

量子世纪年

基于量子压缩的相干光计算系统

蒋砚晨 王铁军

(北京邮电大学理学院, 北京 100876)

摘要 相干光计算是一种基于量子光学的非冯诺依曼框架的专用计算方法, 是有望在后摩尔时代突破计算性能与功耗瓶颈的热门计算技术。相干光计算的核心思想是根据最小增益原理, 通过从振荡阈值以下逐渐增加简并光学参量振荡器中泵浦光的强度, 使得振荡器中最低能量的基态模式被激发, 从而完成一种类似物理退火的过程。这种退火过程可被用于求解组合优化问题, 并具备计算速度快、求解质量高和功耗低等优势。相干光计算机也被称为相干伊辛机(Coherent Ising Machines), 可用于交通流分配、工业资源调度、金融投资组合等问题的快速高质量求解, 是量子计算硬件的重要研究方向。本文作为“先进算力技术”专题的第二篇, 介绍了相干光计算和相干伊辛机的基本原理、历史发展以及实验系统。本文不仅可以作为未来计算技术领域的一般性了解, 本文附录给出的 PPT 课件也可以作为大学物理等课程中“量子物理”相关篇章的有益补充。

关键词 量子压缩; 相干伊辛机; 组合优化问题

COHERENT LIGHT COMPUTING SYSTEM BASED ON
QUANTUM SQUEEZING

JIANG Yanchen WANG Tiejun

(School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

Abstract Coherent light computing is a specialized computational method based on quantum optics and non von Neumann frameworks, which is expected to break through the bottleneck of computational performance and power consumption in the post Moore era. The core idea of coherent light calculation is based on the principle of minimum gain. By gradually increasing the intensity of the pump light in the degenerate optical parametric oscillator, the lowest energy ground state mode in the oscillator is excited, thus completing a process similar to physical annealing. This annealing process can be used to solve combinatorial optimization problems and has advantages such as fast computation speed, high solution quality, and low power consumption. Coherent optical computers, also known as Coherent Ising Machines, can be used for fast and high-quality solutions to problems such as traffic flow allocation, industrial resource scheduling, and financial investment portfolios. They are an important research direction in quantum computing hardware. This paper, as the second part of the “Advanced Com-

收稿日期: 2023-09-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(62071064); 北京邮电大学研究生教育教学改革项目(2023Y033)。

作者简介: 王铁军, 北京邮电大学理学院教授, wangtiejun@bupt.edu.cn。

引文格式: 蒋砚晨, 王铁军. 基于量子压缩的相干光计算系统[J]. 物理与工程, 2024, 34(3): 90-99.

Cite this article: JIANG Y C, WANG T J. Coherent light computing system based on quantum squeezing[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(3): 90-99. (in Chinese)

putational Power Technology” topic, introduces the basic principles, historical development and experimental systems of coherent optical computing and coherent Ising machines. This paper not only serves as a general introduction to the future field of computing technology, but the PPT given in the appendix also serves as a useful supplement to the “Quantum Physics” chapter in university physics and other courses.

Key words quantum squeezing; coherent Ising machine; combinatorial optimization problem

摩尔定律成功促进了集成电路的发展,加速了人类从信息时代跨向人工智能时代的前进脚步。但随着晶体管尺寸微缩接近物理极限,传统硅基沟道材料出现了严重的电学性能衰退,引起集成电路数据处理能力提升难、功耗急剧增加等问题,限制了传统计算机的计算能力。相干光计算是一种将光波或光子作为载体,并利用光子的量子相干性进行信息处理的技术,其基于一种“传输即计算,结构即功能”的计算架构,脱离了传统计算模式中的计算与存储单元分离的冯诺依曼架构。相较于电子计算,光计算具有二维并行处理、高速度、大容量、空间传输、抗电磁干扰、低延时和低功耗等优点,是后摩尔时代突破性性能与功耗瓶颈的一个重要研究方向。

大学物理的量子物理部分会对不确定性原理和其数学表达式——不确定关系进行介绍。1927年海森堡基于粒子的波粒二象性提出不确定性原理,其认为对于一维运动的粒子,我们无法同时测量它的位置和动量,用数学公式来表示,即 $\Delta x \Delta p_x \geq h$, 其中 Δx 和 Δp_x 分别代表粒子 x 方向上的位置和动量的测量误差, h 为普朗克常量^[1]。对于光子,不确定原理同样适用。在量子光学中,光场的正交分量之间要满足不确定性关系,也就是两正交分量的不确定性(即涨落)的乘积要等于某一个确定值与普朗克常数的乘积。如果两个正交分量的涨落相等,该涨落被称为标准量子极限,相应的量子态被称为是最小不确定度态。量子光学中,真空态 $|0\rangle$ 作为光子数算符的特殊本征态的(光子数 $n=0$)是最小不确定度态,而光场湮灭算符的本征态——相干态也是最小不确定度态^[2]。同时,还存在可使两个分量涨落不同的最小测不准态,它的一分量涨落会小于相干态的标准量子极限,所以叫作压缩态(Squeezed state)。在相空间内,根据测不准原理画出各分量的涨落,就会发现相干态是一个圆,而压缩态是在某个方向上被压缩的圆(即椭圆),所以其被称为压

