

关于多缝衍射中“缺级”表述的分析与讨论

刘 力

(华中科技大学物理学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要 在大学物理教学中, 部分教材与教案为了描述多缝衍射中干涉条纹与衍射条纹的重叠, 将干涉极大与衍射极小重合时的现象表述为“缺级”, 即本应出现的干涉极大在衍射极小的作用下缺失了。然而, 干涉极大是否真的缺失了呢? 深入的分析与实验表明“缺级”这一表述主要是基于肉眼的观测, 是一种不太严格但形象的描述。从更为严谨的角度出发, 所谓“缺级”其实是衍射极小对干涉极大的“劈裂”, 使得原本的干涉极大发生分裂, 分裂后的强度变小, 宽度变窄, 从而在视觉上变得难以察觉。

关键词 光的干涉; 多缝衍射; 缺级

ANALYSIS AND DISCUSSION ABOUT THE EXPRESSION OF “MISSING ORDERS” IN MULTI-SLIT DIFFRACTION

LIU Li

(School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074)

Abstract In the teaching of college physics, some textbooks and lecture describe the overlapping of interference fringes and diffraction fringes in multi-slit diffraction by referring to the phenomenon of “missing orders” when the interference maximum coincides with the diffraction minimum. This means that the interference maximum that should appear is missing due to the effect of the diffraction minimum. However, is there really a lack of extreme intervention? In-depth analysis and experiments show that the expression “missing order” is mainly based on naked visual observation, which is a less rigorous but vivid description. From a more rigorous point of view, the so-called “missing order” is actually the “splitting” of interference maxima the minimal diffraction, causing the original interference maximum to split, resulting in a decrease in intensity and a narrowing in width, and making it difficult to detect visually.

Key words interference of light; multi-slit diffraction; missing order

在大学物理关于光干涉与衍射的教学中, 多数教材与教案采用如下方案: 先介绍杨氏干涉实验, 即缝宽可忽略时的双缝干涉现象, 得到光强的周期性分布规律, 然后再讨论单缝衍射, 即不再忽

略缝宽时的光强分布, 最后开展多缝衍射的讨论, 将多缝衍射接收屏上的光强公式写成干涉因子与衍射因子的乘积, 得到干涉条纹被衍射光强调制的结论^[1]。特别地, 若接收屏上某些本该出现干

收稿日期: 2021-08-24

作者简介: 刘力, 华中科技大学物理学院副教授, liuli157@hust.edu.cn。

引文格式: 刘力. 关于多缝衍射中“缺级”表述的分析与讨论[J]. 物理与工程, 2024, 34(1): 41-44.

Cite this article: LIU Li. Analysis and discussion about the expression of “missing orders” in multi-slit diffraction[J]. Physics and Engineering, 2024, 34(1): 41-44. (in Chinese)

涉极大的对应位置恰好也是衍射极小出现的位置,则该位置的光强为零,因此该处的干涉极大不再出现,将其称之为“缺级”现象^[2-5]。

本文通过对多缝衍射的光强公式开展分析,并对双缝衍射及光栅衍射实验现象进行细致观察,认为该干涉极大并非完全消失,而是被衍射极小劈成了两个较窄的新的极大,从而对所谓的“缺级”进行了更为准确与严谨的描述。

1 对“缺级”的分析

以双缝夫琅和费衍射为例进行说明,如图1所示,单色平行光入射两宽度为 a 的狭缝,缝间距为 d ,为了直观地展示其原理,利用单缝衍射和双缝干涉的特点对接收屏上的光强分布进行分析。

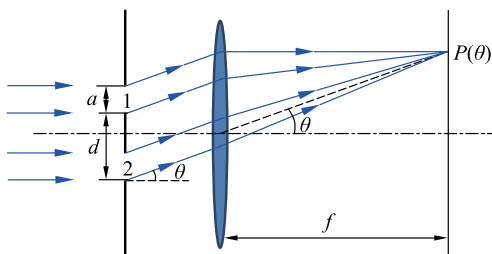


图1 双缝夫琅和费衍射示意图

根据单缝夫琅和费衍射的规律可知,单开一条狭缝时,屏上某点 $P(\theta)$ 处的电矢量振幅与光强分别为

$$E_1(\theta) = E_0 \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

$$I_1(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

其中, $\alpha = \pi a \sin\theta / \lambda$, λ 为入射光的波长, E_0 和 I_0 分别为单开一条缝时透镜光轴处的电矢量振幅与光强,可见不论缝的位置如何,其电矢量强度分布是相同的,衍射图案也是相同的。

