

全反射棱镜式谐振腔中高斯光束角度误差对本征模式偏振损耗的影响

李 东 刘凌沂

(西北工业大学物理科学与技术学院, 陕西 西安 710129)

摘 要 本文引导学生将“激光原理与技术”课程中所学的高斯光束特性与布儒斯特定律相结合,以全反射棱镜式(TRP: Total Reflection Prism)谐振腔为例,研究了高斯光束在TRP面传输过程中入射角度误差对腔内本征模式偏振损耗的影响,并讨论了腔内本征模式入射角度误差、束腰位置(即束腰到棱镜面的距离) z_0 和焦参数 f 等对偏振损耗的影响。结果表明:在一定范围内,随着角度误差的增加,s、p分量偏振损耗增大,最后趋于稳定。同时,对于同一角度误差而言,随着 z_0 和 f 的增大,s、p分量的偏振损耗减少,且相同的 z_0 和 f 的增量会引起更小的s、p分量偏振损耗。本文研究结果可对TRP腔内本征模式偏振损耗的降低、腔体结构设计及优化提供一定的理论依据。

关键词 全反射棱镜;谐振腔;偏振损耗

INFLUENCE OF GAUSSIAN BEAM ANGLE ERROR ON EIGENMODE POLARIZATION LOSS IN A TOTAL REFLECTION PRISM RESONATOR

LI Dong LIU Lingyi

(School of Physical Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710129)

Abstract This paper guides students to combine the characteristics of Gaussian beams learned in the course of Laser Principles and Technology with the principle of Brewster's law. Taking the Total Reflection Prism (TRP) resonator as an example, the impact of incident angle error on the polarization loss of eigenmodes in the resonator during the total reflection process of Gaussian beams on the TRP surface is studied. The influence of incident angle error, beam waist position (distance from beam waist to prism) z_0 and focal parameter f on polarization loss are discussed. The results show that in a certain range, the polarization loss of s and p components increase with the increasing of angle error, and finally tends to be stable. At the same time, for the same angle error, the polarization loss of s and p components decreases with the increase of z_0 and f , and the identical increment of z_0 and f will cause smaller polarization loss of s and p components. The research results of this article can provide a theoretical

收稿日期: 2024-01-05

基金项目: 2023年度陕西高等教育教学改革研究重点项目(23BZ005)、2023年度西北工业大学教育教学改革研究重点委托项目(2023JGWZ09)、国家自然科学基金项目(61975165)资助。

通信作者: 李东,西北工业大学物理科学与技术学院副教授, dongli@nwpu.edu.cn。

引文格式: 李东,刘凌沂. 全反射棱镜式谐振腔中高斯光束角度误差对本征模式偏振损耗的影响[J]. 物理与工程, 2024, 34(2): 115-119, 126.

Cite this article: LI D, LIU L Y. Influence of Gaussian beam angle error on eigenmode polarization loss in a total reflection prism resonator [J]. Physics and Engineering, 2024, 34(2): 115-119, 126. (in Chinese)

basis for the reduction of eigenmodes polarization loss, resonator structure design and optimization in TRP resonators.

Key words total reflection prism; resonator; polarization loss

当入射角度较大时,从光密介质入射到光疏介质的光束会在分界面上发生全反射现象,这一现象在很多领域都有应用,如:用于通信的光纤和探测的光学仪器中^[1]。将全反射与布儒斯特定律相结合^[2],可以构成全反射棱镜式(TRP: Total Reflection Prism)环形谐振腔^[3-6],其作为激光陀螺的核心器件用于远距离飞行器的惯性导航。