缩态^[3]。压缩真空态是指不确定性区域的中心(对应于平均振幅),位于坐标系的原点($x=0$),且在某一方向涨落是被减小的光量子态,之所以被称为压缩真空态是因为平均振幅为 0 (而平均光子数大于 0)。实验上压缩真空态可由简并的二阶非线性参量振荡过程得到^[4,5]。简并光参量振荡器(Degenerate Optical Parametric Oscillators, DOPO) 通过二阶非线性光学相互作用(使用周期性极化的铌酸锂晶体, PPLN), 可以将一个频率为 $\omega_p = 2\omega_s$ 输入光子(所谓的泵浦光), 转换成两个的频率较低但都为 ω_s 的信号光子, 如图 1(a) 所示。一般情况下, 晶体的非线性作用相对较弱, 因此往往需要搭建谐振腔迫使信号光与非线性晶体多次作用, 使信号光在谐振腔内振荡进而保证增益大于损耗。所以, DOPO 的谐振腔在简并信号光子波长处谐振, 如图 1(a) 所示。在简并光参量振荡器中, 由于相位敏感放大, 泵浦光强度在振荡阈值以上时的振荡器只能处于两个可能的相位中的一个振荡, 这正好可以用来代表二进制的上下自旋状态。

在泵浦光强度低于振荡阈值时, DOPO 中的光场处于压缩真空态, 光脉冲在 x 轴方向放大, 同时在 p 轴方向去放大, 其相位是不确定的, 如图 1(b) 所示。当泵浦光强度高于振荡阈值时, DOPO 中发生参量放大, 该脉冲在 x 轴上可以有一个稳定的非零振幅, 其中脉冲有 50% 概率处在 0 相位, 50% 概率处在 π 相位, 如图 1(c) 所示。此时脉冲处于压缩相干态, 这种现象被称为集体对称性破缺^[6]。在测量过程中可以把集体对称性破缺后的计算脉冲与未经过计算的本地脉冲束进行干涉, 相位差为 0 的脉冲干涉结果为叠加, 是一个高电平测量信号, 可用于表示粒子的自旋向上的状态 $|\uparrow\rangle$; 反之相位差为 π 的脉冲干涉结果为相消, 是一个低电平测量信号, 可用于表示自旋向下的粒子态 $|\downarrow\rangle$ 。这样具有集体对称性破缺的 DOPO 的输出脉冲可用来人工模拟粒子自旋, 用作为光

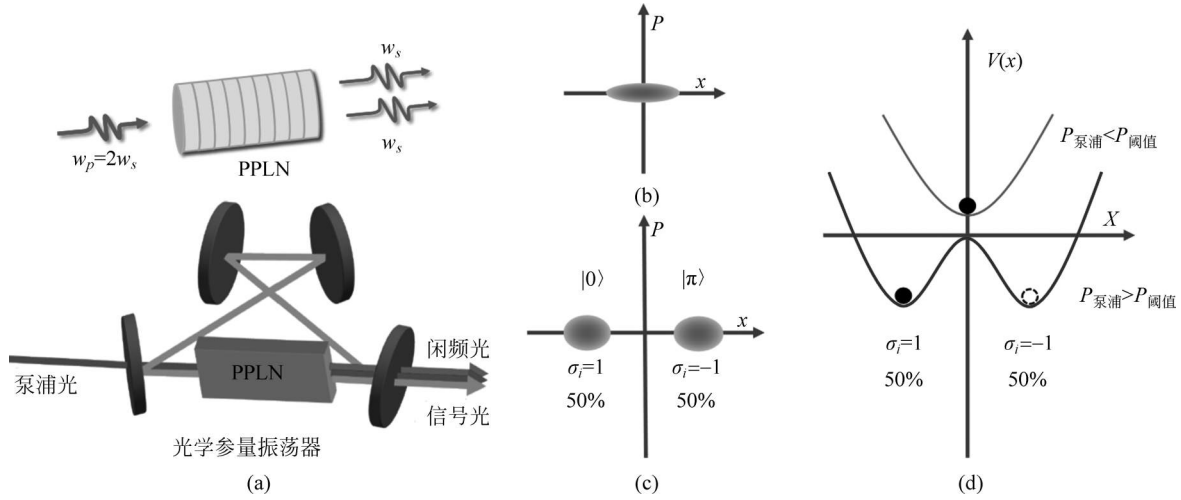


图1 简并光学参量振荡器原理图

(a) 基于 DOPO 的压缩真空态产生(PPLN 为周期性极化的铌酸锂晶体用于产生二阶非线性光学效应, PPLN 置于光学微腔中, 泵浦光为 780nm 或者 775nm, 参量放大仅发生在泵浦光束的方向); (b) 泵浦光强度低于振荡阈值时产生压缩真空态; (c) 泵浦光强度高于振荡阈值时产生压缩相干态, 即相位为 0 态或 π 态; (d) 不同泵浦光强度对应势函数

计算的计算比特。

DOPO 中的脉冲振幅 μ_i 在泵浦光系数为 p 时, 随时间的演化可以表示为: $\frac{d\mu_i}{dt} = (p-1)\mu_i - \mu_i^3$, 具有 $\dot{x} = ax - x^3$ 的形式^[3,4]。将 N 个 DOPO 通过延时光路^[7-9]或者基于 FPGA 的测量反馈系统^[10,11]连接起来, 构成 DOPO 网络, 考虑 DOPO 间相互作用, 则其动力学演变为^[12]

$$\frac{d\mu_i}{dt} = (p-1)\mu_i - \mu_i^3 + \sum_{j=1, j \neq i}^N \epsilon J_{ij} \mu_j \quad (1)$$

