

前沿物理与工程

量子电子的经典轨道和黑洞熵的微观起源

孙宇轩 曾定方

(北京工业大学理学部, 北京 100124)

开放评审人: 高思杰(北京师范大学) 吴洁强(中国科学院理论物理研究所)

摘要 平方反比力驱动的一维振荡问题出现在物理学中两个非常重要的场合, 即氢原子电子波函数的经典轨道解读和自引力塌缩球体的牛顿力学描述。流行观点认为这两个场合分别牵涉到“轨道概念不真实”和“牛顿力学不适用”的因素而放弃了对这个问题的深入探讨。本文指出, 氢原子电子的经典轨道不仅真实而且对我们从根本上理解黑洞拥有非平庸内部结构和面积律特征的熵有非常重要的帮助。依赖于对量子化波函数的经典解释, 这种内部结构可以理解黑洞内容物在视界内以原点为中心的对穿振荡模式, 也可以理解为它们在无视界界面内部体积的带洞空间中以视界面为边界的对穿振荡模式。

关键词 平方反比力场; 奇异振荡; 量子现象的经典对应; 广义相对论的牛顿对应

CLASSIC ORBIT OF QUANTUM ELECTRON AND THE ORIGIN OF BLACK HOLE ENTROPY

SUN Yuxuan ZENG Dingfang

(Faculty of Science, Beijing University of Technology, Beijing 100124)

Abstract The question of one-dimensional oscillation driven by inverse square forces arises in two important scenarios in physics: the classical orbital interpretation of hydrogen atom electron wave functions and the Newtonian mechanical description of self-gravitating collapsing spheres. The popular viewpoint suggests that these two scenarios involve issues of “unrealistic orbital concepts” and “inapplicability of Newtonian mechanics” respectively, leading to a lack of in-depth exploration of this problem. This paper argues that the classical orbits of hydrogen atom electrons are not only real but also crucial in fundamentally understanding the area law featured entropy of black holes and their nontrivial internal structures. Depending on the classical interpretation of quantized wave functions, this internal structure can be understood as oscillatory modes of black hole matter contents over crossing the central point, or as oscillatory modes of those matters across the horizon surface itself with the inner space cut out completely.

Key words inverse square law force field; exotic oscillation; classic correspondence of quantum phenomena; Newtonian correspondence of general relativity

收稿日期: 2023-05-11

基金项目: 本研究工作受国家自然科学基金 NSFC-11875082 的支持。

作者简介: 曾定方, 男, 北京工业大学副教授, 主要研究方向为 String Theory and M-theory 和物理教育, dfzeng@bjut.edu.cn。

引文格式: 孙宇轩, 曾定方. 量子电子的经典轨道和黑洞熵的微观起源[J]. 物理与工程, 2023, 33(3): 103-114.

Cite this article: SUN Y X, ZENG D F. Classic orbit of quantum electron and the origin of black hole entropy[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(3): 103-114. (in Chinese)

1 物理源起

量子电子的经典轨道和黑洞熵微观起源的半经典解读是两个典型的教科书水平物理问题,流行的观点普遍认为它们不可能有说得通的答案,持这种观点的教科书和参考文献非常多。为避免打击同行,我们在本文中不对这些文献给出明显的引用,而是将核心引文局限于作者本人的研究^[1-6],跟这些研究在特定问题上持类似看法的另外三篇论文^[7-9]以及关于 Einstein-Ritz 争论的一篇历史文献和现代综述^[10,11],当然还有作为本文前传的另一篇教学研究^[12]。

对前者,人们认为量子粒子根本就没有轨道概念或者不允许轨道解读,类似氢原子核外电子这样的对象必须而且只能使用波函数和电子云图像进行描述。这种描述的必要性源于氢原子作为一个中性对象是稳定的这一客观事实,如果核外电子看作一个拥有轨道的经典对象,其向心加速度必然导致持续的电磁辐射和能量损耗而坠入原子核中。因此,核外电子的经典轨道图像跟电动力学的基本原理之间存在矛盾,避免矛盾的唯一出路是放弃轨道图像,代之以波函数概念和电子云图像。然而本文希望阐明的是,核外电子的量子波函数不仅允许轨道解读,而且这些轨道还都是一些平方反比力驱动的一维直线,是它们角度指向的不确定性导致了一个有效的三维图像。

对后者,人们认为将黑洞熵理解为其内容物运动模式的多样性明显属于在牛顿引力禁区内开展的以牛顿引力为基础的研究。譬如视界内部时空观念的变化和牛顿引力定律的失效将使得,对黑洞内容物在其中运动模式的探讨完全就是一个毫无意义的无知行为。然而本文将指出的是,对黑洞内容物的视界内运动,广义相对论和牛顿引力理论的运动方程数学形式完全相同,动力学本质都是平方反比力驱动下的一维振荡,二者唯一的差别在于物理解释。

事实上,平方反比力驱动的一维振荡运动不仅是一个定义良好的数学问题,而且有普遍的物理适用场景。对理解类氢原子电子波函数的经典

轨道图像和黑洞熵的微观起源和其内容物的经典/半经典运动有非常重要的价值。因此在本文中,我们将抛弃将这个问题认定为理论禁区的做法,从纯经典和非相对论角度细致地讨论平方反比力驱动下的一维振荡运动及其量子力学和相对论解读。论文的核心思想在研究论文^[1-6]中已正式发表过,在此以中文形式二次发表的动机主要是希望激发普通物理水平的教学研究讨论以及面向物理学大同行的普及推广。

2 数学内核

在牛顿力学框架内,当考虑氢原子核外电子直线轨道运动或者自引力塌缩球体内部跟球体同步的任意代表性球层的运动时,我们面对的本质上是同一个问题,即平方反比力驱动的检验粒子一维运动学问题。这个问题在数学上是良好定义的,即下述常微分方程求解问题

$$\text{已知: } m\ddot{x}(t) = -\frac{k}{x^2(t)} \text{ 或 } \frac{p^2}{2m} - \frac{k}{x(t)} = \epsilon \quad (1)$$

$$\text{其中 } p \equiv m\dot{x}, \epsilon < 0 \text{ 为常数} \quad (2)$$

$$\text{问: } x(t) \text{ 函数长啥样?} \quad (3)$$

$$\text{在氢原子核外电子轨道运动情形 } k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

(暂且假定轨道角动量为零,后面会说明,即便轨道角动量量子数不为零,此式也无需修改),而在球对称星体的自引力塌缩情形 $k = GMm$, M 是代表球层更靠近引力中心的球体内容物和代表球层自身的总质量,而 m 则仅仅是代表球层自身的质量。方程(1)中“或”后面的部分是其前面部分的一次积分,我们在下面引用该方程时绝大多数情况下指的是这个一次积分。和线性回复力驱动的简单谐振子不同,平方反比力驱动的检验粒子运动方程(1)无法通过解析积分得出显式的振荡函数 $x(t)$,但这并不意味着平方反比力驱动的检验粒子不能做周期性往复运动。

