

基于 Mathematica 的杨氏双缝干涉的仿真实验研究

王 程¹ 邓王红¹ 孙 飞^{1,2}

(三峡大学¹理学院; ²湖北省物理实验教学示范中心, 湖北 宜昌 443002)

摘 要 以杨氏双缝干涉理论作为基础, 利用 Mathematica 强大的交互式操作和色彩显示功能, 通过编程对杨氏双缝干涉现象进行仿真, 可以灵活地调节参数, 动态地反映干涉条纹随参数的改变而发生变化的过程。本文模拟了改变缝宽、缝和接收屏之间的距离和波长参数及外加因素等, 观察到双缝干涉条纹的相应变化, 最后成功实现了非单色光双缝干涉图样。利用 Mathematica 软件仿真典型的光学实验, 仿真图像能形象直观地展示光学现象可应用于辅助教学。

关键词 Mathematica; 杨氏双缝干涉; 模拟仿真; 交互式操作

STUDY OF SIMULATION EXPERIMENT OF YOUNG'S DOUBLE-SLIT INTERFERENCE BASED ON MATHEMATICA

WANG Cheng¹ DENG Wanghong¹ SUN Fei^{1,2}

(¹ College of Science, China Three Gorges University;

² Physics Experimental Teaching Demonstration Center of Hubei Province, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002)

Abstract Based on Young's double slit interference theory, using Mathematica's powerful interactive operation and color display function, the Young's double slit interference phenomenon is simulated by programming, which can flexibly adjust the parameters and dynamically reflect the process of interference fringes changing with the change of parameters. In this paper, the change of parameters including slit width, focal length, wavelength and external factors are simulated, and the corresponding changes in double slit interference fringes are observed. Finally, a non-monochromatic light double slit interference pattern is successfully realized. Using Mathematica software to simulate typical optical experiments, the simulated images can visually display optical phenomena and can be applied to auxiliary teaching.

Key words Mathematica; Young's double slit interference; simulation; interactive operation

1801 年, 托马斯·杨巧妙地设计了一种把单个波阵面分解为两个波阵面以锁定两个波源之间的相位差的方法来研究光的干涉现象, 并利用叠加原理解释了干涉现象, 在历史上第一次测定了光的波长, 为光的波动学说的确立奠定了基础。杨氏双缝干涉实验是大学物理光学实验中的重要实验之一, 但该实

验需要特定的仪器和场所, 且实验参数的改变引起干涉条纹的变化不明显, 难以充分展示实验的全部特征, 给教学和科学研究带来了许多不便^[1]。本文根据杨氏双缝干涉的理论基础, 应用 Mathematica 软件编程, 对杨氏双缝干涉进行仿真, 从而可以帮助相关人员形象直观地感受光的干涉现象。

收稿日期: 2022-08-10

基金项目: 国家自然科学基金(11875178); 三峡大学研究基金项目(J2018033)。

作者简介: 孙飞, 男, 讲师, 主要从事物理教学和科研工作, 研究方向为量子场论, 粒子物理与中高能核物理, sunfei@ctgu.edu.cn。

引文格式: 王程, 邓王红, 孙飞. 基于 Mathematica 的杨氏双缝干涉的仿真实验研究[J]. 物理与工程, 2023, 33(3): 64-69.

Cite this article: WANG C, DENG W H, SUN F. Study of simulation experiment of Young's double-slit interference based on Mathematica[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(3): 64-69. (in Chinese)

1 杨氏双缝干涉实验原理

杨氏双缝干涉实验原理如图 1 所示,其中小孔 S 发出球面波,可视为点光源,狭缝 S_1, S_2 到 S 的距离相等。根据惠更斯原理, S 发出球面波传播到狭缝 S_1, S_2 所处位置, S_1, S_2 可看成发射子波的新波源,其产生的波在空间相遇,因满足频率相同、振动方向相同、相位差恒定的相干条件,则在叠加处会产生干涉现象,此时在观察屏可以看到明暗相间的条纹分布,这种获得相干光的方法称为分波阵面法^[2]。

