

狭义相对论时空观的图像解译

缪劲松 胡海云

(北京理工大学物理学院, 北京 100081)

摘要 狭义相对论的时空观之所以抽象且难以理解,一方面是因为狭义相对论所涉及的时空效应,如同时性的相对性、长度收缩和时间延缓等,在实际中都很难被观测到;另一方面是因为我们很难将这些时空效应同时直观形象地描述出来,并且给出不同参考系各自观测到的时空效应之间的对应关系。本文针对这一问题,利用图示法将两个参考系在不同时刻观测到的时空图像表示出来,并结合具体数值对他们间的对应关系进行讨论。在图示法中同时考虑了同时性的相对性、长度收缩和时间延缓这三个狭义相对论重要的时空效应,这样可直观形象地看到在一个参考系中得到的观测结果会被另一个参考系所认同,正是这些彼此认同的观测结果构成了狭义相对论的时空观。通过对不同参考系中观察到的时空图像及其相互联系的讨论,可以加深学生对狭义相对论时空效应及洛伦兹变换的物理意义的理解。

关键词 狭义相对论;时间延缓;长度收缩;同时性的相对性;洛伦兹变换;时空图像

IMAGE INTERPRETATION OF THE SPECIAL RELATIVISTIC SPACETIME VIEW

MIAO Jinsong HU Haiyun

(School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract The space-time view of special relativity is abstract and difficult to understand, on the one hand, because the space-time effects involved in special relativity, such as the relativity of simultaneity, length contraction and time delation, are difficult to be observed in practice. On the other hand, it is difficult for us to visually describe these space-time effects simultaneously and provide corresponding relationships between the space-time effects observed in different reference frames. This paper addresses this issue by using graphical representation to represent the spatiotemporal images observed by two reference frames at different times, and discussing their corresponding relationships with specific numerical values. In the graphic method, three important space-time effects of special relativity, namely, the relativity of simultaneity, length contraction and time delation, are considered at the same time. In this way,

收稿日期: 2023-09-24; 修回日期: 2024-01-19; 网络首发日期: 2024-01-30

基金项目: 教育部高等学校大学物理教指委的 2021 年高等学校教学研究立项项目(DWJZW202113hb); 以专题讨论为导向的《大学物理》线上/线下混合式教学体系的构建。

作者简介: 缪劲松, 北京理工大学物理学院教授, jinsong.miao@bit.edu.cn。

引文格式: 缪劲松, 胡海云. 狭义相对论时空观的图像解译[J]. 物理与工程, 2024, 34(3): 22-27.

Cite this article: MIAO J S, HU H Y. Image interpretation of the special relativistic spacetime view[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(3): 22-27. (in Chinese)

it can be seen visually that the observation results obtained in one reference system will be recognized by another reference system. It is these mutually recognized observations that constitute the space-time view of special relativity. By discussing the space-time images observed in different reference frames and their interrelationships, students can deepen their understanding of the space-time effects of special relativity and the physical significance of Lorentz transformation.

Key words special relativity; time delation; length contraction; relativity of simultaneity; Lorentz transformation; the space-time image

在论文“洛伦兹变换的引入及其时空图像讨论”^[1]中,作者通过对三个思想实验的定量讨论得到了时间延缓、长度收缩和同时性的相对性这三个时空效应的数学表达式,并在此基础上推导出洛伦兹变换式。为了使學生更加直观清晰地认识到洛伦兹变换的时空图像,加深学生对洛伦兹变换及相对论时空观的理解,本文将通过具体数值下的实例,利用图示法分别描述两个参考系在不同时刻观察到的时空图像,并对在两个参考系中分别得到的观测结果间的对应关系进行讨论。