如果两条狭缝同时打开,分别通过各缝衍射后在接收屏上某点的电矢量幅度是相同的,但是由于光程不同,两者存在一个相位差 $\Delta\varphi = 2\pi d \sin\theta / \lambda$,由干涉光强公式可得 $P(\theta)$ 处的光强为

$$I_2(\theta) = 4I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

很显然屏上的光强受到了两个因子的影响,其中一个为 $(\sin\alpha/\alpha)^2$,与缝宽 a 有关,称为衍射因子;

另一个为 $\cos^2(\Delta\varphi/2)$,与缝间距 d 有关,称为干涉因子。衍射因子的极大值出现在 $\theta=0$ 和 $a \sin\theta \approx \pm(2k+1)\lambda/2$ ($k=1,2,3,\dots$)处,极小值出现在 $a \sin\theta = \pm k\lambda$ ($k=1,2,3,\dots$)处;干涉因子的极大值出现在 $d \sin\theta = \pm k'\lambda$ ($k'=0,1,2,\dots$)处,极小值出现在 $d \sin\theta = \pm(2k'+1)\lambda/2$ ($k'=0,1,2,\dots$)处。可见干涉极大与衍射极小是均匀分布的。特别地,当 $d:a=k':k$ ($k=1,2,3,\dots; k'=0,1,2,\dots$)时,衍射极小会与干涉极大的位置重合,于是干涉极大被抑制,该干涉极大可能就难以被观察到,因此也就有了“缺级”的表述。

选取一个典型条件 $a=10\lambda, d:a=5$ 开展分析,将衍射因子与归一化的光强($I_2(\theta)/I_0$)画到一起。目前绝大多数教材均选用线性坐标,如图2所示,可见当 $\sin\theta=5\lambda/d$,即 $k'=5$ 时的干涉极大与 $k=1$ 的衍射极小重叠,导致该干涉极大几乎不可见。然而这仅仅是目测不可见,对于高灵敏度的仪器来说,该干涉极大将如何呈现呢?我们可以在纵轴采用对数坐标重画图2,如图3所示,可见 $k'=5$ 时的干涉极大并非完全消失,而是被 $k=1$

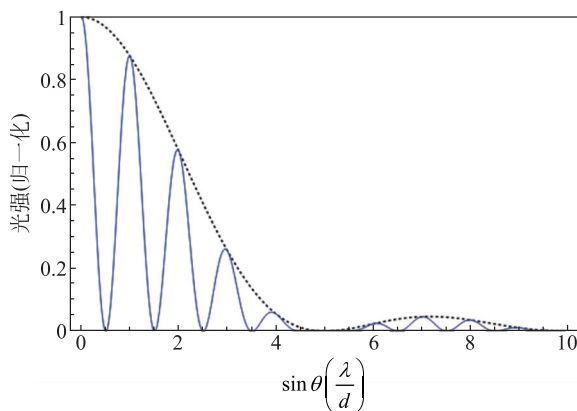


图2 衍射因子与归一化光强(线性坐标)

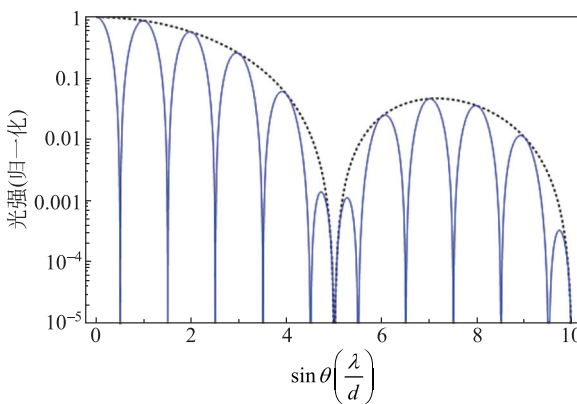


图3 衍射因子与归一化光强(对数坐标)

