

可视化劈尖干涉法测金属丝杨氏模量

奉勇辉 宋蕊 李泽昕 张安鑫 李延标 白忠

(陆军工程大学基础部, 江苏 南京 210007)

摘要 本文利用劈尖干涉法测量微小长度量, 对杨氏模量测定仪进行改进, 借助 CCD 视像系统增加仪器操作和读数的稳定性、精确性。本文的测量方法设计合理, 减小了塑性形变和形变的迟滞特性带来的影响。通过计算结果的误差分析可知, 本文的实验设计能精确地计算出金属丝的杨氏模量。该实验原理清晰, 装置简单易懂, 操作方便, 能满足对材料杨氏模量研究, 同时为微小长度量的测量提供了新的思路。本次实验设计也是对课堂教学的巩固与拓展, 在实验教学案例中具有很好的推广价值。

关键词 杨氏模量; 劈尖干涉; 微小量测量

MEASURING YOUNG'S MODULUS OF METAL WIRE BASED ON VISUAL WEDGE INTERFEROMETRY

FENG Yonghui SONG Rui LI Zexin ZHANG Anxin LI Yanbiao BAI Zhong

(Department of General Education, Army Engineering University of PLA, Nanjing, Jiangsu 210007)

Abstract The optic wedge interference method is used to measure the micro length in this paper. Utilizing the CCD video system will improve the stability and accuracy of instrument operation and readout, the Young's modulus tester is upgraded. A reasonable measuring method is intended to minimize the effects of plastic deformation and deformation hysteresis. The error analysis of the calculation results demonstrates that the experimental design in this paper can precisely calculate the Young's modulus of the metal wire. The experiment's theories and models are clear, the operation and measurement is convenient and simple to comprehend, which can satisfy the research into materials' Young's moduli and provide a novel concept for measuring micro length. In addition to consolidating and expanding classroom instruction, this experimental design also has a good promotion value in the experimental teaching.

Key words Young's modulus; optic wedge interference; micro length measurement

在外力作用下, 受力固体材料发生形变, 弹性模量是描述固体材料抵抗形变能力的物理量。各向同性材料的弹性模量包括拉压弹性模量 E 、剪切弹性模量 G 、体积弹性模量 K 、泊松比 μ 以及拉

梅弹性常数 λ 等^[1]。为了表征材料抵抗纵向弹性形变能力的大小, 英国物理学家托马斯·杨 (Thomas Young, 1773—1829) 提出: 在弹性限度内, 材料所受的应力与发生的应变之比是一个常

收稿日期: 2022-11-25

基金项目: 陆军工程大学教育教学研究重点课题(JCBZDJYJX2018)。

作者简介: 奉勇辉, 男, 讲师, 主要从事大学物理实验教学工作, 研究方向为理论物理, 1046240759@qq.com。

引文格式: 奉勇辉, 宋蕊, 李泽昕, 等. 可视化劈尖干涉法测金属丝杨氏模量[J]. 物理与工程, 2023, 33(5): 53-58.

Cite this article: FENG Y H, SONG R, LI Z X, et al. Measuring Young's modulus of metal wire based on visual wedge interferometry[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(5): 53-58. (in Chinese)

数,因此纵向弹性模量(正应力与线应变之比)也被称为杨氏模量^[2]。杨氏模量越大,表示材料越不容易发生形变。杨氏模量只与材料的固有特性有关,是选定材料力学性能的关键依据。特别在军事应用中如渡河架桥、防弹破甲,精确测量材料的杨氏模量就显得尤为重要。因此,杨氏模量的测量实验在当前军事院校的大学物理实验课程中的重要性是不言而喻的。同时它在培养学生掌握材料特性和测量理论、锻炼实践动手能力等方面具有非常重要的作用。

目前,杨氏模量的测量方法通常分为以下4种:静态拉伸法、动态共振法、梁弯曲法以及超声波测量法。其中静态拉伸法又可分为光学测量和电学测量两大类。动态共振法又可分为普通共振法、负载动态法、激光双光栅法等几类。梁弯曲法可分为激光光杠杆放大测量、单缝衍射法、霍尔传感器测量法及光纤布拉格传感器法等^[3]。当前在高校教学和拓展研究中,光学测量被大量研究:光杠杆法^[4]、莫尔条纹测量法^[5]、等厚干涉法^[6,7]、迈克耳孙干涉法^[8,9]、双缝干涉法^[10]、数字激散斑法^[11,12]、数字全息比较法^[13]、光纤传感器法^[14]、光栅衍射法^[15]等。其中干涉法具有很好的精度,但是光学拉伸法普遍存在实验装置稳定性低、钢丝伸长存在延迟导致误差、实验操作过于复杂等缺点^[3]。

