

Python 可视化技术在电动力学教学中的应用

谢文法 张乐天 刘士浩

(吉林大学电子科学与工程学院, 吉林 长春 130012)

摘要 电动力学是研究电磁场基本规律的理论课程, 不仅是理解电磁现象的基础, 而且为电子技术和通信工程等领域提供了理论支持; 但电动力学理论中的抽象概念难以直观理解, 数学计算尤其是矢量计算较为复杂。本文探究 Python 编程语言的可视化技术在电动力学教学中的应用, 通过编程计算模拟可视化抽象的电动力学概念和结论, 如偶极子辐射、运动点电荷的场等, 让学生能直观观察电磁场的变化规律, 提升学生对电磁场概念的理解与应用能力, 激发学生对电动力学学习的兴趣。

关键词 Python; 可视化; 电动力学; 电磁场

APPLICATION OF PYTHON VISUALIZATION TECHNIQUES IN ELECTRODYNAMICS TEACHING

XIE Wenfa ZHANG Letian LIU Shihao

(College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130012)

Abstract Electrodynamics is a crucial theoretical course that explores the fundamental laws governing electromagnetic fields. It serves as the foundation for comprehending various electromagnetic phenomena while offering valuable theoretical insights used in practical applications like electronic technology and communication engineering. However, abstract concepts in the theory of electrodynamics are difficult to intuitively understand, and mathematical calculations, especially vector calculations, are more complex. This paper explores the application of visualization technology in the Python programming language in electrodynamics education. Through programming calculations, abstract electrodynamics concepts and conclusions are simulated and visualized, such as dipole radiation and the field of moving point charges, enabling students to intuitively observe the dynamic changes of electromagnetic fields. This approach enhances students' comprehension and application abilities of electromagnetic field concepts, while simultaneously fostering their interest in the study of electrodynamics.

Key words Python; visualization; electrodynamics; electromagnetic fields

电磁场是物质世界的重要组成部分之一, 在生产实践和科学技术领域内, 存在着大量和电磁场有关的问题, 例如电力系统、凝聚态物理、光波

导与光子晶体、等离子体、天体物理、粒子加速器等, 都涉及不少宏观电磁场的理论问题^[1]。电动力学是研究电磁场基本规律的理论课程, 是大学

收稿日期: 2023-07-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(62174067)。

作者简介: 谢文法, 吉林大学电子科学与工程学院教授, xiewf@jlu.edu.cn。

引文格式: 谢文法, 张乐天, 刘士浩. Python 可视化技术在电动力学教学中的应用[J]. 物理与工程, 2024, 34(1): 92-96.

Cite this article: XIE W F, ZHANG L T, LIU S H. Application of Python visualization techniques in electrodynamics teaching[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(1): 92-96. (in Chinese)

物理专业及相关专业的核心课程,在通信、显示、集成电路等领域具有实际的应用。电动力学以麦克斯韦方程组为核心理论框架,在数学上具有优美、协变的形式,但数学计算尤其是矢量计算较为复杂,且电磁场概念本身比较抽象,学生往往难以将其与具体实际应用场景相结合,导致对电磁现象的直观理解不够充分。

近年来,利用 Matlab 的数值计算能力和绘图动画功能,许多教学人员将其应用到电磁场的可视化辅助教学中^[2-7],但多数的研究仅局限于结果的可视化模拟,对于具体参数对电磁场分布的影响未作深入的探讨。此外,Matlab 是一种商业软件,需要购买许可证才能使用,这也限制了其在教学中的广泛应用。

Python 作为一种开源的编程语言,可以在不支付额外费用的情况下自由使用,是一种易于学习和使用的编程语言,拥有 NumPy、SciPy、Pandas 等强大的科学计算和数据分析库,以及 Matplotlib、Seaborn、Plotly 等丰富的可视化库,可以生成精美的图表和动画,直观地展示复杂现象和抽象概念。近年,有教学人员将其应用到力学和物理实验的可视化模拟^[8,9],显示了 Python 编程在物理教学上的应用潜力。但相比而言,基于 Python 可视化技术在电动力学教学上的应用研究相对较少。