图示法经常被用于定性描述狭义相对论中的时空效应^[2-7],但通常是被用于单独描述狭义相对论三个重要的时空效应(同时性的相对性、长度收缩和时间延缓)中的某一个时空效应,例如如图1就是利用图示法生动形象地展示了“同时性的相对性”,即每个参考系的观测者都会认为自己参考系不同位置处的时钟是对齐同步的,而相对于自己运动的其他参考系的时钟却都没有对齐。由于没有给出相对运动速度的具体数值,所以也不便通过坐标数值及时钟读数的对比来同时展示出长度

收缩和时间延缓效应。由于没有利用图示法同时展示出相对论的三个时空效应,仅是文字上的说明又较为抽象,因此学生很难把分别在两个参考系中观测到的时空图像彼此对应起来,这也是狭义相对论时空观抽象难懂的原因。

为了更好地表示出在两个参考系中分别观察到的时空图像,并对其对应关系进行讨论,本文将结合具体数值利用图示法同时表示出同时性的相对性、时间延缓和长度收缩这三个时空效应,描述在两个参考系中分别观察到的时空图像,并对不同参考系所得时空图像之间的对应关系进行讨论。为了结合具体数值进行计算,这里首先给出之前利用思想实验得到的描述时间延缓、长度收缩和同时性的相对性的三个关系式^[1]

时间延缓

$$\Delta t = \Delta t' / \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (1)$$

长度收缩

$$l = l' \cdot \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (2)$$

同时性的相对性

$$\Delta t' = l' u / c^2 \quad (3)$$

以上三个关系式分别表示了S系的观测者在观察S'系的坐标及其位置处的时钟读数时得到的时空效应:式(1)说明S'系中的每一只钟所走的时间间隔 $\Delta t'$ 相较于S系中的时钟走的时间间隔 Δt 都变慢为 $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ 倍;式(2)说明S'系中的一段固有长度 l' 在S系中观测变短为 $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ 倍;式(3)说明在S系中观测,S'系中不同位置的时钟都没有对齐,每相距 l' 的两个时钟会出现 $l' u / c^2$ 的时间差。下面我们就在此基础上,结合具体数值来讨论在S系和S'系中观测到的时空图像及其对应关系。

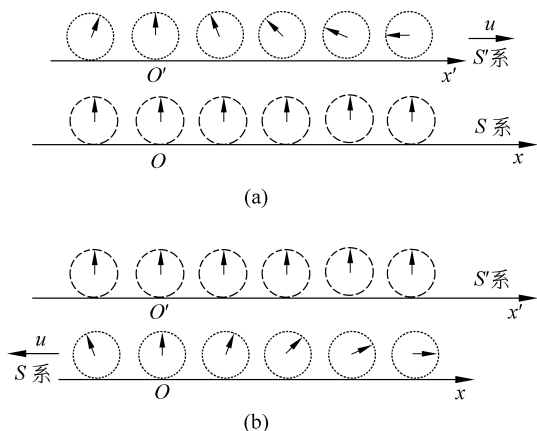


图1 “同时性的相对性”的时空图像

(a) S系中观测到的时空图像; (b) S'系中观测到的时空图像

1 不同参考系中观测到的时空图像及其对应关系

为了更好地理解狭义相对论几个重要的时空效应,这里选取特定的相对运动速度 $u=0.866c$,此时可得 $\sqrt{1-u^2/c^2} \approx 0.5$ 或 $\gamma \approx 2$,这样由关系式(1)、式(2)和式(3)可得 $\Delta t = 2\Delta t'$ 、 $l = 0.5l'$ 和 $\Delta t' = 0.866l'/c$ 。 $\Delta t = 2\Delta t'$ 意味着在 S 系中观测, S' 系中的每个时钟相较于 S 系中的时钟都走慢了一半; $l = 0.5l'$ 意味着 S' 系中的一段固有长度在 S 系中观测变短为一半,即 S 系测得 S' 系 x' 轴上任一坐标刻度到原点 O' 的距离比起其坐标值都小了一半; $\Delta t' = 0.866l'/c$ 意味着在 S 系中观测 S' 系中不同位置的时钟都没有对齐,当 $l' = 4\text{ls}$ 时, $\Delta t' \approx 3.4\text{s}$,即 S' 系中每相距 4ls 的时钟都相差 3.4s 。这里,为了突出同时性的相对性,我们选取了光秒(ls)作为距离的单位, $1\text{ls} = 1c \times 1\text{s} = 3.0 \times 10^8\text{m}$ 。由于 $0.866c \cdot 3.4\text{s} \approx 3\text{ls}$,即 S' 系相对于 S 系在 3.4s 时间内向前运动了 3ls 的距离,因此我们选取在 S 系的 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻来进行观测,这样时间延缓、长度收缩和同时性的相对性这三个时空效应都能较为方便直观地呈现出来。