本文将设计基于拉伸法并利用劈尖干涉法测量微小形变量,测金属丝杨氏模量的实验装置。我们首先在拉伸法的杨氏模量测定仪器的基础上,设计制作合适的劈尖,同时结合 JCD-3 型读数显微镜和 CCD 视像系统作为稳定的测量读数装置,设计合理的测量方法,测量微小形变量造成的劈尖干涉图样的变化,精确测量出金属丝的微小形变量,最后求出金属丝的杨氏模量。本实验设计巧妙,读数稳定、操作简便,推广性实用性强。

1 实验设计原理

设金属丝的原长为 L ,横截面积为 S ,沿长度方向施力 F 后,其长度改变 ΔL ,则材料单位面积上受到的垂直作用力 $\sigma = F/S$ 称为正应力,相对伸长量 $\epsilon = \Delta L/L$ 称为线应变。根据胡克定律,在弹性范围内,物体的正应力与线应变成正比

$$\frac{F}{S} = Y \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

式中比例系数 Y 即为材料的杨氏模量(单位:Pa 或 N/m^2),它表征材料本身的性质。杨氏模量 Y 与外力 F 、物体的长度 L 及横截面积 S 均无关。 Y 越大的材料,要使它发生一定的相对形变所需要的单位横截面积上的作用力也越大,由式(1)可知

$$Y = \frac{F/S}{\Delta L/L} \quad (2)$$

对于直径为 d 的圆柱形金属丝,可知其横截面积为 $\pi d^2/4$,则杨氏模量为

$$Y = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{4mgL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (3)$$

其中, ΔL 是金属丝的微小变化量,是一个小于毫米量级的微小长度,是实验测量的重点和难点。为了获得较高的测量精度,本实验采用劈尖干涉法对其进行测量。

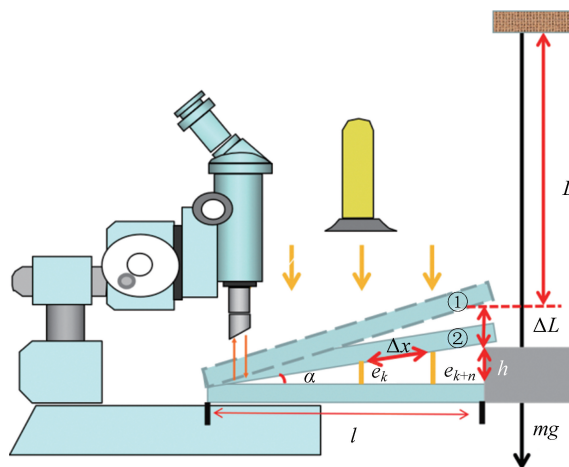


图1 劈尖干涉法测金属丝杨氏模量原理图

将两块光学玻璃板的一端叠合在一起,将上面的光学玻璃的一端搭载在金属丝下夹头上,则在两玻璃板间形成一空气劈尖(见图1)。当用单色光垂直照射时,在劈尖薄膜上下两表面反射的两束光发生干涉。其干涉条纹是一簇和两玻璃板交线平行且间隔相等的直条纹。

利用活动空气劈尖,其劈尖夹角随金属丝长度变化而变化,进而引起劈尖干涉条纹的变化,使干涉条纹的间距发生改变。通过测量干涉条纹宽度的变化可精确测量金属丝伸长量 ΔL 。以暗条纹间距为例,根据劈尖干涉理论,暗条纹与光程差的关系为^[2]

$$2e_k + \frac{\lambda}{2} = (2k + l) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