电磁场是电动力学的主要研究对象,点电荷、偶极子是电动力学中最基本和最重要的概念,是电磁场分布理解复杂电磁场的基础。本文基于 Python 编程语言,利用场的可视化常用的函数,如:contour 函数绘制电势,streamplot 函数绘制矢量场流线图,实现了点电荷、偶极子的电磁场的可视化分析,讨论了具体的参数(如点电荷的运动速度等)对电磁场的影响。该结果不仅有助于学生对电磁场概念的理解和掌握,也为复杂电磁场的计算和可视化呈现以及 Python 在教学上的应用提供了有益的参考。

1 结果与讨论

1.1 运动点电荷的电场和磁场

一个运动的点电荷的电场和磁场可以通过李纳-维谢尔势进行计算^[1]

$$\mathbf{A} = \frac{q \mathbf{v}}{4\pi\epsilon_0 c^2 \left(r - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{c} \right)}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{c} \right)}$$

其中, $\mathbf{v}$ 是在推迟时间时电荷的速度, $\mathbf{r}$ 是从推迟位置到场点的矢量。因此,对于匀速运动的点电荷,其电场和磁场分别为^[10]

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 - v^2/c^2}{(1 - v^2 \sin^2 \theta / c^2)^{3/2}} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad \mathbf{B} = \frac{1}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{E})$$

其中, θ 是 $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{v}$ 之间的夹角。当 $v \ll c$ 时,它们简化为

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^2} (\mathbf{v} \times \mathbf{E})$$

第一个实际上即为库仑定律,第二个是“点电荷的毕奥-萨伐尔定律”。

以上运动电荷电场和磁场的表达式比较抽象,对运动速度接近光速的点电荷的场分布缺乏感性认识。假设正点电荷沿 x 轴正方向匀速运动,借助 Python 编程,如图 1 所示,我们得到了高速匀速运动的正点电荷所对应的电场和磁场分布图。

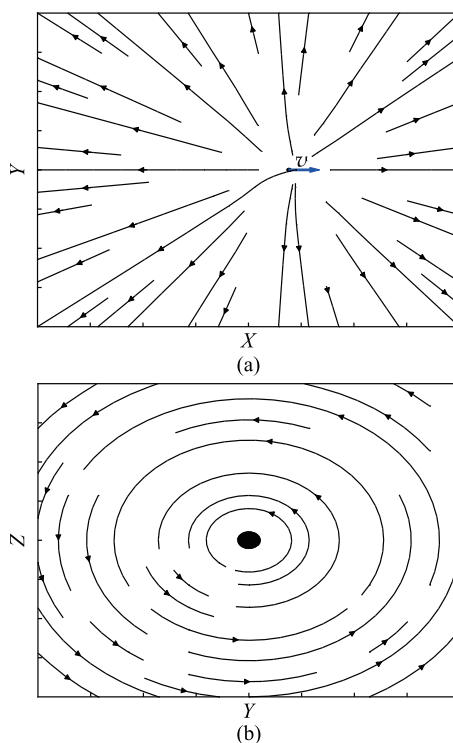


图 1

(a) 高速匀速运动点电荷的电场二维分布图; (b) 高速匀速运动点电荷的磁场二维分布图

由图可以看出,匀速运动的点电荷的电场 $\mathbf{E}$ 是沿着 $\hat{\mathbf{r}}$ 的,但不同于静止的点电荷,电场的分布不再具有球对称。从运动电荷前方观察, $\mathbf{B}$ 的磁场线逆时针环绕着这个电荷,和无穷长直导线的磁场类似,而我们知道静止的点电荷是不产生磁

场的。可视化模拟计算结果给学生深刻的感性认识,有助于对抽象的物理公式的理解。

1.2 纯粹的偶极子和物理的偶极子的比较

在电磁理论中,有两种偶极子:电偶极子和磁偶极子^[10]。一个物理的电偶极子是由两个相距为 d ,带电荷量相同但是符号相反的电荷($\pm q$)构成的;一个物理的磁偶极子是一个小的闭合电流。