图 2 为分别在 S 系的 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻观察到的 S' 系 x' 轴的位置及其上不同坐标处时钟读数的时空图像。为了便于比较,图中选取 S 系 x 轴为横轴、 t 轴为纵轴, x 轴上标出了 $x=0, 1, 2, \dots, 10\text{ls}$ 的坐标刻度及其位置处时钟的读数, t 轴上则标出 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻

并画出相应的 x 轴上不同坐标刻度处的时钟。另外图中还画出了 S 系观察者分别在 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻观察到的 S' 系 x' 轴的位置及其上不同坐标处时钟的读数,这样就可以通过 x 轴和 x' 轴上坐标刻度及时钟读数的对比来表示出狭义相对论三个重要的时空效应。

S 系 $t=0\text{s}$ 时刻观测到的时空图像:此时 S 系中 x 轴上不同坐标刻度处的时钟都对齐并指向 0s 时刻,但 S' 系中不同坐标处的时钟都没有对齐,由于两个参考系的原点钟(O 点处时钟和 O' 点处时钟)在 0s 时刻相遇为已知条件,所以此时 S' 系中只有位于原点 O' 处的这一只时钟指向 0s 时刻,其他位置的时钟都没有指向 0s 时刻,相对运动方向后方(x' 坐标值较小)的时钟超前,每相距 4ls 的时钟相差 3.4s ; S' 系不同 x' 坐标之间的距离为其坐标刻度差值的一半,即 x' 轴上刻度值相差 2ls 的 2 个坐标间的距离在 S 系中观测只有 1ls 。从这个时空图像我们可以清楚地看出同时性的相对性和长度收缩这两个时空效应。

S 系 $t=3.4\text{s}$ 时刻观测到的时空图像:此时 S 系 x 轴上不同坐标刻度处的时钟都指向 3.4s ,并与 $t=0\text{s}$ 时刻观测到的时空图像相类似地呈现出同时性的相对性和长度收缩这两个时空效应;另外相对于 0s 时刻的 S 系, S' 系 x' 轴向前运动了 3ls 的距离, S' 系坐标原点 O' 运动到 $x=3\text{ls}$ 位置处,原点 O' 处时钟向前走了 1.7s 指向 $t'=1.7\text{s}$ 处,另外 S' 系中的每一个时钟都向前走了 1.7s ,仅为 S 系中时钟所走时间的一半,这就是时间延