第 k 级暗条纹中心与 $k+n$ 级暗条纹中心对应的薄膜厚度差(即高度差)为

$$e_{k+n} - e_k = n \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

当金属丝在砝码重力作用下发生微小伸长 ΔL 时,砝码盘下端即上玻璃板距下玻璃板的垂直距离由 h_1 变为 h_2 ,由几何关系可知金属丝的伸长量

$$\Delta L = h_1 - h_2 = l(\tan\alpha - \tan\beta) \quad (6)$$

l 为劈尖夹角至金属丝的直线距离,又因劈尖夹角 α 、 β 都很小,所以可得

$$\begin{aligned} \tan\alpha &\approx \sin\alpha = \frac{n\lambda}{2x_1}, \\ \tan\beta &\approx \sin\beta = \frac{n\lambda}{2x_2} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 x_1 、 x_2 分别为初末状态下第 k 级暗条纹到第 $k+n$ 级暗条纹间距。利用式(3)将式(5)(6)(7)联立,可得金属丝的杨氏模量

$$Y = \frac{8mgL}{\pi d^2 n \lambda \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)} \quad (8)$$

2 实验设计与实现

本实验装置包括 JCD-3 型读数显微镜、钠灯、杨氏模量测定仪、数字拉力计、螺旋测微器、卷尺、游标卡尺,及光学玻璃 a、b。

1) 劈尖制作

如图 2 所示,将劈尖设置在杨氏模量测定仪的下夹头的实验平台上;准备两块光学玻璃 a、b,规格分别为 $150\text{mm} \times 20\text{mm} \times 4\text{mm}$, $130\text{mm} \times 20\text{mm} \times 4\text{mm}$ 。将长度为 150mm 的玻璃 a 固定在实验平台上,将长度为 130mm 的玻璃 b 一端置于实验平台在金属丝下夹头处,另一端与玻璃 a 相接形成劈尖;在 a、b 光学玻璃接触点后面,用橡胶圈套在 a 支撑 b 的末端,避免 b 产生向后相对滑动。劈尖的初始夹角的大小可通过拉力计施加拉力调节夹头高度进行微调,达到形成清晰劈尖

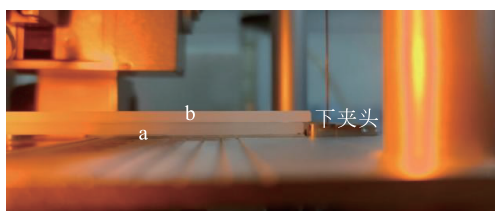


图 2 劈尖

干涉的合适角度。

2) 装置搭建

如图 3 所示,将杨氏模量测定仪置于水平桌面,连接数字拉力计为金属丝提供拉力;在金属丝下夹头的实验平台放置劈尖, JCD-3 型读数显微镜连接 CCD 视像系统,放置读数显微镜使其物镜在待观测劈尖的正上方;将钠灯置于装置一侧,使光源最亮的部分照在劈尖位置。

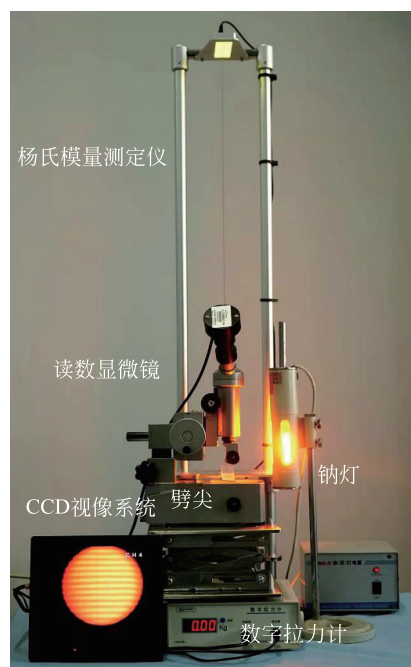


图 3 实验装置图

3) 实验测量

(1) 调整读数显微镜。首先,打开数字拉力计和钠灯开关,预热 10 分钟。调节钠灯光源的高度和方向;调整读数显微镜物镜下方的半反半透镜,使读数显微镜内视场最亮。调节目镜聚焦,使十字交叉丝清晰。

(2) 调整劈尖厚度。缓缓调节旋转数字拉力计的施力螺母,给金属丝施加预拉力,使金属丝拉直并且调整劈尖夹角,使干涉条纹清晰、条纹间距适中,以便于测量暗条纹条数;同时调整读数显微镜的焦距,观察 CCD 视像中的干涉图样,直至一个清晰稳定的干涉图样为止;最后将数字拉力计调零。