而电势严格满足 $\varphi = \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 的电偶极子称为纯粹的

电偶极子,矢势严格满足 $\mathbf{A} = \frac{\mu_0 \mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{4\pi r^2}$ 的磁偶极

子称为纯粹的磁偶极子,其中 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{m}$ 分别为电偶极矩和磁偶极矩。通常情况下,并不严格去区分偶极子是物理的还是纯粹的,但事实上,它们的电场或磁场分布并不完全相同。将纯粹偶极子和物理偶极子的电磁场特性可视化模拟计算结果进行分析对比,有助于学生对偶极子特性的深入理解。

一个物理的电偶极子可以利用点电荷的电场叠加计算,而一个纯粹的电偶极子的电场可以通过其电势计算,选择坐标系使 $\mathbf{p}$ 位于原点并指向 z 轴方向,计算可得,纯粹的电偶极子的电场 $\mathbf{E}(r, \theta) = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta\hat{\mathbf{r}} + \sin\theta\hat{\boldsymbol{\theta}})$ 。图 2 给出了物理的和纯粹的电偶极子的电场二维分布图,可以看出,除了中心区域,二者的电场分布很相似,但在中心区域它们完全不同。也就是说,只有当 $r \gg d$,且 d 很小时,一个物理的电偶极子的电场才能有效地等效于一个纯粹的电偶极子的电场。

同样地,选择坐标系使 $\mathbf{m}$ 位于原点并指向 z 轴方向,可以得到纯粹的磁偶极子的磁场 $\mathbf{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2\cos\theta\hat{\mathbf{r}} + \sin\theta\hat{\boldsymbol{\theta}})$,形式上与纯粹的电偶极子完全相同。而物理的磁偶极子可以通过计算小的闭合电流的磁场给出,如图 3 所示,假设在 xy 平面上有一个半径为 a 的导线圆环载电流 I ,在球坐标下,其矢势可表示为^[11]

$$A_\phi(r, \theta) = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi' d\phi'}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ra\sin\theta\cos\phi'}}$$

因此可以求得磁场的分量为

$$\begin{cases} B_r = \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\sin\theta A_\phi) \\ B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \\ B_\phi = 0 \end{cases}$$

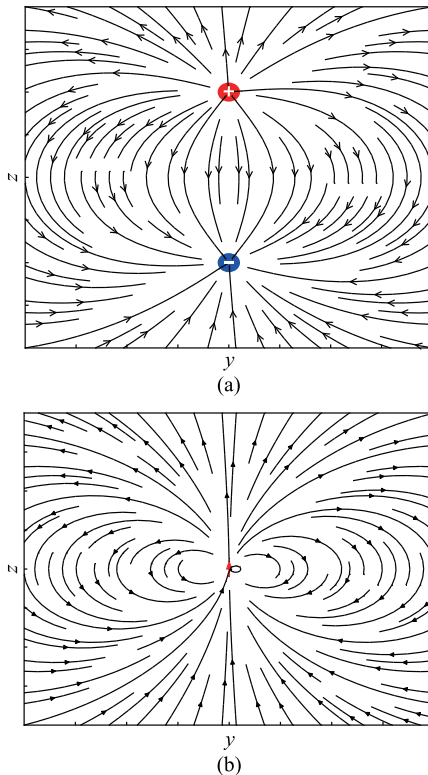


图 2

(a) 物理电偶极子电场二维分布图; (b) 纯粹的电偶极子电场二维分布图

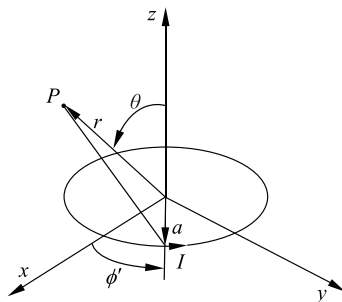


图 3 载流导线圆环示意图

利用 Python 编程,图 4 给出了物理的和纯粹的磁偶极子的磁场二维分布图。由图可以看出,纯粹的磁偶极子的磁场分布和纯粹的电偶极子的分布完全相同,正如前面所述,二者的场的公式形式上是一样的。除了中心区域,物理的磁偶极子和纯粹的磁偶极子的磁场分布很相似,但在中心区域它们完全不同。只有当距离 r 远远超出闭合电流环的大小时,磁偶极子才是电流环的合理近似。