其中, J_{ij} 表示第 i 个和第 j 个脉冲之间的耦合系数, ϵ 表示 DOPO 脉冲间的耦合强度。脉冲振幅 μ_i 与势函数 $V(\mu_i)$ 的关系为 $\frac{d\mu_i}{dt} = -\frac{\partial V(\mu_i)}{\partial \mu_i}$ ^[13], 因此势函数

$$V(\mu_i) = \frac{\mu_i^2(1-P)}{2} + \frac{\mu_i^4}{4} - \xi * \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N J_{ij} \mu_i \mu_j \quad (2)$$

ξ 为常数, 与耦合强度有关。其中, 最后一部分的形式与伊辛模型^[14]描述的哈密顿量的形式几乎完全相同, 记该项为自旋耦合项

$$V(\mu_i)_{\text{Ising}} = -\xi * \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N J_{ij} \mu_i \mu_j \quad (3)$$

不考虑相互耦合关系的势函数 $V(\mu_i)$ 随泵浦光强度变化情况如图 1(d) 所示, 当泵浦光强度超过阈值时, $V(\mu_i)$ 是一个典型的双稳态势, 集体对称破

缺发生, 系统处于基态的自旋构型(高或低电平, 对应于自旋状态向上或向下)。相干光计算的核心思想是利用 DOPO 网络中的多模式之间存在增益竞争效应, 通过最小增益原理^[7], 将泵浦光强度从振荡阈值以下逐渐增加, 使得最低能量的基态模式被激发, 从而完成基态模式的选择。基于以上基本原理, 将 N 个 DOPO 通过延时光路或者基于 FPGA 的测量反馈系统连接起来就构成了可以模拟多自旋伊辛模型的相干光计算机, 也称为相干伊辛机, 可用于求解伊辛问题。

组合优化问题是在众多决策中找出最优解决方案的难题, 随着问题规模增加, 其复杂度呈指数级增长。在日常生活中, 存在许多急需解决的大规模组合优化问题, 比如交通网络优化、基础设施配置、工业资源调度等, 这些问题与社会正常运转密切相关。伊辛问题是寻找伊辛模型基态的任务, 而几乎所有组合优化问题都可以转化为伊辛问题。这使得相干伊辛机在解决这类问题时具有天然的适应性。伊辛模型描述了存在竞争相互作用的无序磁系统^[11]。在伊辛系统中, 粒子具备向上和向下两种自旋态, 即 $\sigma_i = \pm 1$ 。一个包含 N 个自旋的系统的哈密顿量可以表达为

$$H_{\text{Ising}} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j}^N J'_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (4)$$

其中, J'_{ij} 表示第 i 个和第 j 个自旋之间的耦合系数, 其形式与式 (3) 相似。伊辛系统在演化过程

中,趋向于维持最低能量状态,即基态。组合优化问题的求解可以映射为寻找伊辛模型的基态,将其决策变量映射到伊辛变量 σ 上, σ 取值为1或-1,对应决策选择是或否,不同决策间的关系映射到伊辛模型的耦合系数 J'_{ij} 。此外,组合优化问题中不同决策策略所对应的成本值用损失函数描述,可以将其映射到伊辛模型的哈密顿量上。伊辛系统演变到能量基态,对应着损失函数最小,此时伊辛变量的自旋态对应着组合优化问题中决策选择。相干伊辛机正是基于这一原理被用来求解组合优化问题的。

最小增益原理的示意图可以用图2表示。相比模拟退火从高能“下山”寻找低能量和量子退火使用量子隧穿“穿过”高能态的方法,相干伊辛机选择了最小增益原理,即选择最小的泵浦光强度保证只能提供最低能量的基态自旋被激发。相比量子退火设备需要接近绝对零度的运行环境来满足材料超导性,相干伊辛机可以在室温下运行。

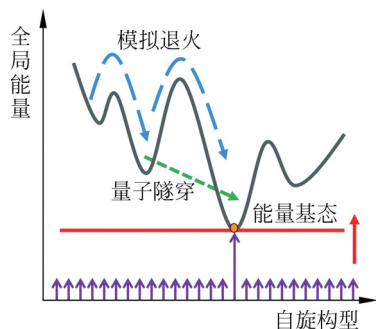


图2 模拟退火、量子隧穿、最小增益原理搜寻能量基态示意图

相干伊辛机是采用相干光网络作为伊辛系统的物理载体^[8,15,16]。此外,还可以选择数字芯片^[17,18]、空间光^[19]、微波^[20]、电振荡器^[21]等作为物理实现。相干伊辛机具备自旋间任意全连接的能力,具有良好的扩展性。在计算过程中,它还能够利用量子效应^[22]来加速计算,且随着问题规模增大,加速效应越显著。因此,相干伊辛机在学术界备受关注,是当前光量子计算领域的研究热点。

相干伊辛机的核心元件是简并光参量振荡器(DOPO),它的发展也与简并光参量振荡器的进展紧密相连。实际上,早在20世纪50年代就已经有关于利用简并光参量振荡器进行计算的研究。Goto曾提出一种由电路中的简并光参量振荡器构