(3) 测量微小伸长量。缓慢旋转施力螺母,逐渐均匀增加金属丝拉力,每次增加 0.20kg ,须等待读数稳定后,转动读数显微镜的读数手轮,测出相邻 20 条干涉暗条纹间距 Δx_i ,取不同位置测两组暗

条纹间距;重复以上步骤,共施加拉力 8 次,直到增加至数字拉力计读数为 1.40kg;注意在每次增加拉力都需调整读数显微镜焦距使干涉条纹清晰。

(4) 测量其他物理量。取金属丝不同位置不同方向,利用螺旋测微器测量其直径 d 。利用卷尺测量金属丝在施加预拉力后的原长 L 。利用游标卡尺测量劈尖夹角到金属丝下夹头的距离 l 。

(5) 测量完毕。放松施力螺母,使金属丝自由伸长,并关闭数字拉力计与钠灯。

3 数据处理及分析

表 1 和表 2 分别为金属丝杨氏模量测量数据记录表和在拉力作用下($n=20$ 条)干涉暗条纹间距的测量数据。

令 $\delta_i = \left(\frac{1}{\Delta x_i} - \frac{1}{\Delta x_{i+4}} \right)$ 则实验的最终测量公式为

$$Y = \frac{8mgL}{\pi d^2 n \lambda l \delta} \quad (9)$$

用逐差法计算相差 4 次施力, δ_i 的平均值

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4}{4} = 0.125(\text{mm}^{-1})$$

钢丝直径 d 的平均值

$$\bar{d} = \frac{1}{6}(d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6) - d_0$$

$$= 0.634(\text{mm})$$

计算不确定度,每个测量量的不确定度需要

分情况处理,中间过程多保留一位小数。

(1) 金属丝直径使用螺旋测微器多次测量,需分别计算 A 类和 B 类不确定度。

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d})^2}{6-1}} = 0.0079(\text{mm})$$

$$u_j = \frac{\Delta_{inst}}{k} = \frac{0.004}{3} = 0.0013(\text{mm})$$

查常用误差分布与置信因数对应表可知^[2],螺旋测微器近似服从正态分布, $k=3$ 。由此可得钢丝直径 d 的总不确定度为

$$\sigma_d = \sqrt{S_d^2 + u_j^2} \approx 0.0080(\text{mm})$$

(2) 用类似方法计算 $\bar{\delta} = \left(\frac{1}{\Delta x_i} - \frac{1}{\Delta x_{i+4}} \right)$ 的 A 类和 B 类不确定度

$$S_\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (\delta_i - \bar{\delta})^2}{4-1}} = 0.0026(\text{mm}^{-1})$$

查常用误差分布与置信因数对应表可知,读数显微镜近似服从正态分布, $k=3$,读数显微镜极限误差约为分度值的 1/2,即 $\sigma_x = \pm 0.005\text{mm}$ 。因此由 $f(x) = 1/\Delta x$ 对应的 B 类不确定度为

$$\Delta_{inst} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{\Delta x^2} \right)^2 \sigma_x^2}$$

$$= 0.0016,$$

$$u_j = \frac{\Delta_{inst}}{k} \approx 0.0005(\text{mm}^{-1})$$

表 1 金属丝杨氏模量测量数据记录表

金属丝原长 $L=72.81\text{cm}$;劈尖长度 $l=126.1\text{mm}$

金属丝直径测量数据(螺旋测微器初读数 0.181mm)							
测量次数	1	2	3	4	5	6	平均值
直径(d/mm)	0.830	0.812	0.810	0.810	0.811	0.818	0.815
							修正值
							0.634

备注:修正值=平均值-初读数。

表 2 在拉力作用下($n=20$ 条)干涉暗条纹间距的测量数据

序号 i	1	2	3	4	5	6	7	8
拉力 $m_i(\pm 0.05)/\text{kg}$	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40
$\Delta x_1/\text{mm}$	2.680	2.890	3.221	3.590	4.060	4.530	5.352	6.391
$\Delta x_2/\text{mm}$	2.690	2.873	3.218	3.589	4.090	4.541	5.341	6.380
$\Delta x_3/\text{mm}$	2.680	2.881	3.228	3.572	4.080	4.531	5.350	6.371
平均 Δx_i	2.683	2.881	3.222	3.584	4.077	4.534	5.348	6.381
$\delta_i = \left(\frac{1}{\Delta x_i} - \frac{1}{\Delta x_{i+4}} \right)$	0.127	0.127	0.123	0.122				