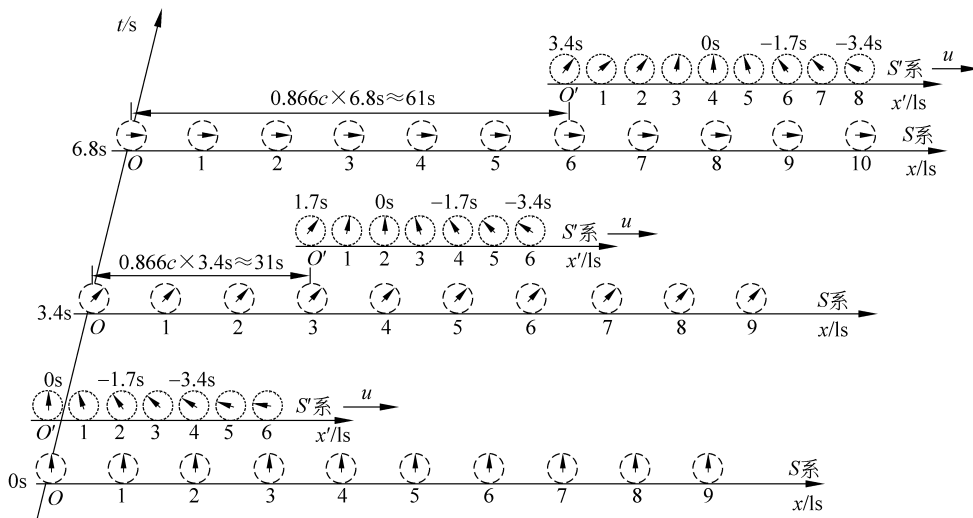


图 2 S 系观测者分别在 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻观测到的 S' 系 x' 轴的位置及其上不同坐标处时钟读数的时空图像 (S' 系以 $u=0.866c$ 的速度相对于 S 系沿 x 轴正向运动,此时 $\gamma \approx 2$)

缓效应,即 S 系的观察者发现 S' 系中的每一个时钟都走慢一半。

S 系 $t=6.8\text{s}$ 时刻观测到的时空图像:此时 S 系 x 轴上不同坐标刻度处的时钟都指向 6.8s ;相对于 0s 时刻的 S 系, S' 系 x' 轴向前运动了 6ls 的距离, S' 系坐标原点 O' 运动到 $x=6\text{ls}$ 位置处,原点 O' 处时钟往前走了 3.4s 指向 $t'=3.4\text{s}$ 处,另外 S' 系中的每一个时钟都往前走了 3.4s ,也为 S 系中的每一个时钟所走时间的一半。

通过图 2 中 S 系观察者分别在 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻观察到的时空图像的对比,可以直观形象地看到狭义相对论中三个重要的时空效应:同时性的相对性、长度收缩和时间延缓。同时性的相对性意味着在 S 系的任一时刻观测, S' 系中不同 x' 坐标处的时钟都没有对齐,每相距 4ls 的时钟都相差 3.4s ;长度收缩效应意味着在 S 系中观测 S' 系的 x' 轴的长度整体被压缩为一半,即 x' 轴上相距 2ls 的 2 个坐标间的距离在 S 系中观测只有 1ls ;时间延缓效应意味着在 S 系中观测 S' 系中的任一时钟相较于 S 系时钟都走慢了一半。注意这些时空效应都是 S 系的观测者在观察 S' 系的 x' 坐标位置及其时钟读数时得到的,但 S' 系的观测者并不会认为自己参考系中的坐标及时钟会有什么问题,他们会认为自己参考系内的时钟都是对齐同步的, x' 坐标间的距离及时钟的运行是同样的标准和精确。但由于运动的相对性, S' 系的观测者会观察到 S 系中不同位置的时钟都没有对齐,每相距 4ls 的时钟都相差 3.4s , x 轴的长度整体被压缩为一半, S 系的任一时钟相较于 S' 系时钟都变慢了一半。

狭义相对论的时空效应之所以抽象,是因为两个参考系各自对观察到的时空图像的描述似乎彼此矛盾,而这些不同观测结果又很难简单地相互对应上,其中最主要的原因是同时性的相对性引起的“彼此观察到对方参考系的时钟都没有对齐”。两个参考系在相对运动的过程中,他们的坐标及其时钟在不停地相遇并进行比对,图 2 中已给出了 S 系分别在 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻观察到的与 S' 系的 x' 坐标及其时钟的比对结果。如果这些比对结果同样能被 S' 系的观测者观察到,即被 S' 系的观测者所认同,那么两个参考系中分别观察到的时空效应就都是正确的,不会产生相互矛盾。