1.3 偶极子的辐射特性

偶极子辐射是电磁波辐射理论的基础,利用 FuncAnimation 函数,将偶极子辐射随时间变化动态过程展现出来,对于学生深刻理解偶极子辐

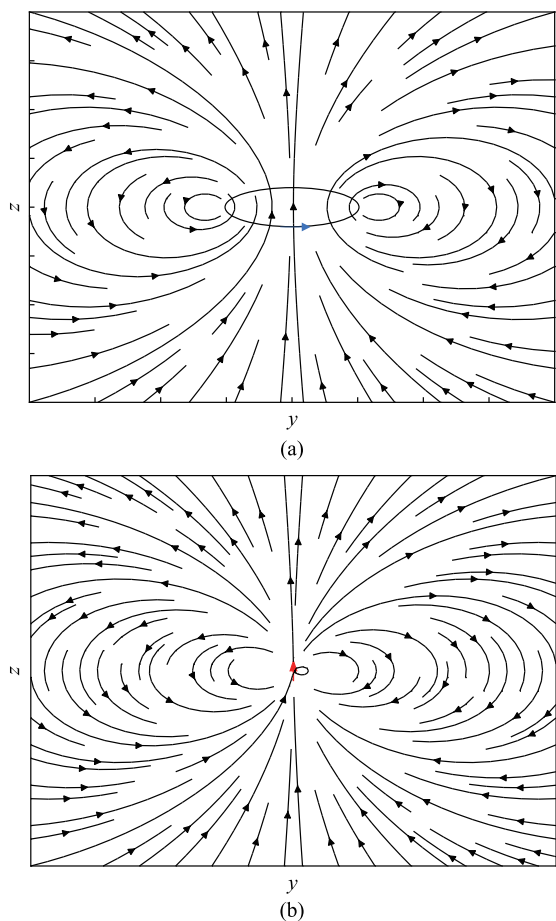


图 4

(a) 物理磁偶极子磁场二维分布图；(b) 纯粹的磁偶极子磁场二维分布图

射特性具有重要作用。

假设原点处有一振荡的电偶极子^[10]

$$\mathbf{p}(t) = p_0 \cos(\omega t) \hat{z}$$

其中, $p_0 = q_0 d$, d 为偶极子的长度。则当 $d \ll \lambda \ll r$ 时, 即纯粹的电偶极子的远场辐射区的场为

$$\mathbf{E} = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2}{4\pi} \left(\frac{\sin\theta}{r} \right) \cos \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \hat{\theta}$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2}{4\pi} \left(\frac{\sin\theta}{r} \right) \cos \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \hat{\phi}$$

对于纯粹的磁偶极子, 其远场辐射区的场和纯粹的电偶极子形式上完全相同, 不同的只是方向和电偶极子正好相反, 磁偶极子的 $\mathbf{B}$ 指向 $\hat{\theta}$ 方向, $\mathbf{E}$ 指向 $\hat{\phi}$ 方向, 即

$$\mathbf{E} = -\frac{\mu_0 m_0 \omega^2}{4\pi c^2} \left(\frac{\sin\theta}{r} \right) \cos \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \hat{\phi}$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 m_0 \omega^2}{4\pi c^2} \left(\frac{\sin\theta}{r} \right) \cos \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \hat{\theta}$$

由以上结果可以看出, 不论是电偶极子还是磁偶极子, 它们的电场和磁场都同相位, 彼此垂直, 且垂直于传播方向。在其等相位面上, 电场和磁场的大小不均匀, 在径向方向上, 按 $1/r$ 衰减, 为球面波, 在 r 很大时, 可近似为平面波。进一步, 通过计算, 可以得到纯粹的电偶极子和磁偶极子的强度分别为^[10]

$$\langle \mathbf{s} \rangle_{\text{电}} = \left(\frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 c} \right) \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\langle \mathbf{s} \rangle_{\text{磁}} = \left(\frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{32\pi^2 c^3} \right) \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