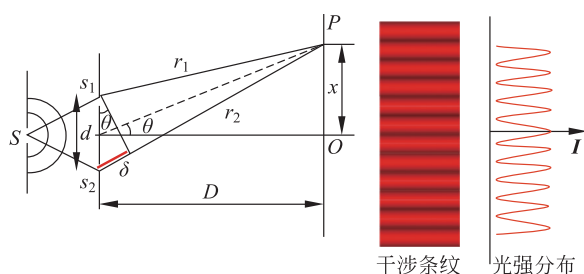


图 1 杨氏双缝干涉实验原理图

图 1 中各物理量含义如下: r_1, r_2 代表两束光的光程; D 代表观察屏与双缝间垂直距离; d 代表双缝间距; x 代表观察屏 P 点坐标,从 S_1, S_2 所发出的光到达 P 点的光程差 $\delta = r_2 - r_1$,假设狭缝 S_1, S_2 所发出的光波单独到达 P 点处的光强分别为 I_1, I_2 ,则 P 点处的光强为

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi \quad (1)$$

$$\Delta \varphi = k(r_2 - r_1) = k\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \quad (2)$$

其中, $\Delta \varphi$ 为相位差, δ 是光程差,假设 $I_1 = I_2 = I_0$,由于该参数并不影响干涉条纹的分布特征,因此为简单起见,在本次模拟仿真实验中 $4I_0 = 1$, P 点处的光强可简化为

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta \varphi}{2} = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} \delta \quad (3)$$

当 $\Delta \varphi = 2m\pi$,即 $\delta = m\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \dots$) 时, P 点的光强: $I = 4I_0$,此时为明条纹。当 $\Delta \varphi = (2m+1)\pi$ 时,即 $\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \dots$) 时, P 点的光强: $I = 0$,此时为暗条纹。

2 杨氏双缝干涉实验精确计算与近似计算的对比^[3-5]

由图 1 可知,通过几何关系推导 $r_2 - r_1$ 的

取值

$$r_1 = \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}, \quad r_2 = \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \delta = r_2 - r_1 &= \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1 + r_2} \\ &= \frac{2xd}{\sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

该式为两束光在 P 点光程差的准确表达式,此时 P 点光强为

$$I = 4I_0 \cdot \cos^2 \left[\frac{2\pi x d}{\lambda \left(\sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \right)} \right] \quad (6)$$

当 $D \gg d$ 时, $\delta \approx d \sin \theta$; θ 很小时, $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{D}$;

近似条件下,可得

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \approx \frac{xd}{D} \quad (7)$$

P 点光强为

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi x d}{D \lambda} \right) \quad (8)$$

此时,相邻的两明(暗)条纹的距离为

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{(m+1)\lambda D}{d} - \frac{m\lambda D}{d} = \frac{D}{d} \lambda \quad (9)$$

式(6)为计算杨氏双缝干涉图样的精确公式,式(8)为计算杨氏双缝干涉图样的近似公式。文献[6]给出杨氏双缝干涉仿真实验的准确计算公式和近似计算公式图样的对比,证明了准确计算方法和近似计算法在屏与双缝间距远大于缝宽,同时计算的图样在中心的小距离范围内(距离中心的距离也是远小于屏与双缝间距)差异很小,通常情况下可以用近似法代替准确法,也可以用近似公式计算方法解释各参量对干涉图样的影响。

本次实验也将两个公式分别作为基本原理进行仿真实验,在双缝间距 $d = 1\text{mm}$ 和入射波长 $\lambda = 632.8\text{nm}$,缝到屏之间的距离 $D = 1\text{m}$ 一样的条件下,近似公式和准确公式仿真结果如图 2 所示。