与镀膜反射镜环形谐振腔相比,TRP 谐振腔既无高精度的镀膜工艺要求,又具有极高的反射率来提高激光器的增益效率并有效避免背向散射对腔内本征模式的干扰,因而受到了越来越多科研人员的关注。Kuryatov 等分析了 TRP 谐振腔中的偏振损耗及偏振光束的非均匀性和反向传输光波的非互易性^[7, 8]。Voronina 等分别对三棱镜和四棱镜谐振腔中偏振损耗进行对比分析,发现四棱镜谐振腔中 s 分量的全反射损耗比三棱镜谐振腔中 s 分量的全反射损耗大^[9]。刘健宇等基于棱镜材料的介电常数随应力的变化,研究了 TRP 受到应力而产生的应力双折射对 TRP 谐振腔中激光束输出质量的影响^[10]。TRP 谐振腔的工作过程对棱镜放置精度及腔内本征模式光束质量和入射角度要求甚高。这是因为光束在腔内传输一周要经过 4 个全反射棱镜,在每一个 TRP 中的传输均包含两次折射和一次全反射过程,在每个棱镜中,光束以布儒斯特角入射和出射,亦即每个 TRP 有两个布儒斯特窗。此外,TRP 环形谐振腔内运行着 s、p 两个偏振分量,且由布儒斯特定律可知,s 分量相对于 p 分量有较大的反射损耗。因此,理想情况下,s 分量被抑制不起振,谐振腔内只运行着 p 分量,即腔内光束为线偏振光。然而,实际情况下,谐振腔内的激光束为椭圆偏振光,一部分是由于加工精度不够和调腔不准,另一部分原因是棱镜折射面和波前曲率不一致导致只有中心部分光束满足布儒斯特条件,其他部分光束不满足,这造成 TRP 折射面成为部分偏振器,各个点的偏振度不同,最终导致偏振不均匀^[11, 12]。本文将分析腔内光束在折射过程中激光束偏离布儒斯特角对各分量偏振损耗的影响,分析不同高斯光

束远场发散角下的偏振损耗。

1 理论分析

图 1(a)中 TRP 环形谐振腔主要由四个棱镜组成^[3],其中,棱镜 Pr_1 、 Pr_2 有一个通光面为球面,以保证谐振腔的稳定性,称为第一类棱镜,棱镜 Pr_3 、 Pr_4 所有的通光面均为平面,称为第二类棱镜。环形谐振腔作为激光陀螺的核心器件,其测量角速度原理是基于 Sagnac 效应的,对于理想的 TRP 而言,不存在由 TRP 加工误差导致的应力双折射而产生的干涉。图 1(b)给出了光束在环形谐振腔中单个理想 TRP 内的传输情况。可以看出,首先,光线在 TRP 的小直角面上从空气中折射到 TRP 内,入射角和折射角分别为 θ_1 、 θ_2 ;其次,折射光线到达 TRP 的斜面发生全反射,入射

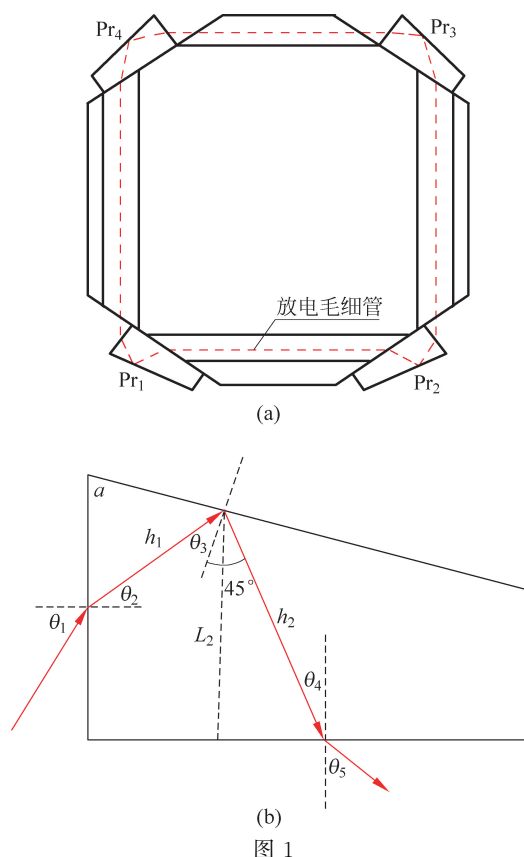


图 1 (a) TRP 环形谐振腔结构示意图; (b) 光束在棱镜 Pr_2 中传输过程

角为 θ_3 ; 最后, 全反射光线在 TRP 的大直角面上从 TRP 内折射到空气, 入射角和折射角分别为 θ_4 、 θ_5 , α 为 TRP 内全反射面与小直角面所成的棱角^[13]。可以看出

$$\begin{cases} \theta_1 + \theta_2 = \pi/2 \\ \theta_4 + \theta_5 = \pi/2 \end{cases} \quad (1)$$