可以看出, 在辐射区电磁场正比于 $1/r$, 而强度正比于 $1/r^2$, 对球面积分后与球半径无关, 保证电磁能量可以传播到任意远处。根据以上结果, 可以看出纯粹的电偶极子和磁偶极子远场辐射特性具有相同的形式, 因此, 我们以纯粹的电偶极子为例, 利用 Python 编程对其电磁分布特性进行可视化模拟。

图 5(a)和(b)所示为不同时刻下的电场分布特性, 可以看出, 电场线是经面上的闭合曲线, 对应的磁感线应该为绕极轴的圆周。

由强度公式可以看出, 因子 $\sin^2 \theta$ 表示电偶极辐射的角分布, 即辐射的方向性, 在 $\theta = 90^\circ$ 的平面上辐射最强, 而沿电偶极子轴线方向没有辐射, 图 5(c)所示为电偶极子辐射强度的空间分布图。磁偶极子的空间分布和电偶极子相似, 但尺度相当的偶极子, 电偶极子的辐射强度大得多, 通常可认为电偶极子辐射起主要作用。

2 结论

本文通过研究和应用 Python 的可视化技术, 探索其在电动力学教学中的应用。通过可视化模拟电磁场分布和动态展示辐射特性, 让学生能够直观地观察和理解电动力学中的抽象概念和实际应用场景, 提高学生的学习兴趣和学习效果。通过合理设计教学案例, 例如在课堂上通过播放偶极子辐射动态视频等加深学生对相关问题的理解, 在课后通过和学生一起讨论相关代码的编写, 提升学生学习电动力学的兴趣, 教师可以充分利用 Python 的可视化技术, 打破传统教学的束缚, 提供更具交互性和趣味性的学习方式。基于 Python 的可视化技术在电动力学教学中具有广阔的应用前景。