根据运动方程(1),我们在图 1 中绘制了检验粒子轨道运动的示意图和描述其运动特征的 $\{x, \dot{x}\}$ 相图,从相图中很容易看到在靠近力场中心点

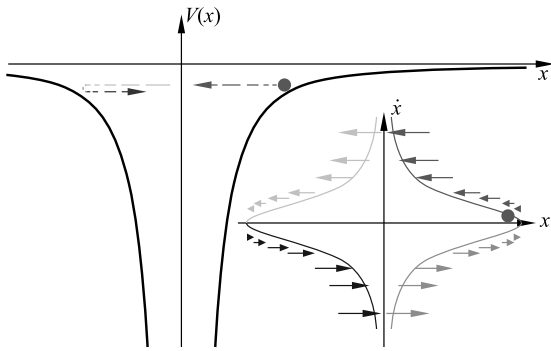


图1 平方反比力场中检验粒子的运动及其 $\{x, \dot{x}\}$ 相图, 在力场中心点上粒子的速度是发散的, 粒子将以无穷大的速度穿过中心点进入力场的另一侧然后减速并准备回归和下半个周期的振荡, 图中的系列灰色箭头示出了检验粒子运动速度大小和方向的变化

的地方, 粒子速度趋向无穷大, 因此它们将以无穷大的速度(较真的读者需要把此处的速度理解为坐标速度而非特定观测者测量到的物理速度)穿过那一点而进入力场的另一侧然后减速并准备回归和下半个周期的运动。虽然我们不能通过对方程(1)的解析积分求出显式的运动函数 $x(t)$, 但可以求出 $x(t)$ 的反函数, 即

$$t(x) = \frac{k\sqrt{m} \arcsin\left[\left(1 + \frac{x\epsilon}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{\sqrt{2}(-\epsilon)^{3/2}} - \frac{\sqrt{mx}(k+x\epsilon)}{\sqrt{2}\epsilon} \quad (4)$$

由于在从方程(1)导出这个表达式时, 求平方根操作中的符号选择原因, 这个表达式只能描述检验粒子在从偏离中心最远处到中心点 $1/4$ 周期内的运动, 剩下 $3/4$ 周期内的运动函数需要在计算平方根时做相反的符号选择, 或者直接从式(4)的跨原点延拓才能得到, 用字母 T 表示振荡运动的时间周期, 则一个完整周期的运动函数可使用参数化形式表示如下

$$\{t, x\} \equiv \begin{cases} \{0 + t(x), +x\}, & 0 < t \leq \frac{T}{4} \\ \{\frac{T}{2} - t(x), -x\}, & \frac{T}{4} < t \leq \frac{T}{2} \\ \{\frac{T}{2} + t(x), -x\}, & \frac{T}{2} < t \leq \frac{3T}{4} \\ \{T - t(x), +x\}, & \frac{3T}{4} < t \leq T \end{cases} \quad (5)$$

$$T = \frac{k\sqrt{m}}{\sqrt{2}(-\epsilon)^{3/2}} \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

这里的 $t(x)$ 函数表达式由式(4)给出, 图2绘制了 $1 + \frac{3}{4}$ 个周期的参数化运动函数。

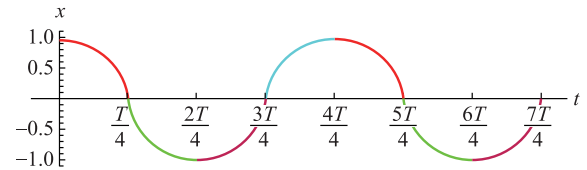


图2 全周期延拓参数化 $\{t(x), x\}$ 曲线, 根据表达式(4)~(5)绘制, 曲线过零点即 $t = (n \pm \frac{1}{4})T$ 的地方斜率为无穷大, T 为振荡运动的周期

从图2可以看到, 尽管力场中心是驱动力的奇点因而也是相应微分方程(1)的奇点, 检验粒子跨过该点的速度会出现无穷大, 但该点两侧的运动函数是光滑连接的。物理上这意味着检验粒子在该点两侧做连续光滑的往复运动, 它越过该点的行为是完全正规的。为了突出这种往复运动跟简单谐振子运动的差异, 我们将把这种奇异力场驱动的振荡称作奇异振荡。作为一个简单科普, 我们在这里提醒读者, 谐和振荡一词中“谐和”二字的含义是指轨道函数的二阶时间导数跟轨道函数本身成正比即 $\ddot{x}(t) \propto -x(t)$ 。奇异振荡相对谐和振荡的“不谐和”仅仅是破坏了这一条件, 而非运动函数本身包含什么奇异性。事实上正如图2所示, 平方反比力驱动的奇异振荡, 其运动函数是光滑的, 它是一个带奇异性的运动方程的正规解, 解本身不含奇异性。奇异振荡这个名词中“奇异”二字强调的仅仅是驱动力场的奇异性而非运动函数或者运动轨道的奇异性。

3 氢原子电子波函数的经典轨道解读

认为原子核外电子的轨道模型不正确几乎是量子力学中一个已成共识的结论, 原因是绕核旋转的电子会因为加速度不为零而辐射电磁波, 从而导致轨道衰变及电子坠入原子核的灾难性后果, 换句话说, 这种理论模型描述的原子无法维持稳定。本文目的并非要推翻量子力学发展过程中人们已形成的共识, 但并不回避对量子波函数允

许经典轨道描述这一观点的批评,前提当然是给出正确的轨道描述。

首先,我们指出,传统上人们大力批评或认为不可接受的那种轨道图像包含一个重要错误,即认为那些轨道是以原子核为中心或焦点的一些圆或椭圆,这是一个极大错误。量子波函数所描述核外电子的经典轨道是一些通过核正电中心的直线而非圆或椭圆轨道,由于我们无法确定电子到底在哪条直线上振荡,所以只能接受通过正电荷中心的每一条直线都可能。这意味着我们拥有一个由大量径向轨道形成的轨道系统,这个系统的不同成员在角度方向被实现的概率差异对应各种不同角动量量子数的球谐函数 $Y_{lm}(\theta, \phi)$, 参考图 3。

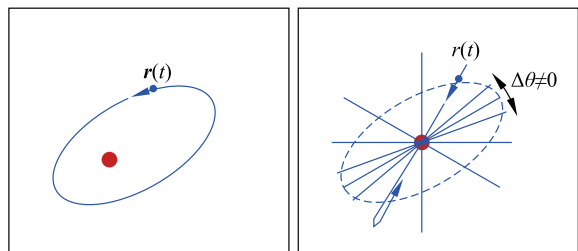


图 3 传统上认为核外电子不允许经典轨道描述的那些人以为电子轨道是以一些原子核为焦点的椭圆,但量子力学波函数所描述电子的经典轨道是一些过原子核中心的直线,电子在不同直线上被测到的概率不同意味着它处于不同的角动量模式,右图中的虚线圈是电子被测概率极大值位置空间分布的一个示意

对一个球状正电荷原子核,控制 $Y_{lm}(\theta, \phi)$ 函数形式的不是特定动力学机制,而是一定程度上完全由测量者偏好设定或选择的正交函数族。与此形成鲜明对比的是,核外电子的经典轨道运动为平方反比力驱动奇异振荡的事实决定了波函数径向因子的函数形式。由于在经典直线轨道的两端,电子的速度为零,因此它们在那里停留的时间相对在轨道中间的其他位置更长。图 3 中那些椭圆是我们在无法确定这些电子到底沿哪条直径运动情况下使用其速度为零因而出现在概率最大的端点集合叠加角度方向不确定性之后形成的一个有效图像。在量子描述中,这对应波函数模方的极大值点。通过经典轨道描述对量子波函数各种特征的复现,我们可以清楚地看到这一事实。