由此可得, δ 的总不确定度为

$$\sigma_{\delta} = \sqrt{S_{\delta}^2 + u_j^2} \approx 0.0026(\text{mm})$$

(3) λ 的标准不确定度: 钠黄光有 589.59nm 和 589.00nm 两种波长的谱线, 而在处理数据时, 我们用 $\bar{\lambda} = 589.30\text{nm}$, 可以由 λ 的最大允差 0.3nm 来计算 λ 的标准不确定度

$$\sigma_{\lambda} = \frac{0.3}{\sqrt{3}} = 0.17(\text{nm})$$

最终实验结果, 由式(9)得金属丝杨氏弹性模量的最近似真值为

$$Y = \frac{8mgL}{\pi d^2 n \lambda \delta} = 1.95 \times 10^{11} (\text{N/m}^2)$$

由不确定度理论知, 杨氏模量平均值的相对不确定度为

$$E_{\bar{Y}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\delta}}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2} \approx 4\%$$

杨氏模量的不确定度为

$$\sigma_{\delta} = \bar{Y} \cdot E_{\bar{Y}} = 1.95 \times 10^{11} \times 4\% \approx 0.08 \times 10^{11}$$

最终, 金属丝杨氏模量测量结果可表示为:

$$\begin{cases} Y = \bar{Y} \pm \sigma_{\bar{Y}} = (1.95 \pm 0.08) \times 10^{11} (\text{N/m}^2) \\ E_{\bar{Y}} = 4\% \end{cases}$$

4 结语

本文通过测量干涉条纹间距的变化测量微小形变量的大小, 从而测得金属丝杨氏模量。该方法原理清晰, 设计精巧; 读数望远镜的精度达到 10^{-5}m , 实验结果准确性较高; 借助 CCD 视像系统读数不仅使读数便捷, 同时也减小人为因素对干涉平台的影响, 显著增加仪器操作的稳定性。实验的测量采用逐步均匀适中的施力, 多组读数, 多次测量的方法, 减小了金属丝材料发生塑性形变得可能和形变的迟滞特性带来的影响, 同时减小单次施力可能造成的人为因素的不稳定性。最后, 从计算结果对比学校本科学员采用光杠杆放大法测得实验数据的统计(相对不确定度在 5%~10%之间, 平均相对不确定度约 6.2%, 最佳结果的相对不确定度约 5%), 可以认为本次利用劈尖干涉对杨氏模量测定仪的改进, 为微小量的测量提供了新的思路, 确实提高了杨氏模量测量的精

度。同时, 本次实验设计也是对课堂教学的很好巩固和拓展, 完成了从理论知识到实验学习, 再到实践拓展的学习闭环, 在课堂实验教学中具有很好的教学推广价值。

目前世界上比较先进的几款坦克, 比如豹 2A6、M1A2SEP 等, 炮塔正面防穿甲能力大概在 600~700 毫米范围。我国 99A 坦克防护力在 1000 毫米范围。这得益于其新型复合装甲。复合装甲是由几种物理性能不同的材料, 按照一定的层次比例复合而成, 依靠各层材料之间物理性能的差异来干扰来袭弹丸(射流)的穿透, 消耗其能量, 最终达到阻止弹丸(射流)穿透的目的。复合装甲的性能受很多参数影响, 其中弹性模量对材料性能的影响尤为突出。为了检验本实验设计方案的实用性和有效性, 我们计划在后续的研究中, 测量我国 99A 坦克的复合装甲的弹性模量。