成的“计算机”^[23]。此后,Byer对简并参量振荡器的光学版本进行了研究,并通过实验阐明了其特性^[24,25]。然而,由于晶体管计算机的猛发展,这类研究没有得到进一步的深入。直到2011年,美国斯坦福大学的Yoshihisa Yamamoto教授领导的研究团队提出了相干伊辛机的初步构想,即注射同步激光伊辛机^[26],如图3所示。但这个方案中的计算比特规模难以大规模增加,而且用光纤实现激光器间的任意耦合也较为困难。这限制了其只能用于计算最多为 $N=13$ 的组合优化问题^[27],远不能满足实际应用需求。到了2013年,斯坦福Yamamoto教授研究团队的王哲、文凯等人在注射同步激光伊辛机的基础上进一步改进。他们采用非线性光学晶体代替激光器,从而提出了相干伊辛机的概念^[28],并在最大为 $N=24$ 的三次图最大割问题上进行了实验验证,初步证明了它在解决组合优化问题方面的潜力。自此,相干伊辛机正式问世,也推动了光量子计算领域的进一步发展。2021年,日本电报电话公司(NTT)的Honjo等人将自旋数目拓展到100000个^[29],足以解决各种大规模的组合优化问题,为解决大规模组合优化问题提供了强有力的解决方案。

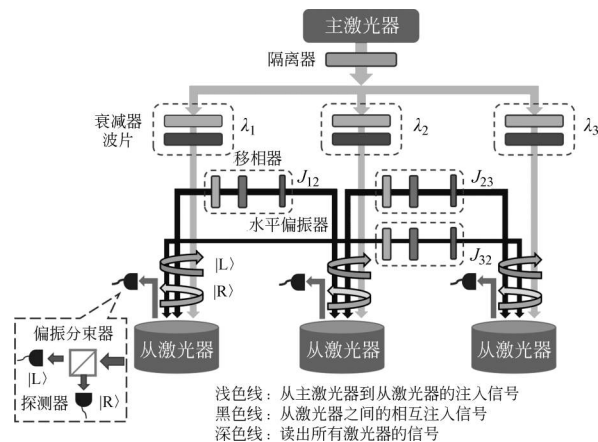
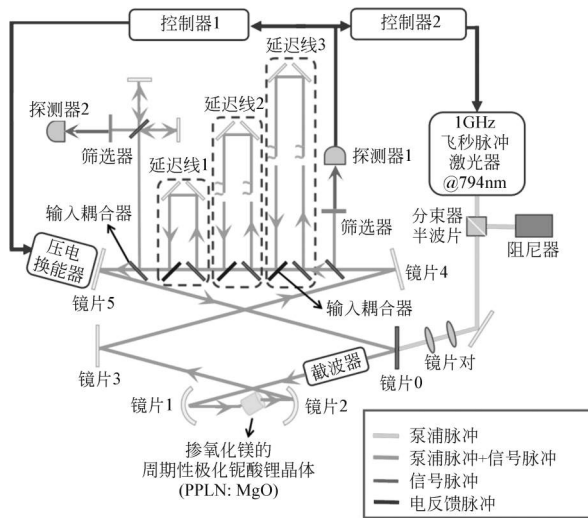
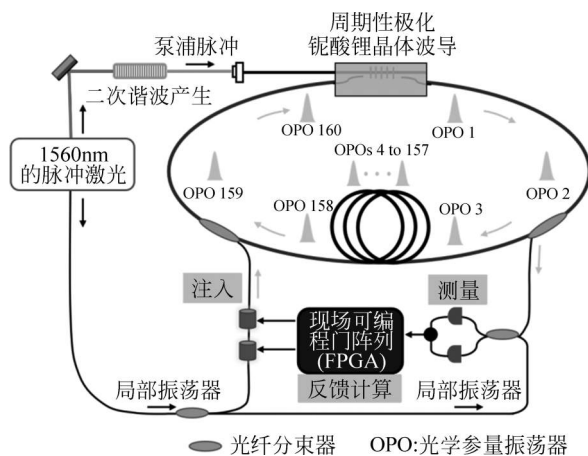


图3 注射同步激光伊辛机示意图^[26]

根据DOPO耦合的不同方式,相干伊辛机主要可以分为两大类:光学延迟型(见图4)和测量反馈型(见图5)。光学延迟型相干伊辛机通过光学延迟线截取振荡器输出光的一部分脉冲,经过时间延迟和调制处理后,再注入到原有的光纤环路中,实现了输出光之间的相互作用。输出光之间的相互作用越多,所需要的光学延迟线就越多。测量反馈型相干伊辛机利用现场可编程门阵列

图4 光学延迟型相干伊辛机示意图^[8]

(FPGA)来计算光脉冲之间的相互作用,然后通过调制器对反馈光脉冲的状态进行调制,接着将调制后的反馈脉冲注入光纤环路,与原有的光脉冲进行相互作用,从而实现自旋之间的全连接相互作用。测量反馈方案实际上克服了光学延迟方案中需要大量光学延迟线问题。它具备实现 DOPO 间任意全连接的能力,因此在连接性方面表现更为强大,也是相干伊辛机发展的趋势所在。

图5 测量反馈型相干伊辛机示意^[6]

如今,相干光计算技术在最大割问题、旅行商问题、图着色、图聚类等典型的组合优化问题上的成功求解,为其在实际应用中的优越计算性能提供了有力的证明。它已经云计算、交通、金融、通信、医药等多个领域展开了场景验证。下面,本文以最大割问题和云计算中的图像渲染问题为例