根据折射定律, 即斯涅尔定律, 有

$$\begin{cases} \sin\theta_1 = n \sin\theta_2 \\ n \sin\theta_4 = \sin\theta_5 \end{cases} \quad (2)$$

直角全反射棱镜使出射光束相对入射光束旋转 90° , 由几何关系可得

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_5 \\ \theta_2 = \theta_4 \\ \theta_3 + \theta_4 = \alpha \\ \theta_3 = \frac{\pi}{2} - (\alpha - \theta_2) \end{cases} \quad (3)$$

则

$$\begin{cases} \theta_3 = \pi/4 \\ \alpha = \frac{3}{4}\pi - \arctan n \end{cases} \quad (4)$$

上述分析是在理想平行光以布儒斯特角入射的情况下, 由于 s 偏振分量损耗大, 不能起振, 环形腔内只运行着 p 偏振分量, 然而, 实际 TRP 谐振腔中, 光束为高斯光束, 并非理论的平行光束 (图 2), 一束高斯光束 (即一种曲率中心和曲率半径都随传播过程而不断改变的非均匀球面波) 以布儒斯特角入射棱镜面。其中, θ 为高斯光束远场发散角, θ_B 为布儒斯特角, r 为高斯光束横截面内任一点到 z 轴的距离, z_0 为高斯光束束腰到棱镜的距离。可以看出, 高斯光束只有中心区域满足布儒斯特角入射, 而边缘部分不满足布儒斯特条件, 此时, 高斯光束的反射、折射光的 s 分量和 p

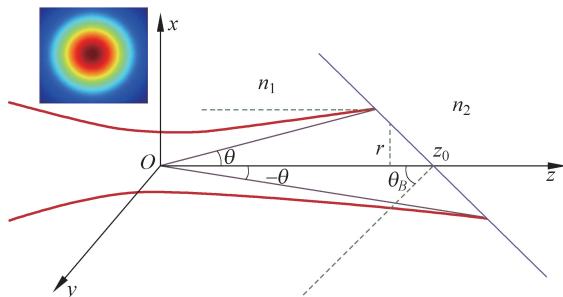


图 2 高斯光束以布儒斯特角入射棱镜面示意图

分量都发生变化, 即谐振腔内传输的激光偏振态发生改变, 使光束无法以线偏光的形式在谐振腔中传输, 从而影响全反射棱镜的反射率。

综上所述, 角度误差对偏振态和偏振损耗具有一定影响, 本文通过理论分析和数值计算, 得到不同 z_0 时, p 分量和 s 分量的偏振损耗与角度误差的关系。

基模高斯光束基模行波场为

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(z)}} \times e^{-i \left\{ k \left[z + \frac{z^2+y^2}{2R(z)} \right] - \arctan \frac{z}{f} \right\}} \quad (5)$$

其中, ω_0 为束腰半径, $\omega(z) = \omega_0 (1 + z^2/f^2)^{1/2}$ 为传播至 z 处光束半径, $R(z)$ 为传播至 z 处波前曲率半径, $f = k\omega_0^2/2$ 为高斯光束的焦参数, k 为波数。略去附加相移的影响可得

$$E = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(z)}} \quad (6)$$

由于高斯光束远场发散角 θ 很小, 一般为毫弧度量级, 则高斯光束区域光场即认为 z_0 点光场, 则

$$\begin{aligned} E &= E_0 \sqrt{\frac{f^2}{f^2 + z_0^2}} e^{-\frac{r^2 \cdot f^2}{(f^2 + z_0^2) \omega_0^2}} \\ &= E_0 \sqrt{\frac{f^2}{f^2 + z_0^2}} e^{-\frac{(z_0 \tan(\theta_1 - \theta_B))^2 \cdot f^2}{(f^2 + z_0^2) \omega_0^2}} \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$r = z_0 \tan(\theta_1 - \theta_B) \quad (8)$$

