\rho, \delta) | \varphi \rangle|$, 这样就有

$$\delta = \frac{2^n}{2^n - 1} \epsilon_g, \text{ 若令 } a_n = \frac{2^n}{2^n - 1} \text{ 则式(1)可改写为}$$

$$\epsilon(\rho) = (1 - a_n \epsilon_g) \rho + a_n \epsilon_g I^{\otimes n}$$

门操作次数为 l 时,可有

$$\epsilon^{\otimes l}(\rho) = (1 - a_n \epsilon_g)^l \rho + [1 - (1 - a_n \epsilon_g)^l] I^{\otimes n}$$

类似地,在考虑制备初态的误差 ϵ_m 后上式可进一步写为

$$\epsilon^{\otimes l}(\rho) = [(1 - a_n \epsilon_m)(1 - a_n \epsilon_g)^l \rho + [1 - (1 - a_n \epsilon_m)(1 - a_n \epsilon_g)^l] I^{\otimes n}]$$

一系列门操作后最终的误差可以表示为

$$\begin{aligned} E_l &= 1 - F(\rho, \epsilon^{\otimes l}(\rho)) \\ &= 1 - \left((1 - a_n \epsilon_m)(1 - a_n \epsilon_g)^l + \frac{1}{2^n} [1 - (1 - a_n \epsilon_m)(1 - a_n \epsilon_g)^l] \right) \\ &= \frac{2^n - 1}{2^n} + \frac{1 - 2^n}{2^n} (1 - a_n \epsilon_m)(1 - a_n \epsilon_g)^l \\ &= \frac{1}{a_n} [1 - (1 - a_n \epsilon_m)(1 - a_n \epsilon_g)^l] \end{aligned}$$

综上过程,最终的误差率为^[20]

$$E_l = \frac{1}{\alpha_n} [1 - (1 - \alpha_n \epsilon_m)(1 - \alpha_n \epsilon_g)^l] \quad (2)$$

通过一系列门操作的初态概率(保真度)为

$$\begin{aligned} F_l &= 1 - E_l \\ &= 1 - \frac{1}{\alpha_n} [1 - (1 - \alpha_n \epsilon_m)(1 - \alpha_n \epsilon_g)^l] \quad (3) \end{aligned}$$

在单比特门中可取 $n=1, \alpha_n=2$ 。

在单比特中

$$F_l = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon_m \right) \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon_g \right)^l \quad (4)$$

我们通过用上述公式来拟合得到平均门保真度(EPG),在实际的测量中,可以将式(4)改写为

$$F_l = A p_g^l + B \quad (5)$$

其中,参数 A, B 为常数, $A = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon_m \right)$, $p_g = \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon_g \right)$ 即平均门保真度, $B = \frac{1}{2}$ 。实验中利用上述指数公式进行测量得到数据的拟合,就可以得到平均门保真度 p_g 的数值。

总体而言,标准 RB 流程大致如下(流程如图 8 所示):

第一步:选择一系列合适的门数量 l , 比如 1, 100, 400, 1000, 2000 等

第二步:对门数量长度 l , 从 Clifford 群中选取相应的 l 个门操作

第三步:制备初始的态(单比特门操作会选择 $|0\rangle$ 态为初始态)

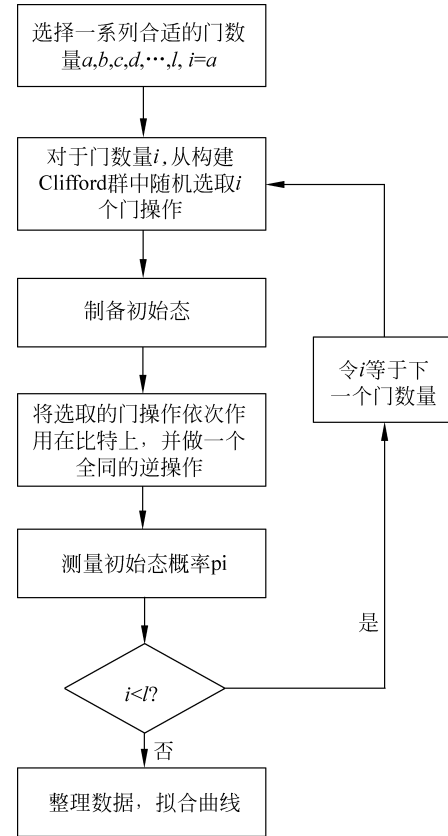


图 8 标准 RB 流程图

第四步:依次将这些门操作作用在比特上,并做一个全同的逆操作

第五步:测量初始态的概率,得到数据点

第六步:重新选择门数量,重复第二、三、四、五步

第七步:把不同门数量的概率与门数量数据整理,拟合保真度曲线得到平均门操作保真度。

对 RB 的一个重要改进是交错随机标准测试 (Interleaved RB) 过程^[18], 标准的 RB 无法得到单个特定门的保真度, 而交错随机标准测试过程可以得到特定门操作的平均保真度。在每次测量中交错随机标准测试需要在每一个门操作中插入一个特定的门操作, 以下用 H 来表示。标准 RB 与交错随机标准测试的流程图分别如图 9(a)、(b) 所示。