说明。

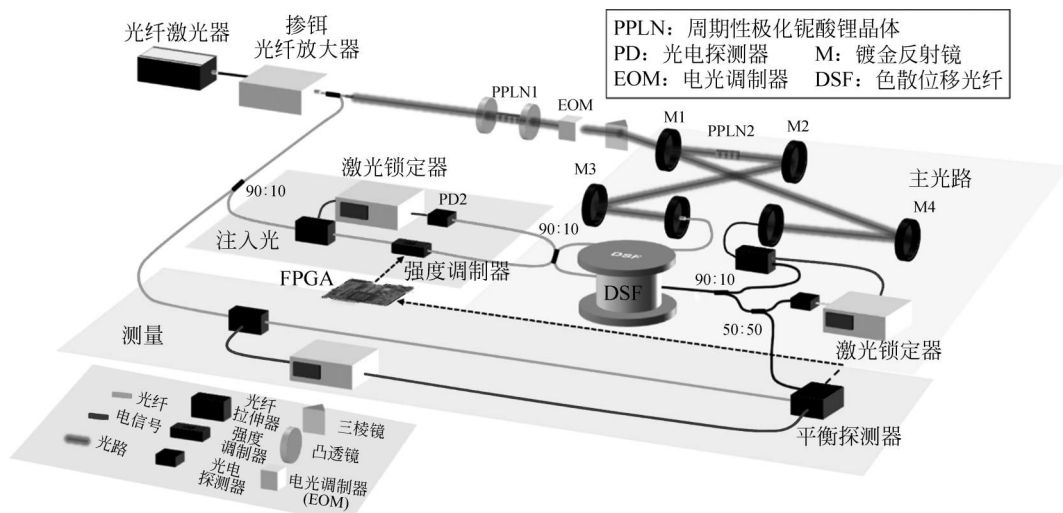
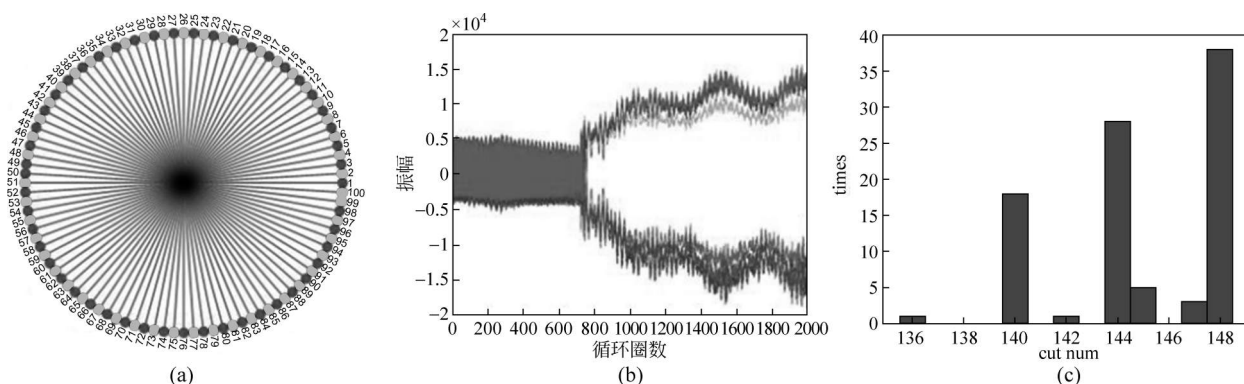
在实际研究中,通常用解决最大割问题来验证相干伊辛机的计算性能。最大割问题(Max-Cut problem)是一个典型的组合优化问题,其核心思想是寻找一种分割策略,将一个无向图的节点集分为 G_1 、 G_2 两部分,使得分割后两个节点集间被“割断”的边数达到最大。最大割问题的割数可以表示为

$$Cut = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (w_{ij} - w_{ij} g_i g_j) / 2 \quad (5)$$

其中, w_{ij} 表示节点 i 和节点 j 之间的边, $g_i = 1$ 表示节点 i 属于 G_1 部分, $g_i = -1$ 表示节点 i 属于 G_2 部分。可见最大割问题的割数公式与伊辛哈密顿量形式相似,因此最大割问题适合用伊辛机来解决,并且可以用来衡量伊辛机的计算性能。

图6展示了一台测量反馈型相干伊辛机真机示意图。它由三部分组成:DOPO、二次谐波发生(SHG)以及光纤环组成的主光路部分,注入光部分和测量部分。主光路是解决组合优化问题的核心,光纤环中储存 DOPO 脉冲。注入光部分则根据光电探测器的测量结果,调制反馈脉冲,并通过分束器注回光纤环,实现 DOPO 脉冲间的耦合。最后,借助高灵敏度的平衡零差探测器,测量脉冲相位,以找到对应伊辛问题的最优策略。以下是利用这台相干伊辛机计算具有 100 个节点的 Mobius 图对应的最大割问题的实验结果^[12]。这个问题解空间为 2^{100} ,利用穷举法可知其最大割数为 148。实验结果如图7所示,其中(a)图展示了这台测量反馈型相干伊辛机真机给出的一种此最大问题的最优解组合,节点用浅深两色区分其属于不同节点集;(b)图显示了伊辛机真机求解过程中,DOPO 振幅随求解时间的演化,其中振幅为正对应测量信号高电平,即 Mobius 图对应节点分到 G_1 部分,振幅为负则该节点被分到 G_2 部分;(c)图是对 100 次相干伊辛机仿真算法(左侧直方条)和真机(右侧直方条)实验结果的统计分布,可以看出真机在寻找割数为 148 的最优解时具有更高的成功率。另外,相干伊辛机真机稳定在最优解的运行时间仅为 2.1 毫秒,表明它具有高速、高质求解问题的优势。