由于入射 s、p 分量光强

$$\begin{cases} I_p = \frac{1}{2} \iint E^2 dx dy \\ I_s = \frac{1}{2} \iint E^2 dx dy \end{cases} \quad (9)$$

由折射定律可得

$$\begin{aligned} n_1 \sin\theta_1 &= n_2 \sin\theta_2 \\ \theta_2 &= \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin\theta_1\right) \end{aligned} \quad (10)$$

结合菲涅耳定律

$$\begin{aligned} \frac{E'_s}{E_s} &= -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ \frac{E'_p}{E_p} &= \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \end{aligned} \quad (11)$$

将式(7)(8)(10)和式(11)代入式(9)并进行变量代换,即可得到两个偏振分量的反射光强

$$I_{rp} = \frac{1}{2} \int_{\theta_B - \theta}^{\theta_B + \theta} E_0^2 \frac{f^2}{f^2 + z_0^2} e^{-2 \frac{[z_0 \tan(\theta_1 - \theta_B)]^2 \cdot f^2}{(f^2 + z_0^2) \omega_0^2}} \times \left(\frac{\tan(\theta_1 - \arcsin(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1))}{\tan(\theta_1 + \arcsin(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1))} \right)^2 d\theta_1 \quad (12)$$

$$I_{rs} = \frac{1}{2} \int_{\theta_B - \theta}^{\theta_B + \theta} E_0^2 \frac{f^2}{f^2 + z_0^2} e^{-2 \frac{[z_0 \tan(\theta_1 - \theta_B)]^2 \cdot f^2}{(f^2 + z_0^2) \omega_0^2}} \times \left(\frac{\sin(\theta_1 - \arcsin(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1))}{\sin(\theta_1 + \arcsin(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1))} \right)^2 d\theta_1 \quad (13)$$

2 角度误差影响

不同于传输矩阵法只能研究某一个特定角度误差对偏振分量损耗的影响,本文基于上述分析,将研究光束在一个 TRP 分界面上反射过程中角度误差存在一定变化范围情况下两个偏振分量的损耗特性。同理,在整个谐振腔中多次折射和反射过程的分析思路也是一样分析的,区别在于光束在不同 TRP 分界面上入射角度误差范围有所不同。本文所取的 TRP 谐振腔结构参数为:腔内真空折射率 $n_1=1$,构成谐振腔的棱镜折射率 $n_2=1.45703$,常数 $E_0=1$,焦参数 $f=0.15$,本征模式束腰半径 $\omega_0=(\lambda f/\pi)^{1/2}=1.7382 \times 10^{-4}$ 。根据 p 分量偏振损耗的定义 $loss_p = I_{rp}/I_p$ (I_{rp} :p 分量反射光强, I_p :p 分量入射光强),图 3 给出了不同 z_0 情况下,角度误差 θ 对 p 分量偏振损耗的影响。

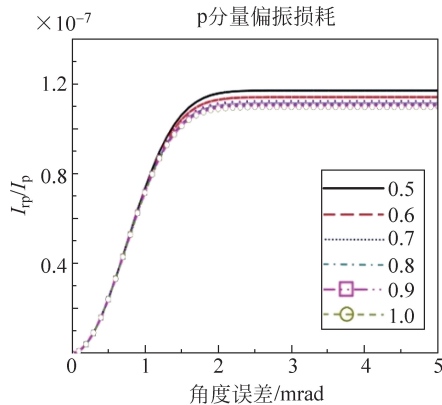


图 3 不同 z_0 情况下,角度误差对 p 分量偏振损耗的影响

可以看出,在一定范围内,随着角度误差的增大,p 分量偏振损耗增加;超出此范围时,随着角度误差增大,p 分量偏振损耗趋于稳定。这是由于高斯光束能量主要集中于光束中心区域,超出中心区域的光强占总光强的比例很小,从而导致入射和反射光的 p 分量强度在超出一定角度误差范围后趋于稳定,其偏振损耗也不再变化。同时,随着 z_0 的增大,相同角度误差下 p 分量的偏振损耗减少,且对于同一角度误差,随着 z_0 的增大,相同的 z_0 增量会引起更小的 p 分量偏振损耗。考虑到实际情况,由于谐振腔尺寸的限制, z_0 不能无限增大。因此,选择合适的 z_0 至关重要。