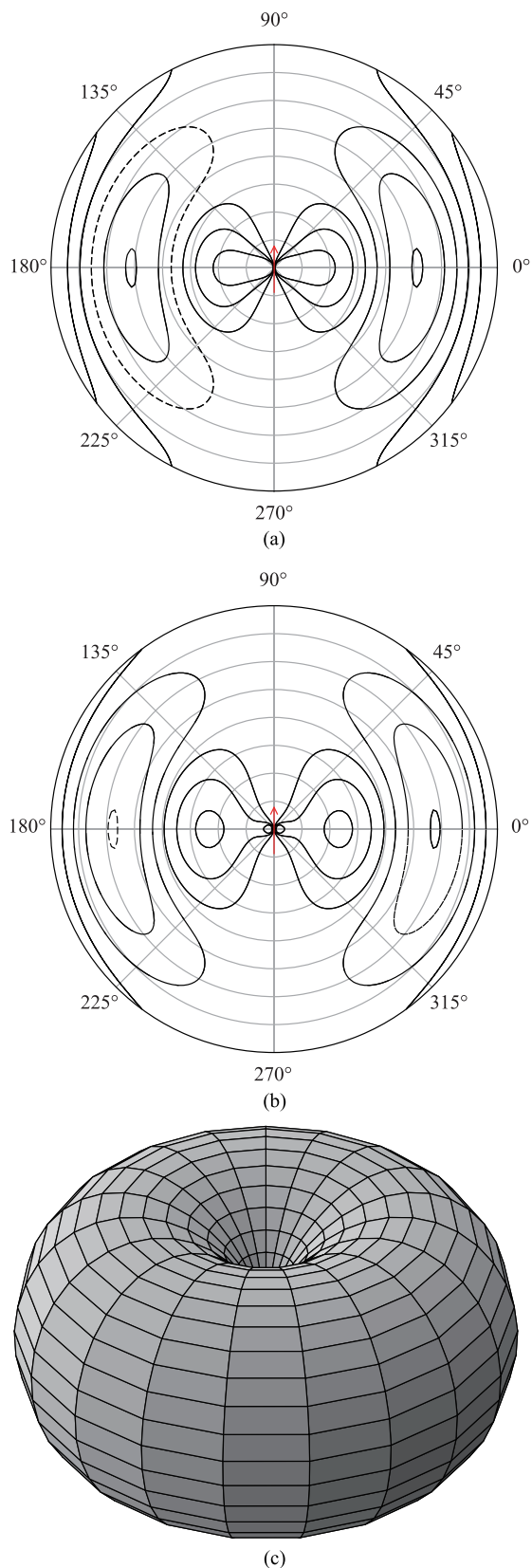


图 5

(a) 纯粹的电偶极子辐射的远场电场分布($\omega t=0$); (b) 纯粹的电偶极子辐射的远场电场分布($\omega t=4\pi/3$); (c) 纯粹的电偶极子辐射强度空间分布图

参 考 文 献

- [1] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 3版. 北京:高等教育出版社,2008.
- [2] 李佳伟,王婕,张中月,等. MATLAB在电动力学教学中的应用研究[J]. 物理通报,2017(6):15-19,23.
LI J W, WANG J, ZHANG Z Y, et al. Research on the application of MATLAB in the teaching of electrodynamics[J]. Physics Bulletin, 2017(6): 15-19, 23. (in Chinese)
- [3] 贺梦冬,陈葛锐,刘凌虹,等. 电动力学课程的 MATLAB 辅助教学探索与实践[J]. 物理通报,2021(1):11-14.
MENG H D, CHEN G L, LIU L H, et al. Exploration and practice on MATLAB aided teaching in electrodynamics course[J]. Physics Bulletin, 2021(1): 11-14. (in Chinese)
- [4] 唐军杰,王爱军,赵昆,等. MATLAB在电磁场可视化教学中的应用[J]. 物理与工程,2013,23(1):42-45,56.
TANG J J, WANG A J, ZHAO K, et al. Application of MATLAB in visual teaching of electromagnetic field[J]. Physics and Engineering, 2013, 23(1): 42-45, 56. (in Chinese)
- [5] 汪可馨. 基于 MATLAB 的矩形载流线圈磁场分布特征的仿真分析[J]. 物理与工程,2016,26(6):106-111,116.
WANG K X. The simulation analysis of the magnetic-field produced by rectangular coil based on MATLAB[J]. Physics and Engineering, 2016, 26(6): 106-111, 116. (in Chinese)
- [6] 周群益,莫云飞,周丽丽,等. 电场的 MATLAB 可视化方法[J]. 物理通报,2022(2):18-24.
ZHOU Q Y, MO Y F, ZHOU L L, et al. MATLAB visualization method of electric field[J]. Physics Bulletin, 2022 (2):18-24. (in Chinese)
- [7] 周鑫,李江珊,吴明和,等. 载流螺线环磁场的 MATLAB 仿真[J]. 物理通报,2019(1):40-42,48.
ZHOU X, LI J S, WU M H, et al. MATLAB simulation on magnetic field in current-carrying spiral ring[J]. Physics Bulletin, 2019(1): 40-42, 48. (in Chinese)
- [8] 马淑红,侯振,焦照勇,等. 基于 Python 的科里奥利力对物体运动影响的可视化模拟[J]. 物理与工程,2023,33(2): 81-87.
MA S H, HOU Z, JIAO Z Y, et al. Visualizing the coriolis effect on moving objects by numerical simulation based on python[J]. Physics and Engineering, 2023,33(2): 81-87. (in Chinese)
- [9] 宋碧雄,胡海云. 大学物理中 Python 的应用[J]. 物理与工程,2019,29(S1):64-68.
SONG B X, HU H Y. The application of python in university physics[J]. Physics and Engineering, 2019, 29(S1): 64-68. (in Chinese)
- [10] DAVID J. GRIFFITHS. 电动力学导论[M]. 3版. 贾瑜,胡行,孙强,译. 北京:机械工业出版社,2013.