的衍射极小“劈裂”成了两个新的极大。

“缺级”这种表述其实是源于多缝衍射(光栅衍射)的实验现象。当缝的数量增加为 N 时,光强表达式中的干涉因子变为 $(\sin(N\beta)/\sin\beta)^2$,与双缝干涉相比,此时的干涉条纹不再等宽,亮度也不再均等,原干涉极大处仍为干涉极大,中心亮度也与双缝干涉相同,这些干涉极大的位置称为“主极大”。除此之外,干涉“主极大”之间还会出现 $N-2$ 个亮度较小,宽度也减半的极大,称为“次极大”。次极大的亮度与缝数负相关,因此在缝数足够多时,“次极大”的亮度极弱,在肉眼下几乎不可见。同时由于“次极大”的出现,“主极大”的宽度也被压缩到原来的 $2/N$ 。多缝衍射光强表达式中的衍射因子仍为 $(\sin\alpha/\alpha)^2$,若其极小位置与干涉中的“主极大”刚好重合,由于主极大的宽度被压缩了,在被衍射极大“劈裂”后,其亮度进一步降低,甚至不如“次极大”,因此也就有了“缺级”这一表述。图4为四缝衍射与双缝衍射的对比(灰色虚线),可见在衍射极小处,被“劈裂”的主极大亮度不及次极大,因此在观察中可认为主极大“缺失”。

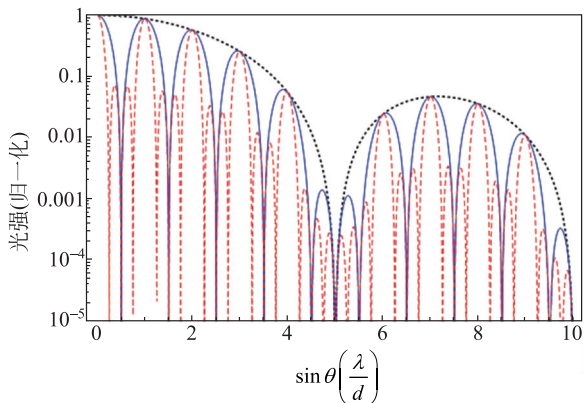


图4 四缝衍射与双缝衍射的对比

2 实验及现象

根据以上分析得知,所谓“缺级”,仅仅是干涉极大与衍射极小位置重合所造成的观测现象,其本质应该是干涉极大被衍射极小所“劈裂”。事实上,干涉极大的“劈裂”并非仅仅表现在理想化的图线中,在课堂演示实验中也可以看到明显的现象。演示实验所用光源为一台波长 532 nm 的半导体激光器,所用双缝衍射屏的缝宽 $a=20\mu\text{m}$,缝间距 $d=40\mu\text{m}$,得益于激光极高的亮度与极好的

平行性,可以无需透镜直接在屏上成像,为了使条纹分得更开,通常把教室墙面作为成像屏,“屏”与双缝之间的距离在 $2\sim 5\text{ m}$ 之间。

由于 $d/a=2$,因此 $k'=2$ 的干涉极大和 $k=1$ 的衍射极小重合,如采用“缺级”的说法,屏上的条纹应该大多是等间距分布,若假设中央最亮的条纹与邻近亮条纹之间的间距为 Δx ,则在 $\pm 5.5\Delta x$ 范围内应该共有 7 个亮条纹($k'=0, \pm 1, \pm 3, \pm 5$),从中央亮条纹往外侧数起第 1 个与第 2 个亮条纹之间的间距为 Δx ,其他相邻条纹之间的间距均为 $2\Delta x$,如图 5(a)所示。图 5(b)为我们观察到的双缝衍射图像,从实验现象看,在 $\pm 4.5\Delta x$ 范围内共有 15 个亮条纹,从中央亮条纹往外侧数起第 2 个与第 3 个亮条纹、第 5 个与第 6 个亮条纹相对较暗,宽度也较窄。该实验现象充分展现了第 3 个亮条纹并非完全缺失,而是被“劈裂”成了两个宽度与间距减小的新条纹。