假设插入的门操作 H 的平均保真度为 ϵ_H , 接下来将 $U_n + H$ 当作一个整体门操作, 则一次操作的门保真度为 $p'_g = \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon'_g \right)$, 同样对于单比特门操作中, 经过一系列门操作的保真度可以表示^[30]为

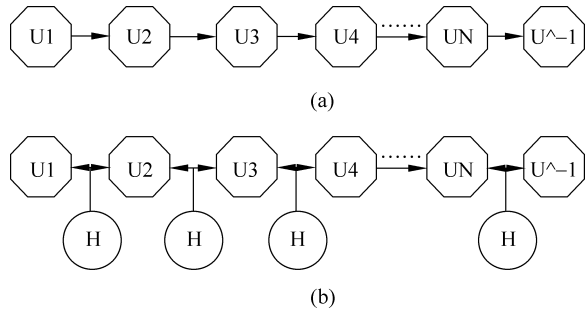


图9 门操作流程示意图

(a) 标准 RB 门操作流程; (b) 交错随机标准测试门操作流程

$$F'_l = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon_m\right) \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon'_g\right)^l \quad (6)$$

注意,因为此处为一个组合门操作,因此可将 ϵ_g 改写为 ϵ'_g ,上述式子仍可写为

$$F'_l = A(p'_g)^l + B \quad (7)$$

最终可以拟合得到 p'_g ,而插入的门误差为

$$\epsilon_H = \frac{1}{\alpha_n} \left(1 - \frac{1 - \alpha_n \epsilon'_g}{1 - \alpha_n \epsilon_g}\right) \quad (8)$$

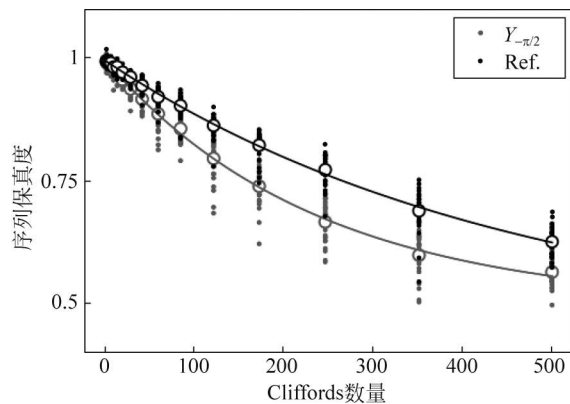
在单比特情况中上式可化简为

$$\epsilon_H = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{p'_g}{p_g}\right) \quad (9)$$

这样一来就得到了标准 RB 无法得到的特定门 H 保真度为

$$p_H = 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{p'_g}{p_g}\right) \quad (10)$$

图 10 所示为实际实验得到的拟合曲线,黑色 Ref. 为标准的 RB 实验过程得到的数据曲线红色 $Y_{-\pi/2}$ 曲线为交错随机标准测试(插入 $-\frac{Y}{2}$ 门)曲线。经过该过程,准确地得到了实验中特定门 $(-\frac{Y}{2})$ 操作的保真度^[19]。

图 10 RB 与 interleaved RB $(-\frac{Y}{2})$ 拟合曲线^[19]

近年来随着量子计算的不断进展, RB 理论也不断得到优化,比如三能级粒子随机标准测试 (Qutrit Randomized Benchmarking)^[20] 讲述多能级单比特 RB 实验扩展,多粒子同时标准测试 (Simultaneous Randomized Benchmarking)^[21] 是有关同时多比特 RB 过程的扩展等,这里就不做展开了。

3 门操作 DRAG 的优化

在单比特门操作中,除保真度外还有另一个重要的指标,那就是完成一个门操作所用的时间。实验上,量子计算由复杂的门操作组成,由于量子比特退相干时间所限,实验上需要在系统退相干前完成尽可能多的门操作,这就对门操作的时间提出了较高的要求,随着量子计算的发展这个要求就显得日益重要。矩形脉冲和高斯脉冲是两种在超导量子计算中广泛使用的微波脉冲。如图 11 (a)、(b)所示,高斯脉冲的激发带宽明显窄于矩形脉冲,但由于高斯脉冲没有明确定义的起始点和终点,在使用的时候需要增加截断脉冲包络线的操作。对于目前主流的传输子 (Transmon) 量子比特设计,由于高斯脉冲带宽与典型 Transmon 的非谐性都在 100MHz 量级,所以高斯脉冲仍很