可以仔细观察图 2(a)和图 2(b),在近似公式模拟图和准确公式模拟图两者的条纹数量不一致即明暗条纹级数不一致,条纹级次较小时,杨氏双

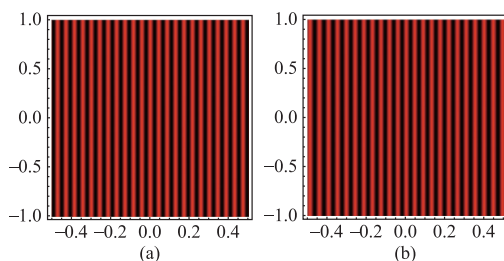


图2 近似公式模拟图(a)和准确公式模拟图(b)

缝干涉准确公式坐标条纹分布和条纹间距与近似算法结果一致;但在条纹级次较大时,条纹间距不能再认为是相等,且随着级次的增大,准确计算与近似计算误差以级次的平方速率增长^[5],导致准确公式模拟图与近似公式模拟图慢慢出现了一些差异。通过进一步调整参数,我们会发现,要使用近似公式必须满足 $D \gg d \gg \lambda$ 且 $x \ll D$,否则就会与真实实验结果存在偏差。因此在本次仿真模拟实验中,我们用式(6)来计算双缝干涉,以保证同真实的实验结论完全一致。

3 Mathematica 仿真

Mathematica 是一款科学计算软件,很好地结合了数值和符号计算引擎、图形系统、编程语言、文本系统和与其他应用程序的高级连接。在此次模拟仿真中,我们通过 Mathematica 软件使用 Manipulate 命令,得到的输出是一个交互式对象,其中包含一个或多个控件(滑块等),可用于更改一个或多个参数的值。输出非常像一个小程序或小部件,它不仅是一个静态结果,它是一个可以与之交互的运行程序。而使用 DensityPlot 命令可以画出在指定区间上的密度图,即我们模拟出来的杨氏干涉条纹图样,结合 ColorFunction 命令可以决定其作用于某点的函数值上的颜色,于是借助该命令可以将不同波长的入射光与其产生的干涉条纹的颜色对应起来,这样使得我们的模拟结果非常的精确直观和形象,对于初学光的同学,认知和理解这部分的内容有着非常大的作用。

接下来,本文将用 Mathematica 软件对采用近似公式计算方法的杨氏双缝干涉进行模拟仿真。如图3所示,使用 Mathematica 建立动态交互式操作界面,将波长,双缝间距,观察屏与双缝间垂直距离作为可调节的参数,动态模拟随可调

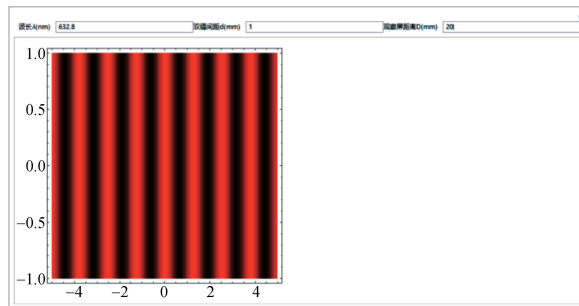


图3 交互式操作模拟界面

参量变化干涉条纹的颜色、间距、宽度等变化过程,分析条纹变化特征,使干涉条纹变化生动形象地展现出来。

4 实验仿真中变化

4.1 参数变化的影响效果

实验中有双缝间距 d ,缝和接收屏之间的距离 D ,入射波长 λ 是可以改变的参数,在交互式窗口中,通过改变上述参数可以得到对应的干涉条纹图样。

首先我们分析双缝间距对干涉条纹的影响,改变仿真实验中的双缝间距 d 而在缝和接收屏之间的距离 $D=20\text{mm}$,入射波长 $\lambda=632.8\text{nm}$ 的条件下的实验结果。如图4所示,其中双缝间的距离分别为 $d=0.5\text{mm}$, $d=1\text{mm}$, $d=2\text{mm}$,可以观察到图样的明暗条纹间距以及位置的变化。