同理,根据 s 分量偏振损耗的定义 $loss_s = I_{rs}/I_s$ (I_{rs} :s 分量反射光强, I_s :s 分量入射光强),图 4 给出了不同 z_0 情况下,角度误差 θ 对 s 分量偏振损耗的影响,其趋势与 p 分量情况下类似。造成该趋势同样是由于高斯光束光强主要集中于中心区域,导致入射和反射的 s 分量光强在超出一定角度误差范围后可趋于稳定,s 分量的偏振损耗也不再变化。在一定范围内,随着 z_0 增加,相同角度误差下 s 分量的偏振损耗减少,且对于同一角度误差,随着 z_0 增加,相同的 z_0 增量会引起更小的 s 分量偏振损耗。

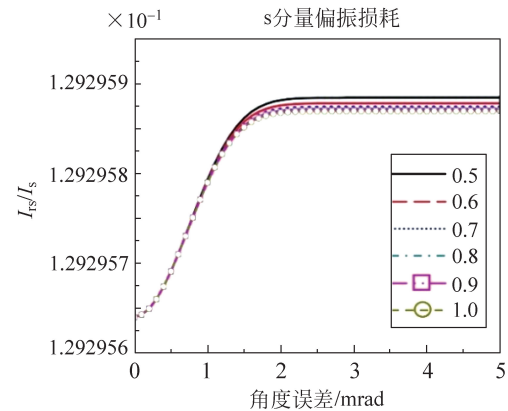


图 4 不同 z_0 情况下,角度误差对 s 分量偏振损耗的影响

对比 s、p 分量偏振损耗情况可知,两者的趋势基本相同,其中 p 分量偏振损耗从 0 开始,这是由于在理想情况下,光束以布儒斯特角入射,此时 p 分量的反射系数为 0,反射光中不存在 p 分量,因此 p 分量偏振损耗为 0;而 s 分量由于在角度误差为 0 时,存在反射系数,反射光中 s 分量不为 0,因此 s 分量偏振损耗始终存在。同样,相同 z_0 条

件下,随着角度误差增大,s、p分量偏振损耗增加,超出此范围,s、p分量偏振损耗趋于稳定。随着 z_0 增加,相同角度误差下,s、p分量的偏振损耗减少,且减少量也逐渐变小。而由于谐振腔尺寸的限制, z_0 不能无限制增大。因此,取合适的 z_0 至关重要。

在上述分析基础上,本文进一步研究了腔内本征模式焦参数对偏振损耗的影响。其中,本征模式束腰位置 $z_0 = 0.5\text{m}$,其余参数均与上节相同。图5给出了不同焦参数情况下,p分量偏振损耗随角度误差的变化趋势。可以看出,同样由于高斯光束主要集中于中心区域,p分量偏振损耗趋势依然是先随着角度误差增大而增大,当角度误差达到一定程度时,趋于稳定。对应同一角度误差而言,在一定范围内,随着 f 的增大,达到p分量偏振损耗饱和值时的角度误差逐渐减小,且相同角度误差下的p分量偏振损耗减小。