由于在 S 系中会观察 S' 系不同位置的时钟都没有对齐,所以 S 系在某一时刻 t 一定可以观察到 S' 系中有且只有一只指向某一时刻 t' 的时钟,即 S 系某位置处的 t 时刻钟会与 S' 系某位置处的 t' 时刻钟相遇并进行比对;反过来在 S' 系中观察, S 系不同位置的时钟也没有对齐, S' 系在 t' 时刻也一定可以观察到 S 系中有且只有一只指向时刻 t 的时钟,即 S' 系某位置处的 t' 时刻钟会与 S 系某位置处的 t 时刻钟相遇并进行比对。那么,分别在两个参考系中观察到的相遇并进行比对的 t 时刻钟和 t' 时刻钟是否是同一对时钟呢?我们在图 2 所示的 S 系分别在 0s 、 3.4s 和 6.8s 这三个时刻观察到的时空图像中均标出 S' 系中 0s 、 -1.7s 和 -3.4s 的时钟,这样就得到了 S 系中观测到的两个参考系相遇的 $3 \times 3 = 9$ 对时钟的比对结果。为了验证这些比对结果是否被 S' 系的观测者所确认,图 3 中分别给出 S' 系在 0s 、 -1.7s 和 -3.4s 这三个时刻观测到的 S 系 x 轴的位置及其上时钟读数的时空图像,图中也标出了 S 系中读数为 0s 、 3.4s 和 6.8s 的时钟。图中选取 S' 系 x' 轴为横轴, t' 轴为纵轴, x' 轴上标出了 $x'=0, 1, 2, \dots, 9\text{ls}$ 的坐标刻度及其位置处时钟的读数, t' 轴上则标出 0s 、 -1.7s 和 -3.4s 这三个时刻并画出相应的 x' 轴上不同坐标处的时钟。另外图中还画出了 S' 系观察者分别在 0s 、 -1.7s 和 -3.4s 这三个时刻观察到的 S 系 x 轴的位置及其上不同坐标处时钟的读数,这样通过对比就可以验证在 S 系中得到的观测结果能否在 S' 系中同样被观测到。

从图 3 中可以同样清楚地看出同时性的相对性、长度收缩和时间延缓这三个时空效应:在 S' 系中观测, S' 系不同位置的时钟是对齐同步的,在 S' 系的 $t'=0\text{s}$ 时刻, S 系中只有位于原点 O 处的一只时钟指向 0s 时刻(这同样满足已知条件:在两个参考系的 0s 时刻两原点钟相遇),但 S 系其他位置的时钟都没有指向 0s 时刻,相对运动方向后方(x 坐标值较大)的时钟超前,每相距 4ls 的时钟相差 3.4s ; S 系中 x 轴的长度整体被压缩为一半; S 系的任一时钟相较于 S' 系时钟也都走慢了一半。这里, S' 系的 $t'=-1.7\text{s}$ 和 $t'=-3.4\text{s}$ 时刻是相对于 $t'=0\text{s}$ 时刻分别往回退了 1.7s 和 3.4s 的时间,所以 S 系 x 轴相对于 $t'=0\text{s}$ 的 S' 系分别往后退 $0.866c \cdot 1.7\text{s} \approx 1.5\text{ls}$ 和 $0.866c \cdot 3.4\text{s} \approx$