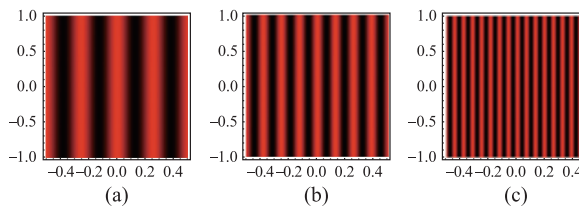


图4 双缝间距变化图

(a) $d=0.5\text{mm}$; (b) $d=1\text{mm}$; (c) $d=2\text{mm}$

从改变后的结果可以观察到随着双缝间距的增加,明暗条纹的间距在逐渐减小,说明在波长和缝和接收屏之间的距离不变的情况下,明(暗)条纹间距 Δx 与双缝间距成反比,周期也在减小,从上述式(9)可以看出是由于光程差增加导致的。

其次我们分析了缝和接受屏之间的距离对干涉条纹的影响,当入射光波长 $\lambda=600\text{nm}$ 和双缝间距 $d=1\text{mm}$ 的条件时,缝和接收屏之间的距离进行改变可以得到不同情况下的效果。如图5所

示,其中双缝间的距离分别为 $d = 0.5\text{mm}$, $d = 1\text{mm}$, $d = 2\text{mm}$,可以观察到图样的明暗条纹间距以及位置的变化。

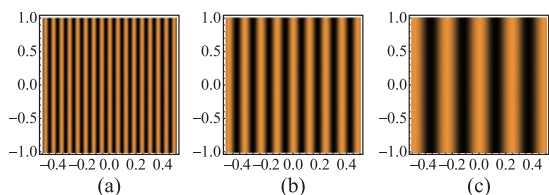


图5 焦距变化图

(a) $D = 10\text{mm}$; (b) $D = 20\text{mm}$; (c) $D = 40\text{mm}$

从实验仿真结果来看,随着双缝与接收屏之间的距离的增大,明暗条纹的间距也在增加,条纹的周期也在增加,明(暗)条纹间距 Δx 与缝和接收屏之间的距离成正比,周期也在增加,从表达式中可以知道是光程差减小导致的。

最后我们分析入射波长对干涉条纹的影响,同样,在缝和接收屏之间的距离 $D = 20\text{mm}$ 和双缝间距 $d = 1\text{mm}$ 的情况下,在交互式界面中直接输入不同的波长数值可以得到波长改变后的效果图。如图6所示,其中入射光波长 λ 分别为 $\lambda = 400\text{nm}$, $\lambda = 500\text{nm}$, $\lambda = 623.8\text{nm}$,可以观察到明暗条纹间距以及条纹位置的变化。

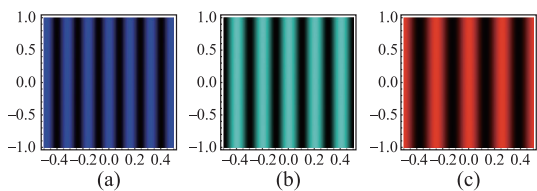


图6 入射波长变化图

(a) $\lambda = 400\text{nm}$; (b) $\lambda = 500\text{nm}$; (c) $\lambda = 500\text{nm}$

从实验仿真的实验结果可以直观地看出,不同入射光波长得到干涉图样也有了不同的颜色,这是因为在仿真过程中加入了入射波长与显示出来的颜色之间的相关的函数,能够与之对应,在视觉效果上更加直接和真实。同时也发现,随着波长的增加,明暗条纹之间的间距和条纹数量在增加,周期在增加,说明条明(暗)条纹间距 Δx 与波长成正比。