从经典轨道电子的总能量表达式出发

$$H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{\cancel{p_\theta^2}}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (7)$$

其中第二项电子角向运动动能部分可以移除,移除它的合理性就基于经典轨道为通过原子核中心直线的事实,这只对图 3 边那样轨道图像才是合理的,而对左边那种轨道图像不合理。考虑不确定原理的应用 $\Delta r \cdot \Delta p_r \geq \frac{\hbar}{2}$

$$\Delta r = r - \langle r \rangle = r \quad (8)$$

$$\Delta p_r = p_r - \langle p_r \rangle = p_r \quad (9)$$

此二式第二步的导出再一次利用了经典轨道为通过原子核中心的直线而非以原子核为焦点的椭圆的事实,因为在后者的情形 $\langle r \rangle$ 不可能为零。

现在利用不确定原理 $\Delta r \cdot \Delta p_r \geq \frac{\hbar}{2}$, 我们可以将式(7)写为

$$H = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (10)$$

此哈密顿量在 $\frac{dH}{dr} = 0$ 亦即 $r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$ 条件下取到极小值

$$E_{\min} = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}, \quad r_{\min} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \quad (11)$$

此即氢原子基态能量和轨道半径。如果令 $\Delta r \cdot \Delta p_r = n \cdot \frac{\hbar}{2}$, 则我们得到的将是激发态能量和轨道半径

$$E_{\text{ex}} = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2 n^2 \hbar^2}, \quad r_{\text{ex}} = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2} \quad (12)$$

再次特别强调,这里的轨道是通过原子核中心的直线而非以原子核为焦点的椭圆,因此它们的轨道半径实际上是直线两端到中心的距离。

式(11)和式(12)的另一个非常重要但长期被忽略的特征是,不管基态还是激发态,其能量都跟普朗克常数的平方成反比,因此在经典极限即 $\hbar \rightarrow 0$ 条件下,它们都会趋向负无穷大即电子轨道运动的能量没有下限。这意味着,量子力学(此处仅仅使用了不确定原理进行估算,基于薛定谔方程的严格计算结论将完全相同)告诉我们,在经典极限下,原子核外的电子是不断地在原子核中心和核外有限距离之间的区域进进出出即往复振荡的,它们根本就不是以原子核的正电荷中心为焦

点在做椭圆轨道运动。在后者情形下,我们期望基态能量会有一个下限,即 $E_{\min} \geq -\frac{e^2}{a_{\min}}$, 其中 $a_{\min}$ 是核外电子到原子核正电荷中心之间的最小距离,此最小距离跟 $\hbar$ 无关而是椭圆轨道本身的一个几何参数。在前者的情况下 $r_{\min} \propto \hbar^2 \rightarrow 0$, 显然不存在那样的最小距离。

支持核外电子量子波函数所描述的经典轨道应该是一些通过原子核中心的直线而非以其正电荷中心为焦点的椭圆的最后一个简单到匪夷所思但几乎从未被关注过的证据是, s -波电子的轨道角动量等于零。如果跟这种波函数对应的经典轨道是以原子核的正电荷中心为圆心的一些圆,则电子的轨道角动量不可能为零。有些读者可能会说,正像我们在这里所说的那样,由波函数角动量量子数 $s, p, d, f, \dots$ 所量化的角动量跟电子的经典轨道运动没有关系,而是量子电子在不同方向上被测量到的概率的差异。我们的回应是,既然如此,为什么还要认为量子波函数所描述电子的经典运动轨道是一些以原子核正电荷中心为焦点的椭圆而不是通过原子核正电荷中心的直线呢?

4 跟经典电动力学的矛盾

接受氢原子核外电子的经典轨道是一些通过原子核中心的直线而非以原子核为焦点的椭圆,我们就能避免电磁辐射导致的经典轨道衰减和中性原子无法长寿命存在疑难吗? 答案是,这个问题跟氢原子核外电子轨道的形状没有直接关系,而是跟另一件事情即经典辐射的时间反演对称性相关。这件事情最早以 Ritz 和 Einstein 辩论的形式出现^[10,11]。Ritz 认为,加速粒子行为由辐射而非吸收主导不仅是一个客观事实而且是一个基本物理学规律。Einstein 最开始的观点与此相反,认为这种辐射压倒吸收只是一种衍生/统计效果而非基本规律。但他后来改变了观点,认为也许存在某种基本的物理原因导致了辐射跟吸收的地位不对等。可直到今天,人们也并未在这个问题上达成共识并完全理解其中的物理原因。

我们的观点是,做加速运动的电子,确实会辐射电磁波,可是它绕着转的原子核完全可能把那些电磁波吸收掉并产生适当反冲从而保持二者之

间的平均相对距离不变,反过去也一样。反映在经典电动力学的基本定律中,这仅仅是 D'Alembert 方程同时允许推迟解和超前解的基本事实

$$A''(t, \mathbf{x}) = C_1 \int \frac{j''(t-r, \mathbf{x}') dv'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} + C_2 \int \frac{j''(t+r, \mathbf{x}') dv'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \quad (13)$$

第一项是推迟项,描述电磁波的辐射;第二项是超前项,描述电磁波的吸收。那种认为核外电子会因为加速度不为零而辐射电磁波从而导致轨道不稳定的论证忽略了附近原子核的吸收效应。对一个中性原子,如果核外电子辐射的电磁波总是被中心的原子核吸收,则不管核外电子的轨道形状是否直线,整个系统就可能总是稳定的,衰变不是必然结论,参考图 4。

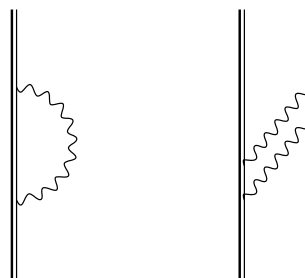


图4 实空间费曼图,左边的氢原子核外电子发射电磁波而原子核吸收电磁波,这种过程只会造成系统自能的修正使之成为一个测量精度依赖的物理量,右边氢原子电子发射的电磁波总是在被原子核吸收之前被外部探测器截胡,因此系统会失稳

显然,在一个加速运动的电子周围,如果不存在探测器,则其辐射和吸收效应完全可能互相抵消并呈现一种动态平衡。这里的探测器泛指任何可能跟来自或奔向加速电子的电磁波相互作用的物理对象,譬如原子核。如果电子附近存在探测器,则仅当探测器抓住了相对电子外行的电磁波或者探测到了附近真空中消失的奔向电子的电磁波时,我们才能说电子发生了辐射或吸收。只有当我们可以持续地探测到净辐射或净吸收时,才能说原子是不稳定的。

对一个中性原子,如果核外电子因为加速度非零而辐射的电磁波在很短时间内就被原子核吸收了,那么因为吸收导致的原子核反冲将使得核-电子间的平均距离保持为常数即整个系统保持稳