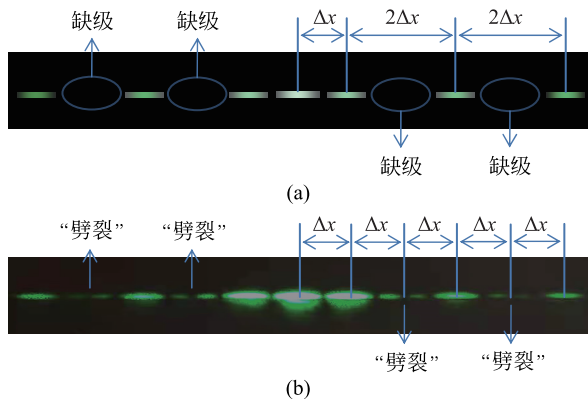


图5 双缝衍射条纹

(a) 引入“缺级”概念的预期条纹分布;(b) 演示实验实测条纹分布

如果我们在不改变缝宽余缝间距的条件下增加缝的数量 N ,则干涉极大将分为主极大与次极大,并且每个干涉极大的宽度会变窄,相邻主极大间的次极大的数目为 $N-2$,如果缝数足够多,则多缝就演变成了光栅,此时主极大变得非常窄,而且相邻主极大间的次极大数量非常多,在两者的综合作用下,被衍射极小劈裂的主极大亮度甚至不如次极大,因此也就几乎无法观察到它的存在,这也正是“缺级”概念的来由。图6为光栅($d:a=5$)衍



图6 光栅衍射条纹

射的演示实验图像,其中被衍射极小“劈裂”的主极大与其它主极大相比几乎不可见。

3 讨论

从以上分析和实验中可以看到,将来自于光栅衍射的“缺级”概念应用于缝数不够多的多缝衍射时,需要更为严谨,否则可能会出现一些争议。比如有如下练习题:已知接收屏与双缝间的距离 $D=50\text{cm}$,波长 $\lambda=480\text{nm}$,缝宽 $a=0.020\text{mm}$,缝间距 $d=0.10\text{mm}$,若衍射主极大中央包线中恰好有 11 条干涉明纹,该缝间距 d 应为缝宽 a 的多少倍?

此题的一种解法是套用“缺级”的概念,认为如果让 $k'=6$ 的干涉极大与 $k=1$ 的衍射极小位置重合,因此答案为 6 倍,这也是某习题集中的参考答案。但是仔细一想就会明白:如果要主极大中央包线中恰好有 11 条干涉明纹(此时的干涉明纹应指不考虑衍射效应时,相邻的两条亮度为零的线之间的条带),则应该让 $k'=5$ 的干涉极小与 $k=1$ 的衍射极小位置重合,如图 7 所示,所以准确的答案应该是 5.5 倍。

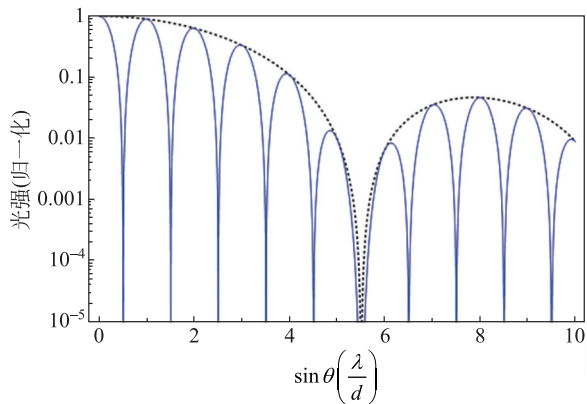


图 7 干涉极小与衍射极小重合示意

4 结语

本文所述“缺级”的概念源自实验现象,但是在教学中需要明确其物理本质,“缺级”不是干涉极大的消失。严谨地说,衍射极小的对干涉极大的作用不是简单的掩盖而是“劈裂”。此类细节问题在大学物理教学非常多,在具体实践过程中,可以通过展示对这些细节的处理来引导学生严谨治学,注重掌握知识获取的过程,由此激发学生的学习热情,提升学生的独立科学思维能力和探索精神。

参 考 文 献

- [1] 杨晓雪. 大学物理(下册)[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2016.
- [2] 许炳荃. 浅论双缝干涉中的缺级现象[J]. 物理教学, 1984, (7): 22-23.
Xu B Q. A brief discussion on the phenomenon of the missing orders in double-slit interference[J]. Physics Teaching, 1984, (7): 22-23. (in Chinese)
- [3] 卜庆亮. 简析双缝干涉中的缺级现象[J]. 商丘职业技术学院学报, 2008, (5): 82-84.
Bu Q L. Brief analysis on the phenomenon of the missing orders in double-slit interference[J]. Journal of Shangqiu Vocational and Technical College, 2008, (5): 82-84. (in Chinese)
- [4] 孙玉瑛. 大学物理习题指导书[M]. 天津: 南开大学出版社, 1996.
- [5] 吴百诗, 李存志, 郑建邦, 等. 大学物理学习题分析与解答[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.