4.2 其他外加因素的影响

在考虑了干涉实验中的一些内在因素后,本文还可以继续考虑一些能够影响实验的其他实验中常见的因素,比如在缝隙后面加入透明介质玻璃片,改变光源入射位置等。

4.2.1 加入玻璃片后的影响

图7为加入玻璃片后示意图。加入缝隙后的玻璃片的折射率为 n ,厚度为 h 。

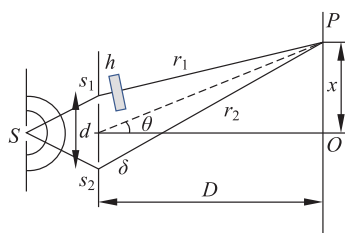


图7 加入玻璃片后示意图

加入玻璃片后两束光干涉的过程中光程差会发生变化,则最后光强表达式为

$$I = 4I_0 \cdot$$

$$\cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{2xd}{\sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}} - (n-1)h \right) \right] \quad (10)$$

在入射波长 $\lambda = 555\text{nm}$,双缝间距 $d = 1\text{mm}$,缝和接收屏之间的距离 $D = 20\text{mm}$ 以及介质折射率 $n = 1.5$ 和厚度 $h = 5\text{mm}$ 的条件不变的情况下,对加入玻璃片前后实验进行模拟分析,如图8所示。

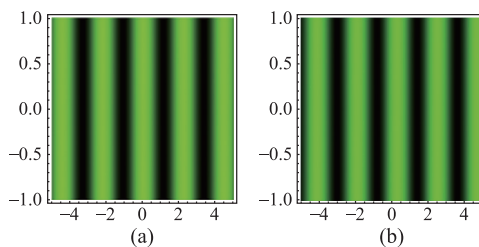


图8 加玻璃片前(a)和加玻璃片后(b)

从加入玻璃片前后的仿真实验结果可以观察到干涉条纹的位置发生了变化,中央亮纹不在 $x = 0$ 处,整个条纹平移 $1/8$ 个周期左右,且条纹之间的距离没有发生改变。这是因为加入玻璃片之后两束光之间的光程差发生了改变,从而使得低级次取代原来的高级次,屏上的干涉条纹移动方向向上。如果玻璃片放入下侧光路,我们会观察到屏上的干涉条纹整体向下移动。通过 Mathematica 建立动态交互式操作界面,我们也可以将透明物

体的厚度和折射率作为可调节的参数,从而能更好地研究干涉条纹的动态分布特点。

4.2.2 光源移动后的影响

为了更加贴合现实实验中的真实性,本次实验还考虑光源不是处于双缝中间处的情况,即光源在中心处或上或下的位置。因此,光源入射处与水平处会有一定的夹角,会发现干涉光之间的光程差发生变化(图9)。

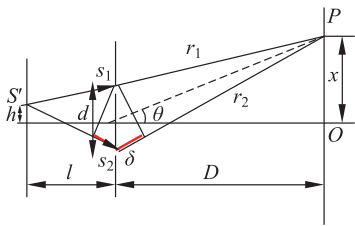


图9 光源位置改变后示意图

而最后的光强表达式为

$$I = 4I_0 \cdot$$

$$\cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{2xd}{\sqrt{D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}} + \frac{2hd}{\sqrt{l^2 + \left(\frac{d}{2} + h\right)^2} + \sqrt{l'^2 + \left(\frac{d}{2} - h\right)^2}} \right) \right] \quad (11)$$

在入射波长 $\lambda = 500\text{nm}$, 双缝间距 $d = 1\text{mm}$, 缝和接收屏之间的距离 $D = 20\text{mm}$ 以及 $l = 1\text{mm}$, $h = 0.1\text{mm}$ 的条件不变的情况下,对改变光源位置前后实验进行模拟分析,如图10所示。

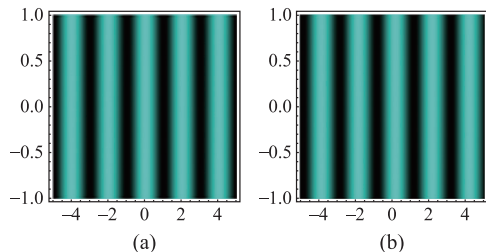


图10 位置改变前(a)和位置改变后(b)