定。相反如果我们有一个微观探测器,总是能够在电磁波被原子核回收之前将电子发射的电磁波截胡,那么整个系统确实会因为持续的电磁辐射而失稳。

关于 Einstein-Ritz 争论,一种广泛流传的看法认为延迟解符合因果律而超前解则相反。我们不同意这种看法,理由非常简单,即 QED 的作用量中不存在破坏时间反演对称性的项,延迟解和超前解的物理地位是对等的。选择延迟解描述辐射同时选择超前解描述吸收是一种人为做法,我们完全也可以反过来做。这种选择类似于对称性自发破缺,基本理论的作用量拥有一种对称性譬如 U(1) 旋转不变性,但自然界选择的真空是破坏旋转不变性的。只不过在对辐射/吸收现象的描述中,描述者替代了选择真空的上帝——自然界——的角色。但描述者毕竟只是描述者,不是被描述者。选用延迟解描述辐射并不是物理现实强制的唯一选择,物理现实允许相反的描述方案。在 QED 中,导致紫外发散的电子自能修正图就是一种典型的电子先发射再吸收光子过程,和紫外发散同样重要的还有韧致辐射导致的红外发散。红外修正截面中的发散跟紫外修正振幅虚部中的发散在由光学定理决定的抵消效应下保证了理论预言的有限性。在氢原子的情形,我们只是需要把氢核+电子作为一个束缚态整体,电子发射的电磁波可以被自己回收,也可以被氢核回收,总效果只是对氢原子自能的修正。如果我们有一架探测器能够将每一个由电子发射但尚未被其自身或附近的氢核回收的光子抓住,则我们看到的不仅仅是电子轨道的不稳定性,还有氢原子整体质量或能量的尺度依赖性。

5 球对称质量壳层的自引力塌缩

激励我们思考量子电子波函数经典轨道描述问题的是另一个同样教科书水平的物理问题,即黑洞熵的微观起源和中心奇点的消解。流行观点认为,黑洞熵起源于其所在时空的量子涨落,跟黑洞内容物的运动无关,原因有两个。一是按奇点定理,通过自引力塌缩进入视界的前黑洞内容物会在中心奇点上被撕碎并最终奇点一部分的形式存在,那样的部分除了质量外没有任何其他的

参数对应可想象的经典运动形式。二是黑洞熵的数量远远超过其内容物按分子运动论所能提供熵的上限。以太阳为例,它大约由 10^{57} 个核子或最多 10^{60} 个质量跟电子同量级的基本粒子构成,假设每个粒子贡献一个比特的熵,则其总熵最多也就 10^{60} 量级。但如果它塌缩成一个半径 3 千米的黑洞,则熵 $S = \frac{A}{4G\hbar/c^3} \sim 10^{77}$, 显然其内容物能贡献的熵远远达不到这个数量级。

但我们发现^[1-4], 通过将一个球对称黑洞分解成大量由其内容物构成的同心嵌套球层,将黑洞微观态看作全部嵌套球层波函数的直积,球层分解方案的多样性和给定分解方案下不同球层波函数激发方式组合的多样性会导致整个系统波函数的高度简并。当将所有球层满足的爱因斯坦场方程量子化之后,这两个因素导致的多样性将是离散而且可数的,计数结果恰好能够给出跟贝肯斯坦-霍金熵相融的面积律公式。

我们的工作为黑洞熵的微观起源提供了一种半经典甚至基本的解释。其唯一要求是,在视界内部,黑洞内容物并不是静态地堆积在奇点上啥也不干或呈现为一个永恒奇点,而是在其中以“奇点”为中心做对穿振荡或者以分层化视界面为边界做无视每层视界面内部空间存在性的对穿振荡,参考图 5。这一要求跟奇点定理并不矛盾,因为缩进视界面的内容物确实会在有限固有时间内落到中心点上,只不过落到那里之后会继续向对顶方向发散开去,从而令奇点变成了一个被黑洞内容物周期性对穿的等时超曲面而不是背景空间中的一个点,这完全符合奇点定理中“奇点”概念的几何本质,参考图 6 下部的彭罗斯-卡特图表示^[5,6]。

在本文中,我们并不准备对上述波函数简并度的计数过程进行完整介绍,而只选择从表示黑洞内容 M_{tot} 的大量同心球层中抽出一个质量为 m_i 的代表作为研究对象,展示其一维经典振荡的本质和量子化波函数描述方案。参考图 5,按基尔霍夫定律,我们所关注球层 m_i 的经典运动只受其本身及内侧其他球层质量之和 M_i 的影响。如果我们考虑的是一个空心球壳,即 $m_i = M_i$ 的情形,则球壳内部时空是平坦的而外部由一个内边界半径时间依赖的史瓦西度规描述。该球层上任意体元的测地线方程都可以用来表征整个球层半径的演化

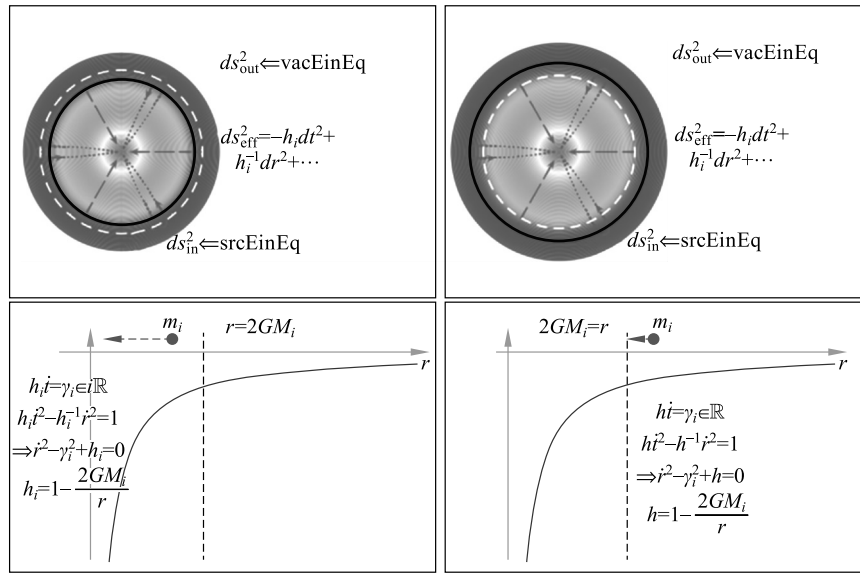


图5 整个实心球体质量为 M_{tot} , 外部度规由真空爱因斯坦场方程决定, 而内部度规由带源场方程决定。图形上半部分的黑色圆圈表示从球体中选取的一个质量为 m_i 的球壳, 左边图片中的球体内容物以原点为中心做对穿振荡, 右边图片中的球体内容物以由每一层球体自身及内部质量总量决定的视界面为边界做无视视界面内部空间存在的对穿振荡, 即从东半球面瞬间对穿到西半球。影响该球壳半径演化的是一个质量为 M_i 的有效史瓦西度规, 三个质量参数所代表球层之间的从属关系为 $m_i \in M_i \subset M_{\text{tot}}$

$$h_i \dot{t}^2 - h_i^{-1} \dot{r}^2 = 1, \quad h_i = 1 - \frac{2GM_i}{r} \quad (14)$$

$$\ddot{t} + \Gamma_{tr}^{(i)t} \dot{t} \dot{r} = 0 \Rightarrow h_i \dot{t} = \gamma_i = \text{const} \quad (15)$$

$$\Rightarrow \gamma_i^2 - \dot{r}^2 = h_i \quad (16)$$

其中, h_i 是影响该球层半径演化行为的有效几何 $ds^2 = -h_i dt^2 + h_i^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$ 的度规系数而 $\Gamma_{tr}^{(i)t}$ 是相应的克利斯朵夫联络。