参 考 文 献

- [1] 刘建林, 夏热. 托马斯·杨之力学贡献[J]. 力学与实践, 2011, 33(3): 84-86.
LIU J L, XIA R. Thomas Yang's contribution to mechanics [J]. Mechanics and Practice, 2011, 33(3): 84. (in Chinese)
- [2] 白忠, 李延标, 林上金. 大学物理实验[M]. 7 版. 北京: 高等教育出版社, 2018.
- [3] 段阳, 杨浩林, 伍泓锦, 等. 杨氏弹性模量测量实验综述[J]. 物理与工程, 2020(3): 89-102.
DUAN Y, YANG H L, WU H J, et al. Summary of Young's elastic modulus measurement experiment[J]. Physics and Engineering, 2020, 30(3): 89-102. (in Chinese)
- [4] 黄菊, 梁小冲. 拉伸法测钢丝杨氏模量实验仪器的改进[J]. 实验科学与技术, 2018, 16(5): 178-184.
HUANG J, LIANG X C. Improvement of tensile method for measuring Young's modulus of steel wire[J]. Experimental Science and Technology, 2018, 16(5): 178-184. (in Chinese)
- [5] 魏群梅, 孟德迎, 何立志. 双光栅在不同夹角下测量杨氏模量的实验研究[J]. 大学物理实验, 2017, 36(8): 41-45.
WEI Q M, MENG D Y, HE L Z. Experimental study on measuring Young's modulus with double gratings at different angles[J]. University Physics Experiment, 2017, 36(8): 41-45. (in Chinese)
- [6] 赖学辉, 梁咏棋, 苏文青, 等. 利用等厚干涉测量钢丝的杨氏模量[J]. 大学物理实验, 2019, 32(1): 50-52.
LAI X H, LIANG Y Q, SU W Q, et al. Measurement of Young's modulus of steel wire using equal thickness interference[J]. College Physics Experiment, 2019, 32(1): 50-52. (in Chinese)

- [7] 许巧平.劈尖干涉法测量金属丝杨氏模量[J].大学物理, 2016,35(4):30-32.
XU Q P. Measurement of Young's modulus of metal wire by wedge interference[J]. University Physics, 2016, 35(4): 30-32. (in Chinese)
- [8] 李儒颂,叶文江.金属丝杨氏模量测量装置的设计[J].大学物理实验,2014,27(5):51-53.
LI R S, YE W J. Design of measuring device for Young's modulus of metal wire[J]. College Physics Experiment, 2014, 27(5): 51-53. (in Chinese)
- [9] 徐勋义,张祖豪,刘子健,等.基于迈克耳孙干涉的金属丝杨氏模量测量[J].物理实验,2016,36(9):19-22.
XU X Y, ZHANG Z H, LIU Z J, et al. Measurement of Young's modulus of metal wire based on Michael Sun's theory[J]. Physical Experiment, 2016, 36(9): 19-22. (in Chinese)
- [10] 方运良,崔娟,朱伟玲.双缝干涉法测量金属的杨氏模量[J].物理实验,2014,34(1):37-39.
FANG Y L, CUI J, ZHU W L. Measurement of Young's modulus of metals by double-slit interferometry[J]. Physical Experiment, 2014, 34(1): 37-39. (in Chinese)
- [11] 汪涛,蔡小龙,李远,等.数字激光散斑法测量杨氏弹性模量的实验设计[J].激光与红外,2017,47(10):1201-1204.
WANG T, CAI X L, LI Y, et al. Experimental design of measuring Young's modulus of elasticity by digital laser speckle method[J]. Laser and Infrared, 2017, 47(10): 1201-1204. (in Chinese)
- [12] 韩艳娇,刘宪.利用数字散斑照相术测量金属丝杨氏模量[J].河南科学,2016,34(11):1884-1888.
HAN Y J, LIU X. Measuring the Young's modulus of metal wire by digital speckle photography[J]. Henan Science, 2016, 34(11): 1884-1888. (in Chinese)
- [13] 严琪琪,陈彦,胡湘,等.数字全息比较法测量铝板的杨氏模量[J].大学物理,2018,37(10):25-29.
YAN Q Q, CHEN Y, HU X, et al. Measurement of Young's modulus of aluminum plate by digital holographic comparison method[J]. College Physics, 2018, 37(10): 25-29. (in Chinese)
- [14] 叶天明,周颖东,潘宁,等.用光纤传感器测量金属丝的杨氏模量[J].物理实验,2015,35(12):36-38.
YE T M, ZHOU Y D, PAN N, et al. Measurement of Young's modulus of metal wire using optical fiber sensor[J]. Physical Experiment, 2015, 35(12): 36-38. (in Chinese)
- [15] 孟赞,邓文浩,秦鹏程,等.基于光栅衍射的弹性模量小角度测量[J].物理实验,2017,37(6):54-57.
MENG Y, DENG W H, QIN P C, et al. Small angle measurement of elastic modulus based on grating diffraction[J]. Physical Experiment, 2017, 37(6): 54-57. (in Chinese)