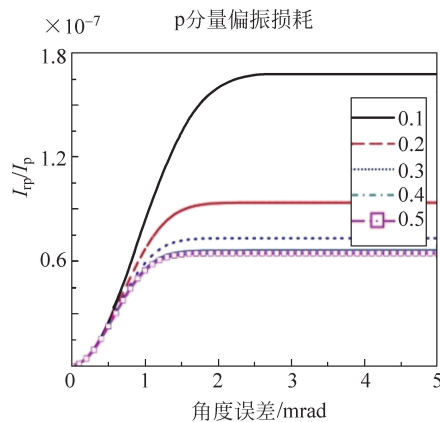


图5 不同 f 情况下,角度误差对p分量偏振损耗的影响

同理,图6给出了不同焦参数情况下,s分量偏振损耗随角度误差的变化趋势。可以看出,s分

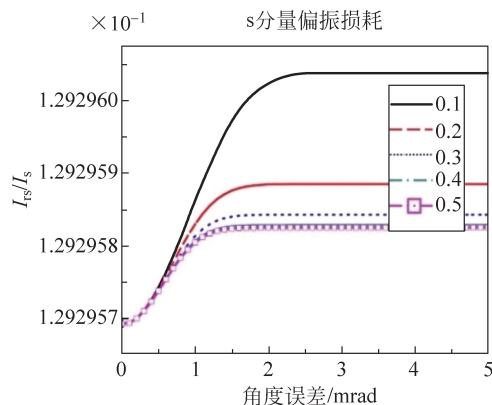


图6 不同 f 情况下,角度误差对s分量偏振损耗的影响

量偏振损耗趋势同样先随着角度误差增大而增大,当角度误差达到一定程度时,趋于稳定。在一定范围内,随着 f 的增大,s分量偏振损耗达到饱和值时的角度误差减小,且相同角度误差下的s分量偏振损耗减小。

对比图5和图6的结果可知,当 f 不变时,在一定范围内,s、p分量偏振损耗都随着角度误差的增大而增加,且最终趋于稳定。这对TRP谐振腔内本征模式偏振损耗的降低具有一定意义。

3 结语

本文针对学生在“激光原理与技术”课程中所学的高斯光束远场发散特性,结合布儒斯特定律,以全反射棱镜式谐振腔为例,研究了高斯光束在TRP面传输过程中入射角度误差对腔内本征模式偏振损耗的影响,并讨论了改变谐振腔内参数对偏振损耗进行调控,进而减小角度误差对偏振损耗的影响的方法。本文推导得到了s、p分量折射后的光强分布,并分析了存在不同角度误差情况下,腔内本征模式入射角度、束腰位置 z_0 和焦参数 f 误差等对s、p分量偏振损耗的影响规律。结果表明在一定范围内,随着角度误差的增加,s、p分量偏振损耗增大,最后趋于稳定。同时,对应同一角度误差而言,随着 z_0 和 f 的增大,s、p分量的偏振损耗减少,且相同的 z_0 和 f 的增量会引起更小的s、p分量偏振损耗。考虑到实际应用,由于谐振腔尺寸的限制, z_0 不能无限制增大,因此,取合适的 z_0 至关重要。本文关于偏振损耗的研究对全反射棱镜式激光谐振腔内本征模式偏振损耗的降低、腔体结构设计及测量精度的提高提供一定的理论依据。

参 考 文 献

- [1] HECHT E. Optics[M]. New Delhi: Pearson Education India, 2012.
- [2] BORN M, WOLF E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light [M]. Amsterdam: Elsevier, 2013.
- [3] 李东,毕超,赵建林.全反射棱镜式环形谐振腔中背向散射特性研究[C]//2015年(第七届)西部光子学学术会议论文集,2015.
- [4] 党文佳,张蒙.一种全反射棱镜式环形激光器损耗的计算方法[J].中国照明电器,2021(6):7-10.

(下转第126页)

来发展学生的物理核心素养:学生在完成“探究向心加速度大小的表达式”这一项目的过程中,得出向心加速度公式,理解运动学视角下描述匀速圆周运动的各个物理量及其关系,促进了“物理观念”的完善;经历较为完整的物理研究过程,围绕研究问题,设计并实施方案,从数据到猜想再到验证,最终得出结论,加深了对物理学研究过程的理解,支撑了“科学思维”和“科学探究”的发展;与他人合作,克服困难,磨炼意志,质疑创新,基于证据和逻辑发表自己的见解,既能坚持观点又能修正错误,激发对物理学的好奇心与求知欲,推动了“科学态度与责任”的建立。