图像渲染是将图形数据转化为可视化图像或者动画的过程,常常采用云服务器来处理,以实现

图6 测量反馈型相干伊辛机真机示意图^[12]图7^[12]

(a) 相干伊辛机真机给出的一种最优解；(b) 伊辛机真机求解过程振幅演化，振幅为正对应高电平，为负对应低电平；(c) 统计100次相干伊辛机真机实验结果分布

并行计算，节省渲染时间。另外，云服务器还具备维护成本低、可扩展性强、高可访问性等优点。在云服务器上，完成图像渲染任务需要将一组图像渲染任务快速且合理分配给多台服务器，称之为云计算的图像渲染调度问题。该问题的目标是尽可能缩短图像渲染任务整体渲染时间，等效于实现服务器负载均衡，可以建模为多路数字划分问题。

多路数字划分问题是一种典型的组合优化问题，通常应用于资源调度计划的制定。其目标是将给定的数集 S 划分为多个不相交的子集，力求使每个子集内的元素和相等。假设有 N 个图像渲染任务和 M 台服务器，将图像渲染任务的运行时间视为数集 S 中的“数”，承载图像渲染任务的

服务器视为待划分的“子集”，那么便建立了图像渲染问题和多路数字划分问题的联系。已知每个任务运行时间 t_i 和每台服务器启动时间 s_j ，定义二值决策变量 x ，取值为0或1，其与伊辛自旋的关系是 $x = \frac{\sigma+1}{2}$ 。如果 $x_{ij}=1$ ，表示任务 i 分配到服务器 j 上，若 $x_{ij}=0$ ，则反之。寻求服务器负载均衡的分配方案，即寻找服务器任务运行时间与平均时间方差最小值的分配方案^[30]

$$f(x) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left(\sum_{i=1}^N t_i \times x_{ij} + s_j - t' \right)^2 + \alpha \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^M x_{ij} - 1 \right)^2 \quad (6)$$

第一项是求方差最小值，第二项是满足每个图像渲染任务必须完成的约束项，其中 t' 是所有任务完成

的平均时间, α 是一个较大的约束系数。 $f(x)$ 整理后可得到与 σ 有关的表达式, σ 的一次项可以添加辅助变量, 将其转化到二次项中, 此时表达式形式便与伊辛哈密顿量相似的, 可以用相干伊辛机来求解。

针对云计算中的图像渲染问题, 闻经纬等人于 2023 年利用百比特的相干光计算系统进行了场景验证^[30]。实验结果显示, 相干光计算系统在解决云计算图像渲染调度问题时展现出更高的效率, 其运行时间仅为毫秒级。在求解结果相近的情况下, 相较于模拟退火和禁忌搜索等经典算法, 相干光计算系统的计算时间减少了 97%。这表明相干光计算已能够解决现实场景中的问题, 展现出在其他领域具有巨大潜力的可能性。

自从 2013 年相干伊辛机的概念被正式提出以来, 相干光计算迅速成为研究的热点。这种趋势与迫切求解组合优化问题的需求和量子计算前景紧密相连。与现有机器相比, 基于压缩光技术开发的相干光计算系统, 具备易于扩展的计算规模和高容错率等优势, 有着在解决大规模组合优化问题方面巨大潜力。伊辛机是针对光的相位和幅度进行控制, 编码脉冲之间的相互作用, 它可以比基于其他编码方案(如原子或磁体)的计算速度快得多; 能够通过多个空间或频率通道以光速并行处理数据。此外, 光子伊辛机可对一个数学过程进行多次运算, 但能量损耗却保持不变。光子的量子特性给系统提供了一个本征的噪声背景, 可用来模拟系统热涨落过程。这些都是光子伊辛机的计算优势。

本文介绍了相干光计算系统的基本原理、历史发展以及实验系统, 并通过最大割问题和真实场景下的云计算图像渲染调度问题来展示相干光计算的性能。其中, 一些涉及压缩光、相干光以及两个状态之间的量子相变过程的知识, 都可以作为大学物理中光学和量子力学篇章的有益补充。我们希望本文能够引导读者更深入地理解相干光计算领域, 并为学生们开阔物理创新应用的视野。

附录 教学课件案例及其文字说明

本课件给出了 ppt 教学案例及其文字说明。

课件主要面向已经学习了量子物理中不确定原理或者不确定关系等内容的本科生。课件内容根据学生的知识基础在正文基础上做了一些调整和删减。

P1: 在量子物理部分, 我们已经学习了不确定原理或者不确定关系的具体内容。回忆: 对于微观粒子不能同时用确定的位置和确定的动量来描述。用数学公式来表示就是不确定关系, 即 $\Delta x \Delta p_x \geq h$, 其中 Δx 和 Δp_x 分别代表粒子 x 方向上的位置和动量的测量误差, h 为普朗克常量。不确定原理是微观粒子都会遵循的基本规律, 但是在同一个粒子的不同的物理量之间, 不确定关系的形式会有其他的形式。