将式(14)中的 h_i 表达式代入式(16)我们将很容易得到一个跟方程(1)形式上几乎相同的微分方程

$$\dot{r}^2 - \frac{2GM_i}{r} = \gamma_i^2 - 1 \quad (17)$$

这意味着, 虽然式(1)是在牛顿力学框架内写下的自引力塌缩球层半径演化公式, 但它完全可以用来描述广义相对论框架下自引力塌缩球层的半径演化。我们唯一需要记住的是, 从牛顿力学进入广义相对论, 需要把 $\dot{r}$ 的物理含义从通常意义上的速度理解为坐标速度而非任何真实观测者测量到的物理速度。因此即便 $\dot{r}_{r=0}$ 的绝对值等于无穷大也不意味着任何超光速现象或因果律破坏。

式(17)同时告诉我们, 在坐标速度为实数的条件下, 球层被从视界面内侧释放的初速度 $\dot{r}_{\text{ini}}$ 不可能为零, 因为

$$\gamma_i^2 = 1 - \frac{2GM_i}{r_{\text{ini}}} + \dot{r}_{\text{ini}}^2 \quad (18)$$

右边前两项之差小于零, 在 $0 < \gamma_i^2$ 条件下第三项不可能等于零。通过将 $\{t(\lambda), r(\lambda)\}$ 中仿射参数选为纯虚数我们可以使 $\gamma_i^2 < 0$, 同时使 $\dot{r}^2$ 也小于等于零, 这时为使方程(17)在球层被释放后一直成立, 它必须持续地向外扩张而非向内收缩。原因是其右边取值固定, 而左边在球层收缩情况下总会变得越来越大而且绝对值为负, 从而使左右无法相等。这种做法显然具有在经典水平上避免奇点形成的潜力。说潜力而非功能的原因是, 这么做不能排除在初始时刻 $\dot{r}_{\text{ini}} = 0, r_{\text{ini}} = 0$ 且 $\gamma_i^2 = -\infty$ 的可能性, 而只能实现让奇点变成动态振荡过程中一个时刻的目标。那些对“虚仿射参数”和“零初速自引力球层会扩张而非收缩”表述不适应的读者可以选择“实仿射参数”并恢复“收缩图景”, 但最终的描述效果跟我们的选择将是相同的。

在球层被从视界面外部释放的情况下, 我们不需要将式(14)~式(16)中的积分参数 γ_i 选为虚数, 参考图5右边的部分, 但球层在外部观察者有限远的未来落不到视界上, 即塌缩会一直进行, 永远也完不成。但在将视界面上的点做了对径点

认同之后,我们在下面马上将讨论的对穿振荡会跨越视界面内部的空间区域直接发生在视界面的东西两半球之间。

6 从塌缩到振荡只差一念

流行观点虽然从未明确表示过,但实际上普遍认为因式(14)~式(17)中 r 的物理含义是径向坐标,其取值范围只能是 $[0, \infty)$ 。因此一个球层不管在塌缩到半径为零时收缩速度多么大,它都必须立即停下来形成一个静态、永恒的奇点或者给先前存在的奇点贡献额外的质量。这是一个错误的认知,这一认知会导致对奇点定理的过度解读,即把引力塌缩现象中内容物会在缩进视界面之后的有限固有时间内落到中心点的结论过度外推到落到中心点就会停下来形成永恒奇点的说法。实际上,虽然这些方程中 r 的物理含义是径向坐标,但它的取值范围是可以被设定为 $(-\infty, \infty)$ 的,唯一条件是同时让负 r 值所表示的那些空间点构成对正 r 值所表示空间点的二次覆盖,严格对应可写作

$$\{r_-, \theta, \phi\} = \{r_+, \pi - \theta, \pi + \phi\} \quad (19)$$

此处定义 $r_- \in (-\infty, 0)$, $r_+ \in (0, \infty)$,这种对应叫做对径点认同即 API(anti-polar point identification)。近年来 Gerard't Hooft 提出,API 是从根本上解决信息丢失疑难的唯一出路。

跟我们不同的是, Gerard't Hooft 认为黑洞没有内部或者至少不存在讨论其内部物理的必要,因此在一个包含半径为 r_h 的黑洞时空中,径向坐标 r 的取值范围是 $(-\infty, -r_h) \cup (r_h, \infty)$,API 应该被加在视界面上。导致他偏爱这种观点的原因是,一个初始半径大于最终可能形成的视界面半径的球体在外部观察者的时间定义域之内不可能缩进视界之中。但我们认为,当考虑不确定原理导致的量子涨落之后,那样的球体有可能在外部观测者的时间定义域之内缩进由球体质量定义的视界面之内。因此在之前工作中我们一直将 API 加在奇点上,因为我们太喜欢对穿振荡这个想法了。正在进行的一项研究表明,对实现面积律熵这个目标而言,接受 Gerard't Hooft 的偏好,将 API 加在分层化的视界面上,让对穿振荡发生在内部空间被剔除的分层视界面上跟将 API 加在奇点对穿振荡发生在奇

点两侧效果是等价的。这里分层化视界面的意思是指将通常视界面内部的空间看作大量不同大小视界面的嵌套,每层视界面的半径由其内部的物质总量按 $r_i h = 2GM_i$ 决定。对比图 5 的左右两部分。

一旦跨过了径向坐标负值扩展和 API 解读这一念之差,我们就可以把方程(17)跟方程(1)完全等同起来,从而发现球层上任意点的径向坐标演化都是一个由周期性函数(5)所描述的奇异振荡的事实。这显然意味引力塌缩导致奇点形成并不是一桩一朝发生就万事皆休的一锤子买卖,而是一个反复地形成又瓦解的周期性现象。我们把这种现象称作对穿振荡,即当球层在塌缩到半径为零的时刻之后,球层上东半球的点会跑到西半球,西半球的点会跑到东半球。当考虑一个实心球体的自引力塌缩时,只需将整个球体看作大量同心嵌套的球层,我们就会得到完全相似的结论。因此在经典广义相对论水平上,对穿振荡实现了对黑洞中心奇点的消解,参考图 6 下半部灰色粗多边形区域内的彭卡图子图。

在纯经典广义相对论水平上,一个自引力球体确实是无法在外部观察者的时间定义域内缩进由自己的质量所定义的视界面内部的。因此发生在视界面内部的对穿振荡实际发生在外部观察者无穷远未来的未来^[5,6]。不确定原理本质是将这种无穷远未来的未来才可能发生的视界内振荡事件通过系统的思想放到了外部观察者看得见的未来,即在这些观察者面前设置一个由大量球壳构成的系统,这些系统中不同的成员当前时刻演化到什么阶段未准确限定,但其中有一些确实已经落进视界面内并在那里振荡,有一些还在处视界外并努力往里缩,当然也有一些不仅尚在视界外,而且还在往外扩张。在量子化之后,我们可以证明,那些已经缩进视界面的成员的数量恰好跟其视界面面积的指数化成正比。我们在研究中首次引入了扩展的彭-卡图将这些成员的集合表示在类似图 6 下部那样的图片中。