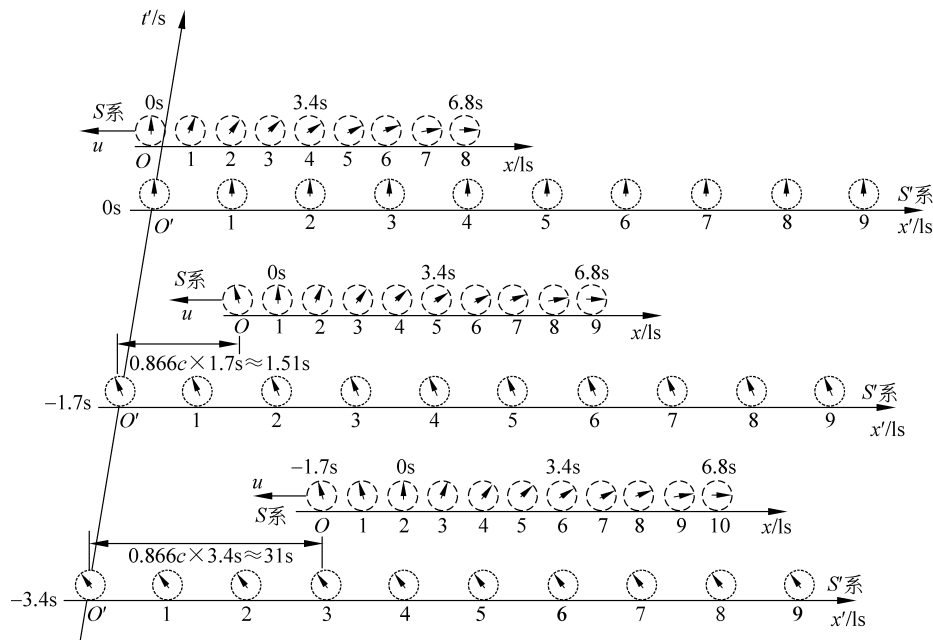


图3 S' 系观测者分别在0s、-1.7s和-3.4s这三个时刻观测到的S系x轴的位置及其上不同坐标处时钟读数的时空图像(S系以 $u=0.866c$ 的速度相对于 S' 系沿 x' 轴负方向运动,此时 $\gamma\approx 2$)

3ls 的距离。

为了便于比较图上标出的两个参考系9对时钟的比对结果,表1给出了 S' 系在0s、-1.7s和-3.4s这三个时刻分别观察到的与S系的0s、3.4s和6.8s三个时刻钟的比对结果。

表1 S' 系在0s、-1.7s和-3.4s三个时刻观察到的与S系0s、3.4s和6.8s时刻钟的比对结果

S系时刻t				
S'系时刻t'	对应坐标	0s	3.4s	6.8s
0s	$x'=0\text{ls}\backslash$	$x'=0\text{ls}\backslash$	$x'=2\text{ls}\backslash$	$x'=4\text{ls}\backslash$
	$x=0\text{ls}$	$x=0\text{ls}$	$x=4\text{ls}$	$x=8\text{ls}$
-1.7s	$x'=2\text{ls}\backslash$	$x'=4\text{ls}\backslash$	$x'=6\text{ls}\backslash$	
	$x=1\text{ls}$	$x=5\text{ls}$	$x=9\text{ls}$	
-3.4s	$x'=4\text{ls}\backslash$	$x'=6\text{ls}\backslash$	$x'=8\text{ls}\backslash$	
	$x=2\text{ls}$	$x=6\text{ls}$	$x=10\text{ls}$	

从表1可以看出, S' 系在0s、-1.7s和-3.4s三个时刻能分别观察到S系中位于0ls、1ls和2ls处的0s时刻钟(分别与 S' 系中位于0ls、2ls和4ls的时钟相遇)、位于4ls、5ls和6ls处的3.4s时刻钟(分别与 S' 系中位于-2ls、4ls和6ls的时钟相遇),以及位于8ls、9ls和10ls处的6.8s时刻钟(分别与 S' 系中位于4ls、6ls和8ls的时钟相遇)。