P2: 对于光子, 不确定原理同样适用。在量子光学中, 光场的正交分量之间要满足不确定性关系, $\Delta X_1 \Delta X_2 \geq 1/4$ 。其中 X_1 和 X_2 是一对描述电磁场的重要的共轭算符, 而 ΔX_1 和 ΔX_2 分别是 X_1 和 X_2 算符的标准偏差, 或者涨落, 或者不确定性。如果 ΔX_1 和 ΔX_2 相等, 该涨落被称为标准量子极限, 相应的量子态被称为是最小不确定度态。量子光学中, 真空态 $|0\rangle$ 作为光子数算符的特殊本征态的(光子数 $n=0$)是最小不确定度态, 而光场湮灭算符的本征态——相干态也是最小不确定度态^[2]。在相空间内, 根据测不准原理画出各分量的涨落, 就会发现真空态是一个圆, 如 PPT 图 1 所示。

P3: 存在可使两个分量涨落不同的最小测不准态, 它的一分量涨落会小于相干态的标准量子极限, 所以叫作压缩态(Squeezed state)。在相空间内, 压缩态是指可以在某个方向上被压缩的圆(即椭圆), 所以其被称为压缩态^[3]。压缩真空态是指不确定性区域的中心(对应于平均振幅), 位于坐标系的原点($x=0$), 且在某一方向涨落是被减小的光量子态, 之所以被称为压缩真空态是因为平均振幅为 0(而平均光子数大于 0), 如 PPT 图 2 所示。

P4: 实验上压缩真空态可由简并的二阶非线性参量振荡过程得到^[4,5]。简并光参量振荡器(Degenerate Optical Parametric Oscillators, DOPO)通过二阶非线性光学相互作用(使用周期性极化的铌酸锂晶体, PPLN), 可以将一个频率为 $\omega_p = 2\omega_s$

输入光子(所谓的泵浦光),转换成两个的频率较低但都为 ω_s 的信号光子,如图 PPT3(a)所示。一般情况下,晶体的非线性作用相对较弱,因此往往需要搭建谐振腔迫使信号光与非线性晶体多次作用,达到信号光在谐振腔内振荡进而保证增益大于损耗。所以,DOPO 的谐振腔在简并信号光子波长处谐振,如 PPT 图 3(a)所示。在简并光参量振荡器中,由于相位敏感放大,在泵浦光强度在振荡阈值以上时的振荡器只能处于两个可能的相位中的一个振荡,如 PPT 图 3(b)所示,这正好可以用来代表二进制的上下自旋状态,如 PPT 图 3(c)所示。从能量角度说,谐振腔中的势能函数不会在阈值以下振荡(红色),双稳态势在阈值以上(蓝线)。当泵浦能量上升时,脉冲随机选择了一个势能较低的态,如 PPT 图 3(d)所示。此时脉冲处于压缩相干态,这种现象被称为集体对称性破缺^[6]。在测量过程中可以把集体对称性破缺后的计算脉冲与未经过计算的本地脉冲束进行干涉,相位差为 0 的脉冲干涉结果为叠加,是一个高电平测量信号,可用于表示粒子的自旋向上的状态 $|\uparrow\rangle$;反之相位差为 π 的脉冲干涉结果为相消,是一个低电平测量信号,可用于表示自旋向下的粒子态 $|\downarrow\rangle$ 。这样就具有集体对称性破缺的 DOPO 的输出脉冲可用来人工模拟粒子自旋,用作为光计算的计算比特。

P5: N 个 DOPO 通过延时光路^[7-9]或者基于 FPGA 的测量反馈系统^[10,11]连接起来,构成 DOPO 网络。利用光学延迟或者测量反馈技术,可以将 DOPO 中脉冲进行耦合,形成脉冲和脉冲之间的相互作用,从而实现自旋脉冲之间的全连接。

P6:DOPO 网络中脉冲之间的相互作用可以模拟伊辛模型。自旋耦合项(DOPO 网络势函数的最后一部分的形式)与伊辛模型^[14]描述的哈密顿量的形式几乎完全相同,而伊辛系统在演化过程中,趋向于维持最低能量状态,即基态。很多组合优化问题的求解可以映射为寻找伊辛模型的基态,将其决策变量映射到伊辛变量 σ 上, σ 取值为 1 或 -1,对应决策选择是或否,不同决策间的关系映射到伊辛模型的耦合系数 J_{ij} 。比如在处理最大切割问题时, σ 可以作为处在两个不同节点集合的标记, σ 的值的求解就是伊辛模型,就是

DOPO 网络中脉冲的干涉后的高低电平测量信息所对应的结果。

P7:相比模拟退火从高能态“下山”寻找低能量和量子退火使用量子隧穿“穿过”高能态的方法,相干伊辛机选择了最小增益原理,即选择最小的泵浦光强度保证只能提供最低能量的基态自旋被激发。相比量子退火设备需要接近绝对零度的运行环境来满足材料超导性,相干伊辛机可以在室温下运行。