7 对穿振荡模糊球

上述基于经典广义相对论和不确定原理给出的自引力球层对穿振荡图像几乎已经是其量子力学描述所能给出的全部,现在我们唯一需要补充的是写出这种量子化描述的数学形式。为此我们在方程(17)的两侧同时乘以球壳质量并将之改写成哈密顿约束的形式

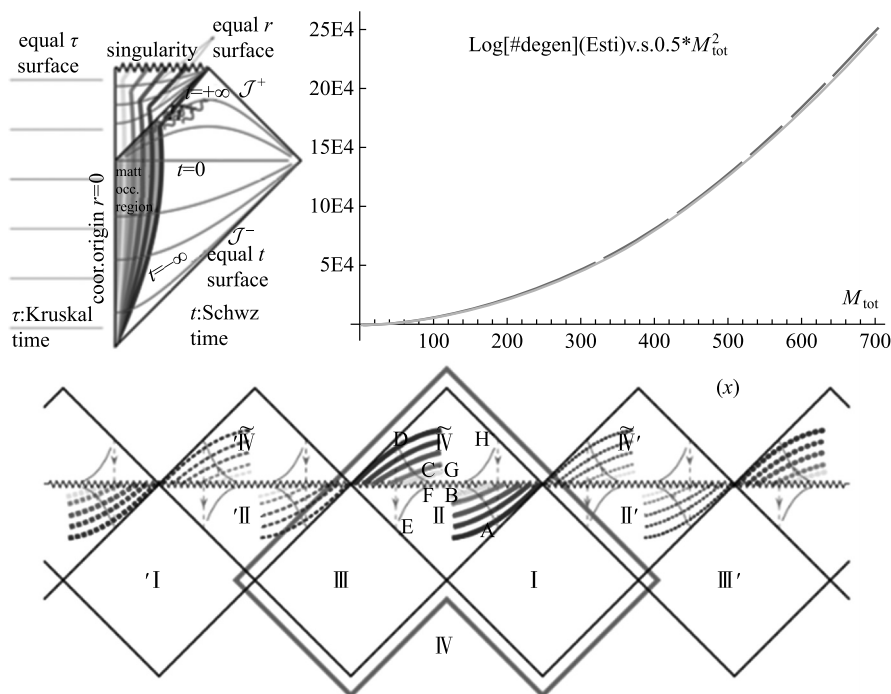


图6 在纯经典广义相对论水平上,视界的形成发生在外部观察者无穷远未来的未来,上左。但考虑不确定原理后,外部观察者面前出现了一个由大量测不准当前已进展到什么阶段的塌缩体组成的系综,该系综可用扩展的彭卡图表示并可解读为大量共享外部观察者的平行宇宙,下。数值计算和解析近似均可证明,该系综中已进入视界内演化阶段的成员数量为 $\exp[A/4G_N]$, A 为视界面积,上右。径向坐标的负值扩展和 API 意味着 III 区是 I 区的二次覆盖, C 点是 B 点的对径点, G 是 F 的对径点, E 跟 D 认同, A 跟 H 认同,因此一个完整的对穿振荡沿着 A-B-C-D-E-F-G-H-A 发生

$$m_i \dot{r}^2 - \frac{2GM_i m_i}{r} = (\gamma_i^2 - 1) m_i \equiv E_i \quad (20)$$

$$\frac{p_r^2}{2m_i} - \frac{2GM_i m_i}{r} - E_i = 0 \quad (21)$$

进一步将 p_r 改写成 $-i\hbar \frac{\partial}{\partial r}$ 同时引入一个波函数

$\psi_i(r)$ 表示球壳 m_i 被测量到处在半径等于 r 的状态的概率振幅,接下来将哈密顿约束式(21)作用到 $\psi_i(r)$ 上即得到想要的薛定谔方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2GM_i m_i}{r} \right] \psi_i(r) = E_i \psi_i(r) \quad (22)$$

这几乎就是一个标准的氢原子定态薛定谔方程,因此其平方可积波函数和相应能量本征值可直接写出为

$$\psi_i = N_i e^{-x} x L_{n_i-1}^1(2x), x \equiv mr(1-\gamma_i^2)^{\frac{1}{2}} \hbar^{-1} \quad (23)$$

$$n_i = \frac{GM_i m_i}{\hbar(1-\gamma_i^2)^{\frac{1}{2}}} = 1, 2, \quad (24)$$

此处 $L_{n_i-1}^1(\dots)$ 为缔合拉盖尔多项式函数,而 n_i 为其极值点数目。

根据方程(20),束缚态条件意味着 $\gamma_i^2 < 1$ 。给

定球层质量 m_i 和包含该球层在内的内侧其他球层的总质量 M_i ,量子化条件式(24)意味着 γ_i^2 只有一系列离散的可取数值。对在经典描述中将仿射参数取为纯虚数的我们, $\gamma_i^2 < 0$ 且 $1 < \frac{GM_i m_i}{\hbar}$, 这些取值方案是

$$(1-\gamma_i^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{GM_i m_i}{\hbar}, \frac{GM_i m_i}{2\hbar}, \dots, \frac{GM_i m_i/\hbar}{[GM_i m_i]} \quad (25)$$

最右边表达式中方括号的含义是对其内部表达式取整。由于在这种描述中球层初始速度为零,借助经典表达式(18),我们看到量子波函数平方可积条件导致的每一种可能 $(1-\gamma_i^2)^{\frac{1}{2}}$ 都决定着球层初始半径的一种取值,式(25)显然告诉我们这种取值方案是可数而且有限的。

而对那些偏爱在经典描述中采用实仿射参数的人, $0 < \gamma_i^2 < 1$, $(1-\gamma_i^2)^{\frac{1}{2}}$ 的取值方案是

$$(1-\gamma_i^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{GM_i m_i/\hbar}{[GM_i m_i] + 1}, \frac{GM_i m_i/\hbar}{[GM_i m_i] + 2}, \dots \quad (26)$$

这个列表看起来无限长,可是在这些人的描述中

$1 - \gamma_i^2 = \frac{2GM_i}{r_{\text{ini}}} - \dot{r}_{\text{ini}}^2$ 。因此除了对于严格从视界面上释放的唯一情况,其他情况的初始释放速度都不为零,这意味式(26)中的每一种可能性都对应着经典描述中初始位置和速度的一种组合 $\{r_{\text{ini}}, \dot{r}_{\text{ini}}\}$ 。给定两种可能性 $(1 - \gamma_i^2)_{\text{case1}}^{\frac{1}{2}}$ 和 $(1 - \gamma_i^2)_{\text{case2}}^{\frac{1}{2}}$, 我们无法判断他们对应的 $\{r_{\text{ini}}, \dot{r}_{\text{ini}}\}_{\text{case1}}$ 和 $\{r_{\text{ini}}, \dot{r}_{\text{ini}}\}_{\text{case2}}$ 是否可通过自引力塌缩运动方程联系起来,因此这个无限长的 $(1 - \gamma_i^2)^{\frac{1}{2}}$ 取值列表并不对应无限多彼此不同的初始状态。采用类似砖墙模型的技术^[7],通过为初始位置 r_{ini} 引入一个截断标度,原则上我们可以证明这种方案也能给出跟面积律公式相融的波函数简并度数目。