再与图2所示的9对时钟的比对情况进行比较,可以发现这是同样的9对时钟,即两个参考系的观测者观察到的这9对时钟的比对结果是完全一致的。由于在一个参考系中某一时刻观察到的某一对钟的比对结果,只能在另一参考系中的相应时刻来进行验证,而且通过这种方式只能验证这一对钟的比对结果,所以通过在图2和图3分别给出的在两个参考系的3个时刻观察到的时空图像,就只能验证9对时钟的比对结果。但通过同样的方式可以验证两个参考系在任意时刻的任意一对钟的比对结果是否彼此一致,其结论也一定是在一个参考系中观测到的比对结果会被另一个参考系的观测者所认同。

2 结语

本文利用图示法直观形象地描述了在两个参考系中不同时刻分别观察到的时空图像,并对这些时空图像进行了对比。可以看出一个参考系中得到的观测结果会被另外一个参考系的观测者所认同,正是这些彼此认同的观测结果在两个参考系中分别呈现出各自认为的同时性的相对性,即彼此认为对方参考系中的时钟都没有对齐,并最终导致了对方参考系的坐标轴都变短了、时钟都

变慢了这些时空效应。这说明在不同参考系中观察到的这些时空效应是彼此符合的,不会产生矛盾的结果。

由于这些时空效应是在一个参考系中观测另外一个参考系的坐标及时钟时才会表现出来的,说明这只是一种测量效应,我们在自己的参考系中进行测量时不要误认为自己的坐标刻度或时钟出现了问题。当我们在自己参考系中进行事件时空坐标的测量时,用的一定会是具有标准刻度的坐标系和彼此对齐同步的标准钟,这与是否存在别的参考系,或者别的参考系是否也对同一事件的时空坐标进行了观测没有丝毫关系。但是,如果存在别的参考系,这些参考系正好也对同一事件的时空坐标进行了观测,两个参考系的观察者会发现他们各自得到的观测结果不一致,而这些不同观测结果之间的对应关系就是洛伦兹变换。

本文我们通过讨论彼此间相对运动速度为 $0.866c$ 的两个参考系中分别观察到的时空图像,直观形象地展示了在两个参考系中分别观察到的时空效应(同时性的相对性、时间延缓和长度收缩)以及这些时空效应在两个参考系间的对应关系。结果表明在两个参考系中分别观察到的时空效应是彼此一致的,并不会带来相互矛盾。所有这些时空效应都是在与其他参考系测得的事件时空坐标进行比较时才会显示出来,而一个观测者在自己的参考系里进行测量时并不会出现这些时空效应。虽然两个参考系得到的对同一事件的观

测结果不一致,但由于彼此认为对方参考系中的时钟没有对齐、坐标轴变短了、时钟都变慢了是有规律地呈现出来的,所以可以通过对坐标和时间的修正将两个参考系的不同观测结果彼此对应起来,这就是洛伦兹变换所做的工作。事实上,在论文“洛伦兹变换的引入及其时空图像讨论”^[1]中就是通过狭义相对论的时空效应推导得到了洛伦兹变换。这里通过对分别在两个参考系中观察到的时空图像的讨论,可以让我们更加深刻地理解狭义相对论中三个重要的时空效应以及洛伦兹变换的物理意义。

参 考 文 献

- [1] 缪劲松,胡海云. 洛伦兹变换的引入及其时空图像讨论[J]. 物理与工程, 2016, 26(Z1): 10-16.
MIAO J S, HU H Y. Introduction of Lorentz transformation and discussion about its space-time-image[J]. Physics and Engineering, 2016, 26(Z1): 10-16. (in Chinese)
- [2] 爱因斯坦. 狭义与广义相对论浅说[M]. 杨润殷, 译. 北京: 北京大学出版社, 2006.
- [3] 蔡伯谦. 狭义相对论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1991.
- [4] 胡海云, 缪劲松, 冯艳全, 等. 大学物理(第四卷)近代物理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2017.
- [5] 苟秉聪, 胡海云. 大学物理(下册)[M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2011.
- [6] 张三慧. 大学物理学, 力学[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [7] 赵凯华, 罗蔚茵. 新概念物理教程, 力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.