参 考 文 献

- [1] 阴超. 基于深度学习的高中物理概念教学研究[D]. 武汉:华中师范大学,2021.
- [2] 崔友兴. 基于核心素养培育的深度学习[J]. 课程. 教材. 教法,2019,39(2):66-71.
CUI Y X. Deep Learning based on the cultivation of students' key competencies[J]. Curriculum, Teaching Material and Method, 2019, 39(2): 66-71. (in Chinese)
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版2020年修订)[M]. 北京:人民教育出版社,2020.
- [4] 王思慧,王烨飞. 弥合与超越——基础教育阶段物理学科项目化学习的普及化路径构思[J]. 物理与工程,2021,31(4):3-7.
WANG S H, WANG Y F. Integration and transcendence—On popularization of problem based learning in physics curriculum during elementary education[J]. Physics and Engineering, 2021, 31(4): 3-7. (in Chinese)
- [5] 罗海军,黄运米,张栋,等. 基于项目学习的电磁学实验教学的研究[J]. 物理与工程,2017,27(S1):207-211.
LUO H J, HUANG Y M, ZHANG D, et al. Research on project-based learning for electromagnetism experiment teaching[J]. Physics and Engineering, 2017, 27(S1): 207-211. (in Chinese)
- [6] 张明硕,黄致新. 关于“利用手机 Phyphox 软件探究向心加速度公式”实验的再思考[J]. 物理通报,2024,43(3):134-137.
ZHANG M S, HUANG Z X. Rethinking the experiment “Investigating the centripetal acceleration formula using cell phone Phyphox software” [J]. Physics Bulletin, 2024, 43(3): 134-137. (in Chinese)
- (上接第 119 页)
- DANG W J, ZHANG M. A calculation method of total reflection prismatic ring laser loss[J]. China Lighting Electrical Equipment, 2021(6): 7-10. (in Chinese)
- [5] 张勇,闫康乐,郑隽鹏,等. 几种新型全反射棱镜式环形激光器的模式选择技术[J]. 光学技术,2023,49(1): 46-50.
ZHANG Y, YAN K L, ZHENG J P, et al. Mode selection techniques for several novel total reflection prismatic ring lasers [J]. Optical Technique, 2023, 49(1): 46-50. (in Chinese)
- [6] 姜亚南. 环形激光陀螺[M]. 北京:清华大学出版社,1985.
- [7] KURYATOV V N, SOKOLOV A L. Polarisation losses in a ring prism cavity[J]. Quantum Electronics, 2000, 30(2): 125.
- [8] KURYATOV V N, SOKOLOV A L. Polarisation inhomogeneities of a ring resonator and nonreciprocity of counterpropagating waves[J]. Quantum Electronics, 2002, 32(4): 324.
- [9] VORONINA E A, KURYATOV V N, SOKOLOV A L. A low-polarisation loss prism ring resonator [J]. Quantum Electronics, 32(3): 235-238, 2002.
- [10] 刘健宁,蒋军彪,连天虹,等. 谐振腔应力对全反射棱镜式激光陀螺输出光强分布特性影响[J]. 中国激光,2013,40(11): 19-26.
LIU J N, JIANG J B, LIAN T H, et al. Effect of resonator stress on output intensity distribution of total reflection prismatic laser gyro[J]. Chinese Journal of Lasers, 2013, 40(11): 19-26. (in Chinese)
- [11] 李东. 异面环形谐振腔的激光振荡模式及输出特性研究[D]. 西安:西北工业大学,2016.
- [12] 丁文革,王崇,张荣香,等. 界面反射光的偏振态分析[J]. 物理与工程, 2021, 31(1): 82-87, 103.
DING W G, WANG C, ZHANG R X, et al. Analysis of polarization state of interface reflected light [J]. Physics and Engineering, 2021, 31(1): 82-87, 103. (in Chinese)
- [13] 刘健宁. 全反射棱镜式激光陀螺稳频技术研究[D]. 西安电子科技大学,2010.