在此我们必须提醒,式(23)~式(24)并不是整个球对称黑洞微观态波函数和量子数的完整表示,而仅仅是构成该黑洞的大量同心球层中一个代表性球层的波函数和量子数表示,整个黑洞的微观态由所有球层的波函数直积和相应径向激发量子数的组合给出,即

$$\Psi_N [M(r)] = \psi_0 \otimes \psi_1 \otimes \psi_2 \cdots, \quad (27)$$

$$N = \{n_0, n_1, \cdots, n_l\}, \quad (28)$$

$$M(r) = \{m_0, m_1, \cdots, m_l\}, \quad \sum_{i=0}^l m_i = M_{\text{tot}} \quad (29)$$

整个黑洞内容物可分解成多少层即 l 等于多少,不同层的质量分配方案 $\{m_i\}$,以及每一层的径向激发量子数 n_i 取值多少受每一层波函数的平方可积条件式(24)和总质量求和规则式(29)约束。严格的数值枚举和近似的解析计算均表明,满足这两个约束的波函数特征参数 $\{n_i\}$ 和 $\{m_i\}$ 的全部可能取值方案数目 W 正比于指数化的黑洞面积即 $W \propto \exp\{kA^2/4G\}$,参考图 5 右上部。

因本文目的并非对黑洞微观态计数方案的全面介绍或分层视界面外做无视分层视界面内空间存在性的对穿振荡机制的解读,而是对这种方案物理基础即黑洞内容物在视界面内或分层视界面外做无视分层视界面内空间存在性的对穿振荡机制的解读,所以在此不对计数问题的更多细节进行展开讨论或无视内部空间存在性的视界对穿机制。尽管如此,在论文结束前,我们需要向读者梳理一下这种微观态计数的核心思想。首先,对穿振荡机制为消解奇点定理从而扫平基本障碍提供了可能性。奇点定理没有错,但认为黑洞内容物落到奇点上之后就会堆积在那里形成永恒奇点或为其增添质量的说法

是一种过度解读。其次,这种振荡模式能够远超它们按经典分子运动论所拥有的能力上限为黑洞提供那么多熵的原因是,所谓的球层是一种集体运动模式,单个球层的最小质量由式(24)决定。数量最多的球层位于内容物表层附近,其典型质量是

$$m_{\text{typical}} = \frac{n_i \hbar (1 - \gamma_i^2)^{\frac{1}{2}}}{GM_i} \bigg|_{\substack{M_i = M_{\text{tot}} \\ n_i = 1, \gamma = 0^-}} = \frac{\hbar}{GM_{\text{tot}}} \quad (30)$$

此质量跟黑洞温度或者其 Hawking 温度同量级,远小于构成黑洞内容物的那些原子分子的质量。它们的数量跟黑洞面积同量级即

$$N \propto \frac{M_{\text{tot}}}{m_{\text{typical}}} = \frac{GM_{\text{tot}}^2}{\hbar} \propto \frac{A}{4G} \quad (31)$$

因此按照一个球层即一个集体运动模式提供一个比特熵的估算,全部球层完全可以提供 Bekenstein-Hawking 熵面积律公式所要求的那么多数量。在本系列中文物理教学/普及推广论文的第一篇^[12]中,我们已强调过这种集体运动模式质量不等于黑洞内容物原子/分子质量这一事实对理解面积上律熵为何不特殊的重要价值。

由直积波函数式(27)所描述的对象虽然在经典水平拥有视界,但是每个球层在视界外被测量到的概率都不为零,因此从测量的角度来看,将其称作对穿振荡模糊球更为恰当。就我们所知,这是到目前为止,唯一既可写出经典度规又可以写出量子波函数的模糊球黑洞。天文学上的黑洞是否由这种模型刻画有可能通过对其阴影照片的高精度观测和分析比对证实或证否,也有可能通过其双体合并的引力波信号特征进行识别。

8 结语

通过上面的介绍,我们希望读者获得的认知如下:氢原子核外电子的量子波函数允许经典轨道解读,那些轨道是一些通过原子核正电荷中心的直线,其运动本质是一些平方反比力驱动的一维奇异振荡,奇异并不是运动函数本身在特定点上的突变或者发散,而是其驱动力场在中心点含有发散特征。由于角度方向的不确定性,我们无法确定电子到底在这些一维直线轨道的哪一条上运动,因此即便对一个电子,我们也需要引入一个由大量一维直线轨道组成的系统。系综中每个成员即每条直线轨道的两端都是电子被测到概率最大的位置,原因是电子在那里的速度为零因此停留的时间相

对于轨道中间的其他位置更长。系统中不同成员被实现概率的差异导致核外电子的波函数拥有不同的角向依赖性并表现为不同角动量模式。

一个自引力塌缩球体,在纯经典广义相对论水平上,视界和奇点的形成都只会发生在外部观察者无穷远未来的未来,即他们的时间定义域之外。在这种意义上外部观察者能够观察到的只是一个半径无限接近于由星体质量所定义视界半径的冻星而无法观察到带有严格意义上视界和奇点的黑洞。

当考虑不确定原理导致的量子涨落时,一个自引力塌缩球体可以在外部观察者的有限时间未来形成视界从而呈现为一个黑洞。从经典广义相对论角度,这种黑洞只能看作一个由大量其内容物塌缩到什么阶段未被准确限定的星体组成的系统,系统中每个成员的内容物都在视界面内做对穿振荡,依赖于量子化波函数的边界条件选择,这种对穿可以系统中心为对穿点,也可以分层化视界面为边界无视内部体积直接进行。所有成员的内容物均可分解为大量同心球层,每个球层的运动都是一些平方反比力驱动的对穿振荡。量子化的结果表明,球层分解方案和给定分解方案下不同球层对穿振荡模式两个要素多样性的计数可以给出面积律特征的熵公式。量子化同时意味着通过引力塌缩形成的黑洞的视界面是模糊的,其内容物在视界面外被测量到的几率不为零会令其表现为一种模糊球类型的天文学对象,这种图景是否符合事实有可能通过天文观测证实或证否。

天文学上的黑洞都拥有非平庸的内容物运动模式,但这些模式都发生在外部观察者无穷远未来的未来,它们需要在统计系统的水平上被理解和描述,史瓦西/克尔度规只描述它们被理想化的视界面外部的时空几何。

开放评审意见

高思杰:作者对量子力学中电子轨道的传统解释及广义相对论中自引力塌缩球体的描述提出挑战,给出了新的解释。论文视角新颖,想法大胆,但存在诸多值得商榷的问题。

关于氢原子波函数的经典解释,我认为一个运动的波包在一定条件下是可以对应经典运动轨道的,而通常的电子能级和波函数是薛定谔方程的定态解,当然不对应一个运动的经典电子。作者认为核外电子的波函数对应经典力学中通过核中心的直线轨道,我认为该结论缺乏依据。作者并没有从满足薛定谔方程的解出发,通过分析波

函数的经典极限得到该结论,而是从不确定关系出发进行不严格的论证。不确定关系在量子力学体系建立前是独立存在的,但后来已成为量子力学的推论,因此完全可以由薛定谔方程进行严格论证。作者认为能级公式(11)中的普朗克常数趋于零就是经典极限,从而得到能级可以趋于负无穷大。该结论显然不成立,因为方程(11)中的每个量都是确定的,因此能级是固定的,不存在普朗克常数取极限后发散的问题。通常的经典极限,是普朗克常数与公式中出现的同量纲物理量相比很小时所做的近似,方程(11)不存在这种近似。