P8:最后是一个利用相关伊辛机求解 100 个节点的 Mobius 图最大割问题的例子和实验结果展示。PPT 图 7 展示了一台测量反馈型相干伊辛机真机示意图。它由三部分组成:DOPO、二次谐波发生(SHG)以及光纤环组成的主光路部分,注入光部分和测量部分。主光路是解决组合优化问题的核心,光纤环中储存 DOPO 脉冲。注入光部分则根据光电探测器的测量结果,调制反馈脉冲,并通过分束器注回光纤环,实现 DOPO 脉冲间的耦合。最后,借助高灵敏度的平衡零差探测器,测量脉冲相位,以找到对应伊辛问题的最优策略。PPT 图 8~图 10 是利用这台相干伊辛机计算具有 100 个节点的 Mobius 图对应的最大割问题的实验结果^[12]。这个问题解空间为 2^{100} ,利用穷举法可知其最大割数为 148。实验结果如图 8~图 10 所示,其中图 8 展示了这台测量反馈型相干伊辛机真机给出的一种此最大问题的最优解组合,节点用红蓝两色区分其属于不同节点集;图 9 显示了伊辛机真机求解过程中,DOPO 振幅随求解时间的演化,其中振幅为正对应测量信号高电平,即 Mobius 图对应节点分到 G_1 部分,振幅为负则该节点被分到 G_2 部分;图 10 是对 100 次相干伊辛机仿真算法(左侧直方条)和真机(右侧直方条)实验结果的统计分布,可以看出真机在寻找割数为 148 的最优解时具有更高的成功率。另外,伊辛机真机多次实验迭代,稳定在伊辛问题基态的运行时间仅为 2.1 毫秒,显示出其在计算速度方面的优势。如今,相干光计算技术在最大割问题、旅行商问题、图着色、图聚类等典型的组合优化问题上的成功求解,为其在实际应用中的优越计算性能提供了有力的证明。它已在云计算、

- Ising machine[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(12): 937-942.
- [8] TAKATA K, MARANDI A, HAMERLY R, et al. A 16-bit coherent Ising machine for one-dimensional ring and cubic graph problems[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 1-7.
- [9] INAGAKI T, INABA K, HAMERLY R, et al. Large-scale Ising spin network based on degenerate optical parametric oscillators[J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(6): 415-419.
- [10] MCMAHON P L, MARANDI A, HARIBARA Y, et al. A fully programmable 100-spin coherent Ising machine with all-to-all connections[J]. *Science*, 2016, 354(6312): 614-617.
- [11] INAGAKI T, HARIBARA Y, IGARASHI K, et al. A coherent Ising machine for 2000-node optimization problems[J]. *Science*, 2016, 354(6312): 603-606.
- [12] 路博. 基于光学参量振荡的智能光计算研究[D]. 北京: 北京师范大学, 2023.
- [13] LELEU T, YAMAMOTO Y, UTSUNOMIYA S, et al. Combinatorial optimization using dynamical phase transitions in driven-dissipative systems[J]. *Physical Review E*, 2017, 95(2): 022118.
- [14] ISING E. Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus[J]. *European Physical Journal A*, 1925, 31(1): 253-258.
- [15] MARUO D, UTSUNOMIYA S, YAMAMOTO Y. Truncated Wigner theory of coherent Ising machines based on degenerate optical parametric oscillator network[J]. *Physica Scripta*, 2016, 91(8): 083010.
- [16] BÖHM F, VERSCHAFFELT G, Van der SANDE G. A poor man's coherent Ising machine based on opto-electronic feedback systems for solving optimization problems[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 3538.
- [17] YOSHIMURA C, YAMAOKA M, HAYASHI M, et al. Uncertain behaviours of integrated circuits improve computational performance[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5(1): 16213.
- [18] YAMAOKA M, YOSHIMURA C, HAYASHI M, et al. A 20k-spin Ising chip to solve combinatorial optimization problems with CMOS annealing[J]. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2015, 51(1): 303-309.
- [19] PIERANGELI D, MARCUCCI G, CONTI C. [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(21): 213902.
- [20] CEN Q, HAO T, DING H, et al. Microwave photonic Ising machine[J]. *arXiv preprint arXiv:2011.00064*, 2020.
- [21] WANG T, ROYCHOWDHURY J. OIM: Oscillator-based Ising machines for solving combinatorial optimisation problems[C]//*Unconventional Computation and Natural Computation: 18th International Conference, UCNC 2019, Tokyo, Japan, June 3-7, 2019, Proceedings 18*. Springer International Publishing, 2019: 232-256.
- [22] LOUISELL W H, YARIV A, SIEGMAN A E. Quantum fluctuations and noise in parametric processes. I[J]. *Physical Review*, 1961, 124(6): 1646.
- [23] NABORS C D, YANG S T, DAY T, et al. Coherence properties of a doubly resonant monolithic optical parametric oscillator[J]. *JOSA B*, 1990, 7(5): 815-820.
- [24] MARANDI A, LEINDECKER N C, PERVAK V, et al. Coherence properties of a broadband femtosecond mid-IR optical parametric oscillator operating at degeneracy[J]. *Optics Express*, 2012, 20(7): 7255-7262.
- [25] MARANDI A, LEINDECKER N C, VODOPYANOV K L, et al. All-optical quantum random bit generation from intrinsically binary phase of parametric oscillators[J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 19322-19330.
- [26] UTSUNOMIYA S, TAKATA K, YAMAMOTO Y. Mapping of Ising models onto injection-locked laser systems[J]. *Optics Express*, 2011, 19(19): 18091-18108.
- [27] BABAEIAN M, NGUYEN D T, DEMIR V, et al. A single shot coherent Ising machine based on a network of injection-locked multicore fiber lasers[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 3516.
- [28] WANG Z, MARANDI A, WEN K, et al. Coherent Ising machine based on degenerate optical parametric oscillators[J]. *Physical Review A*, 2013, 88(6): 063853.
- [29] HONJO T, SONOBE T, INABA K, et al. 100,000-spin coherent Ising machine[J]. *Science Advances*, 2021, 7(40): eabh0952.
- [30] WEN J, WANG Z, HUANG Z, et al. Optical experimental solution for the multiway number partitioning problem and its application to computing power scheduling[J]. *Science China: Physics, Mechanics & Astronomy*, 2023, 66(9): 290313.