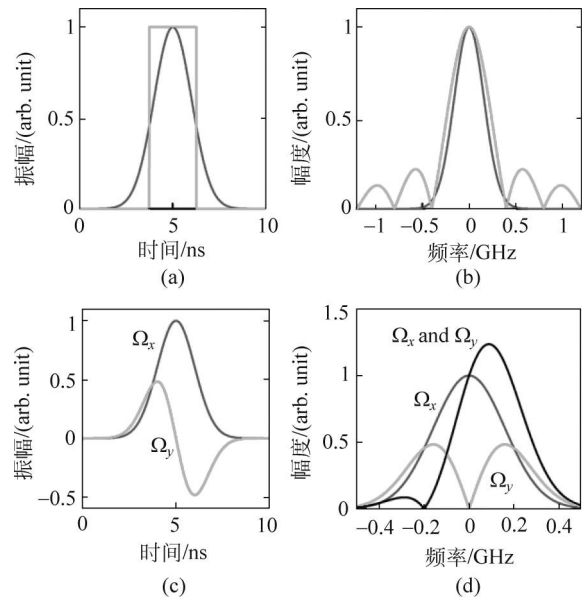


图 11 DRAG 操作所用示意图

(a) 具有相同时域范围的矩形和高斯脉冲; (b) 在频域内,高斯脉冲的激发带宽明显窄于矩形脉冲的激发带宽; (c)、(d) DRAG 操作后的高斯脉冲非谐性约为 200MHz; (d) 从 DRAG 操作后的傅里叶变换可见 (Ω_x and Ω_y 曲线) 由于非谐性分量被减小,从而抑制了高能级泄漏^[22]

难实现纳秒量级的量子比特门操作,对二者进行傅里叶变换可以看到具有此带宽的脉冲不仅可能引起在 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间的跃迁,甚至有可能引起在 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间的跃迁,从而导致所谓“高能级泄漏”问题,影响实验质量^[22,23]。

目前,抑制微波泄漏的方案被称为绝热门的导数约化(Derivative Reduction by Adiabatic Gate)^[24]。DRAG 方法是在原来的微波基础上,附加一个与原微波脉冲项的导数有关的微波脉冲修正项,修正后的激励微波对量子比特的作用项为

$$H_d^{rot} = \hbar\Omega_x(t)\frac{\hat{\sigma}_x}{2} + \hbar\Omega_y(t)\lambda\frac{\hat{\sigma}_y}{2} \quad (11)$$

$$\Omega_y(t) = -\frac{\dot{\Omega}_x(t)}{\alpha} \quad (12)$$

其中, $\Omega_{x(y)}$ 为微波脉冲在 x 与 y 轴上的幅度, α 是单比特的失谐量, $\hbar\Omega_y(t)\frac{\hat{\sigma}_y}{2}$ 是修正项, λ 为 DRAG 系数。通过 DRAG 操作后,如图 11(c)、(d)所示,再对微波函数做傅里叶变换可以看到这种可以引起高能级泄漏的频率得到了抑制。

更直观地,在图 12 所示的布洛赫球上显示 DRAG 效果,可以看到短脉冲微波高能级泄漏问题得到了较好的抑制,从而提高短脉冲下门操作的保真度^[25]。在目前的超导量子计算系统中所实现的高保真门操作均基于 DRAG 脉冲及其改进方案。

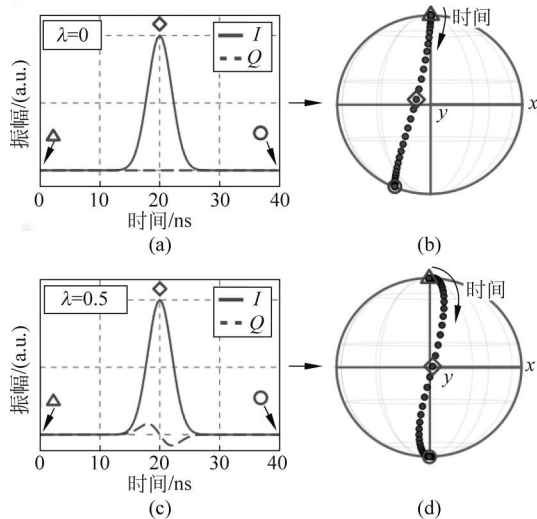


图 12 DRAG 修正效果对比(其中深色虚线为修正项振幅, $\lambda=0$ 表示无 DRAG 修正)^[25]。可以看到没有做 DRAG 修正的时候 10ns 短脉冲量子态末态出现偏离目标状态,而修正后量子态末态出现偏离目标状态达到要求 (a) 未做 DRAG 操作时的短脉冲; (b) 未做 DRAG 操作时量子态的演化示意; (c) 做 DRAG 操作时的短脉冲; (d) 做 DRAG 操作时量子态的演化示意