关于相对论中的自引力塌缩,作者的分析基于薛定谔方程(22)。但这只是定态薛定谔方程,如果想描述一个塌缩的动态球壳,应该由定态解的叠加构成波包,分析其运动。而作者得出的对穿振荡图像显然没有计算波包的运动。另外文中对奇点概念的理解也与广义相对论不同。作者认为物质可以穿过奇点做对穿振荡,且这一图像与奇点的概念不矛盾。事实上,经典广义相对论的奇点并不是时空中的点,它不属于时空,或者说是时空的终结。如果物质可以穿过奇点,那么这个奇点就已经不是传统广义相对论中的奇点了。

吴洁强:作者在氢原子和引力塌缩球体两个系统中,基于平方反比力所驱动的一维振荡模型,讨论了一系列有趣的问题。文章整体具有一定程度的启发性和建设意义。

在氢原子中,作者试图从半经典角度对能谱、氢原子稳定性等问题进行阐释。这种基于更朴素的观点所进行的讨论当然是非常有价值的。除了一维空间的点粒子,在任何其他稍微复杂一点的模型中,我都不知道一个系统地做半经典近似的处理方法。因此,我认为任何关于半经典近似的任何讨论都是有一定价值的。

具体到作者的讨论,作者构造了一个角动量为零的经典轨道,并进一步论证出氢原子的能谱和半径。我认为,如果允许调整物理常数的取值,在合适的情况下,这个经典轨道是可以有物理意义并理解为一个半经典的波包的。而对于现实中的物理常数,我并不确定这种近似是否合理,作者也许需要更仔细地考察并解释这种近似处理的合理性。作者对比了这个角动量为零的经典轨道与传统所讨论的椭圆轨道。我认为两者并没有孰优孰劣之分,也许应该理解为两个不同的半经典波函数。此外的另一个值得考虑的问题是有关能级的简并度。作者的分析的确得到了氢原子的能级(12)。但是,

在完整的量子力学中,我们还可以得到每一个能级的简并度。如果作者的半经典处理方法也能对简并度给出一定的讨论将会是非常有趣的。

作者还试图从半经典的角度论证氢原子基态的稳定性,其观点是被发射出去的电磁波又重新被电子或原子核吸收了回来。这种想法是比较直观和有趣的。但是,我的建议是,这里的所谓对电磁波的吸收是来自于量子力学波函数的叠加,而不是作者(13)式所写的经典电磁场格林函数的叠加。在传统的观点中,氢原子基态的稳定性来自于量子化条件。如果以半经典的图像做类比,量子化条件指出,不是所有的经典轨道都是被允许的,因此基态波函数没办法进一步跃迁到能量更低的态。即使作者从新的角度进行阐述,也应该与传统的观点有一定的关系。我的建议是也许可以首先从叠加原理的角度理解量子化条件,再进一步解释为什么没有电磁波辐射。关于利用叠加原理解释量子化条件,我期待的图像是,只有满足量子化条件的经典轨道才可以通过叠加原理的方式构造波函数;而不满足量子化条件的轨道,经过叠加后所构造的波函数为零。而关于解释没有电磁波辐射,其论证也许也是类似的。作者也许可以对自己的观点给出更具体的论证,或沿着这一方向进行探索。

关于引力塌缩球体的讨论,作者提出了奇点附近对径点认同的观点,以及所谓对穿振荡机制。这种观点与传统的黑洞物理有很大的不同,对此我没有能力去评价。

而关于黑洞熵的讨论,作者将黑洞理解成多层球壳,并尝试利用球壳的微观自由度解释黑洞熵的起源。这种观点是具有一定的启发性的,作者也许可以做更多地深入探索。以我的理解,其中的核心也许是从微观的角度的解释黑洞热力学第一定律 $dS = dE/T$ 。具体来说,我们需要计算对于一个给定的黑洞,当微观自由度增加 1 比特时,能量的增量是多少。如果计算得到的能量增量恰好正比于黑洞温度,那么得到的黑洞熵就会是所期待的面熵率。类似的观点也出现在 Susskind 的一些公开讲座中。

致谢: 本文最初的版本曾发送给南开大学赵柳老师和济南大学张宏升阅读,他们向作者反馈了宝贵意见,在此对他们表示诚挚的感谢。

作者简介

姓名:孙宇轩,男,北京工业大学 2019 级硕士

生,在双星动力学的现代场论方法领域技术娴熟、概念清晰,拥有深厚的能力基础和知识积累。虽未参与本文所牵涉的研究工作,但确是第二作者最优秀的学生和论文内容的倾听者之一。

姓名:曾定方,男,北京工业大学副教授,主要研究方向:String Theory and M-theory,物理教育。

在本文中的贡献:是本文主要内容的贡献者和 latex 文档的撰写者。

评审人简介

高思杰,男,北京师范大学物理系教授,研究方向为经典广义相对论,黑洞的经典及热力学性质,主讲量子力学和引力理论专题课程多年。

吴洁强,男,中国科学院理论物理研究所副研究员,近年来研究方向为量子引力和黑洞物理。

参考文献

- [1] ZENG D F. Resolving the Schwarzschild singularity in both classic and quantum gravities[J]. Nucl. Phys., B917 178-192, arXiv: 1606.06178.
- [2] ZENG D F. Schwarzschild Fuzzball and Explicitly Unitary Hawking Radiations[J]. Nucl. Phys., B930 (2018) 533-544, arXiv: 1802.00675.
- [3] ZENG D F. Information missing puzzle, where is hawking's error?"[J]. Nucl. Phys., B941 (2018) 665, arXiv: 1804.06726.
- [4] ZENG D F. Exact inner metric and microscopic state of AdS_3 -Schwarzschild BHs[J]. Nucl. Phys., B954 (2020) 115001, arXiv: 1812.06777.
- [5] ZENG D F. Spontaneous Radiation of Black Holes[J]. Nucl. Phys., B977 (2022) 115722, arXiv: 2112.12531.
- [6] ZENG D F. Gravitation Induced Spontaneous Radiation[J]. arXiv: 2207.05158, Nucl. Phys B in production, NUPHB116171
- [7] Gerard't Hooft. On the quantum structure of a black hole[J]. Nucl. Phys., B256 (1985) 727.
- [8] Gerard't Hooft. Quantum Black Holes, Firewalls and the Topology of Space-Time[J]. lectures on black hole.
- [9] Gerard't Hooft. The BH Firewall Transformation and Realism in Quantum Mechanics[J]. Universe 2021 (2021) 7, 298.
- [10] RITZ W, EINSTEIN A. Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungs problems[J]. Physikalische Zeitschrift, 10(9): 323-324.
- [11] FRISCH M, PIETSCH W. Reassessing the Ritz-Einstein debate on the radiation asymmetry in classical electrodynamics[J]. Studies in History and Philosophy of Modern Physics, 55 (2016) 13-23.
- [12] 许天赐, 曾定方. 黑洞熵的面熵率到底特殊在哪里[J]. 物理与工程, 2022, 32(4): 8-15, 63.

XU T C, ZENG D F. What's the special of black hole area law entropy[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(4): 8-15, 63. (in Chinese)