4 结语

本文详细地讨论了如何通过微波实现对比特的门操作。门操作有两个关键性的指标,一个是保真度,另一个是微波脉冲的时间。保真度的标定采用的 RB 标准流程,它能够真实地反映出一个门操作的平均保真度大小,越短的脉冲越具有优势,但会面临微波泄露的问题,为了解决这个问题,需要采用 DRAG 的方式,从而提高短脉冲的门操作保真度。

通过上面的讨论,本文将本系列第四篇的器件表征基本流程图扩充到了具备初步实验能力的程度,如图 13 所示。然而需要注意的是,这些都还是最基本的操作,在真正的量子计算实验中,往往要面临更多更复杂的问题,比如比特之间的磁通串扰^[26](Crosstalk),Z 波形失真^[27,28],二比特门的校准^[29]等。

本系列的第六篇将重点放到超导量子比特器件的制备上,以期让读者对超导量子比特器件的实现与面临的挑战有一个直观的认识。此外,由于原计划在本文中讨论的 Single-shot(单光子模式)测量^[30]方法与门操作关联较小,故将在后续的文章中再进行讨论。

参 考 文 献

- [1] CHEN Z. Metrology of quantum control and measurement in superconducting qubits[D]. University of California, Santa Barbara, 2018.
- [2] 宿非凡,杨钊华. 约瑟夫森效应与超导量子电路的基本物理原理[J]. 物理与工程, 2021, 31(5): 28-33.
SU F F, YANG Z H. Josephson effect and the basic physical principles of superconducting quantum circuits[J]. Physics and Engineering, 2021, 31(5): 28-33. (in Chinese)
- [3] 宿非凡,杨钊华. 超导量子比特耦合与测控的物理原理[J]. 物理与工程, 2022, 32(4): 210-217, 228.
SU F F, YANG Z H. Principle of superconducting qubits coupling and their measurement and control[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(4): 210-217, 228. (in Chinese)
- [4] 克里斯丁·莫兰. 量子计算编程实战—基于 IBM QX 量子计算平台[M]. 北京:清华大学出版社, 2020.
- [5] MCKAY D C, WOOD C J, SHELDON S, et al. Efficient Z-gates for quantum computing[J]. Phys. Rev. A, 2017, 96: 997-8.
- [6] XU H K, LIU W Y, LI Z Y, et al. Realisation of adiabatic and diabatic CZ gates in superconducting qubits coupled with a tunable coupler[J]. 2020, arXiv: 2010.14053.
- [7] YAN F, KRANTZ P, SUNG Y, et al. A tunable coupling scheme for implementing high-fidelity two-qubit gates[J]. 2018, arXiv:1803.09813v1.

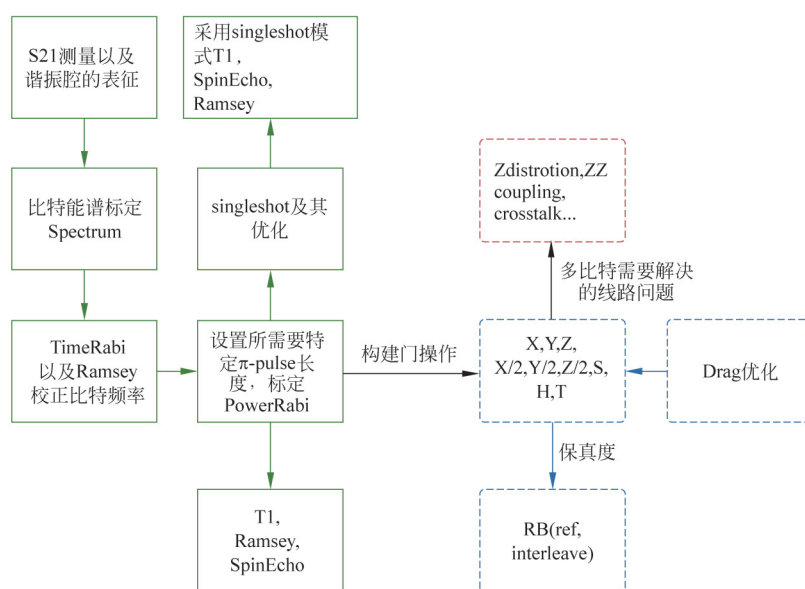


图 13 实线框是基本表征流程图,长虚线框表示构建初步具备实验能力的系统,短实线框表示构建门操作实验系统还需解决的问题

- [8] PATTERSON A D, RAHAMIM J, TSUNODA T, et al. Calibration of a cross-resonance two-qubit gate between directly coupled transmons[J]. 2019, Phys. Rev. Applied, 12, 064013.
- [9] CHOW J M, GAMBETTA J M, TORNBERG L, et al. Calibration of a cross-resonance two-qubit gate between directly coupled transmons[J]. 2009, Phys. Rev. Lett. 102, 090502.
- [10] MAGESAN E, GAMBETTA J M, EMERSON J. Scalable and robust randomized benchmarking of quantum processes [J]. 2011, Phys. Rev. Lett. 106, 180504.
- [11] EMERSON J, Alicki R, ZYCZKOWSKI K J. Scalable noise estimation with random unitary operators[J]. 2005, Opt. B: Quantum Semiclassical Opt. 7, S347.
- [12] KNILL E, LEIBFRIED D, REICHLER R, et al. Randomized benchmarking of quantum gates[J]. 2008, Phys. Rev. A, 77, 012307.
- [13] KNILL E. Quantum computing with realistically noisy devices[J]. 2005, Nature, 434, 39.
- [14] GOTTESMAN D. The Heisenberg representation of quantum computers[J]. 1998, arXiv: quant-ph/9807006.
- [15] LÉVI B, LÓPEZ C C, EMERSON J, et al. Efficient error characterization in quantum information processing [J]. 2007, Phys. Rev. A 75, 022314.
- [16] RAUSSENDORF R, HARRINGTON J. Fault-tolerant quantum computation with high threshold in two dimensions[J]. 2007, Phys. Rev. Lett. 98, 190504.
- [17] MICHAEL A N, ISAAC L C. Quantum computation and quantum information[M]. Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- [18] MAGESAN E, GAMBETTA J M, JOHNSON B R, et al. Efficient measurement of quantum gate error by interleaved randomized benchmarking [J]. 2012, Phys. Rev. Lett. , 109, 080505.
- [19] SU F F, YANG Z H, ZHAO S K, et al. Fabrication and characterization of superconducting multiqubit device with niobium base layer[J]. 2021, Chin. Phys. B, 30, 100304.
- [20] MORVAN A, RAMASESH V V, BLOK M S, et al. Qutrit randomized benchmarking [J]. 2021, Phys. Rev. Lett. , 126, 210504.
- [21] GAMBETTA J M, CO'RCOLES A D, MERKEL S T, et al. Characterization of addressability by simultaneous randomized benchmarking[J]. 2012, Phys. Rev. Lett. , 109, 240504.
- [22] KWON S, TOMONAGA A, BHAI G L, et al. Gate-based superconducting quantum computing[J]. 2021, Appl. Phys. , 129, 041102.
- [23] MOTZOI F, GAMBETTA J M, REBENTROST P, et al. Simple pulses for elimination of leakage in weakly nonlinear qubits[J]. 2009, Phys. Rev. Lett. , 103, 1105501.
- [24] KRANTZ P, KJAERGAARD M, YAN F, et al. A quantum engineer's guide to superconducting qubits[J]. 2019, arXiv: 1904.06560v2.
- [25] SAROVAR M, PROCTOR T, RUDINGER K, et al. Detecting crosstalk errors in quantum information processors [J]. 2020, arXiv: 1908.09855v3.
- [26] KELLY J. Fault-tolerant superconducting qubits[D]. Yale University, New Haven, 2015.
- [27] JOHNSON R. Controlling photons in superconducting electrical circuits[D]. UC Santa Barbara, Santa Barbara, 2011.
- [28] YAN Z, ZHANG Y R, GONG M, et al. Supplementary materials for strongly correlated quantum walks with a 12-qubit superconducting processor[J]. Science, 2019, 364, 753.
- [29] RASMUSSEN S E, ZINNER N T. Parameterized two-qubit gates for enhanced variational quantum eigensolver. 2022, arXiv: 2203.04978.
- [30] GAEBLER J P, MEIER A M, TAN T R, et al. Randomized benchmarking of multiqubit gates. 2012, Phys. Rev. Lett. , 108, 260503.