从模拟的结果来看,改变光源位置前后,光程差有一定的改变,明暗条纹之间的间距没有发生改变,只是条纹发生了平移,也就是中心条纹的位置发生了改变,条纹平移了八分之一一个周期。同时需要指出的是,在真实的双缝干涉实验装置中,双缝是置于单缝之后的,由于单缝衍射会在空间

形成明暗相间的分布,为了得到清晰可见的干涉条纹,我们应使单缝衍射的中央明纹充分覆盖双缝部分,而中央明纹又与单缝缝宽,入射波长等因素有关。本文我们主要讨论双缝干涉,因此仅简化为考虑光源作微小移动后对干涉条纹的影响,而对于实际实验装置所含的单缝衍射因素影响本文未做更多的讨论,关于这部分的仿真模拟将是非常有趣研究,我们计划在后续的研究中考虑。

5 非单色光干涉模拟^[7-10]

前面模拟仿真部分都是以某一单色光作为干涉光,为了更加符合实际或增强视觉效果,本次实验还进行了非单色光的模拟,以标准色光三原色——红光($\lambda = 700\text{nm}$)绿光($\lambda = 546.1\text{nm}$),蓝光($\lambda = 435.8\text{nm}$)为干涉光的原光和双缝间距 $d = 1\text{mm}$,缝和接收屏之间的距离 $D = 40\text{mm}$ 的条件下,在 Mathematica 软件运用 ColorSeparate 和 ColorCombine 命令对非单色光进行模拟仿真,结果如图11所示。

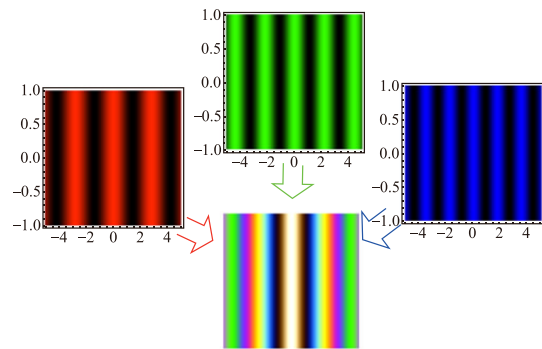


图11 三色光模拟图

从最后模拟结果可以观察到在三原色作为干涉光得到的结果在视觉上比较好,在中心条纹处光线的叠加可以模拟出白光的效果,同时也体现了各种颜色都是三原色相互融合的结果,为实验增添了更多的真实性。除此之外,在仿真过程中双缝间距 d 、屏到缝之间的距离 D 都是可以进行调整的,当然本文中展示的是三种波长来模拟,同时也可以进一步的改善来实现对整个可见光光谱的模拟,以此来探索更多的可能性。

6 结语

通过对杨氏双缝实验的原理对模拟所需的光

强函数表达式进行推导,得到光强分布公式,在 Mathematica 软件中以此为基本原理进行仿真模拟。在此过程中我们没有做任何近似可适用于任意参数双缝间距 d 、缝和接收屏之间的距离 D 、入射波长 λ 的输入,基于模拟仿真的交互性操作,可视化方法及动态模拟这样就完成了杨氏双缝实验真实过程的完全模拟。如果在输入参数中例如我们满足 $D \gg d \gg \lambda$ 且 $x \ll D$ 的条件则可以实现课本中的近似公式的结果。在本文中我们和教科书^[10]的近似结果做了比较,也研究了干涉图像和各参数之间的关系,同是我们考虑了非单色光混合后的干涉图像得到了比较理想的结果,这对于拓展物理教学和激发学生兴趣具有一定的意义。

基于在计算机技术的虚拟仿真软件在大学物理实验教学中的作用越来越重要,又在软件上对实验进行模拟大大降低了成本,可以不受实验仪器和实验条件的影响。而计算机的可视化方法可以帮助解决学生对具有挑战性的学科特别是实验理论知识抽象、调试难度大的相关实验的理解有特别的优势,在此过程中可以通过交互操作控制参数进行动态模拟使得真实实验过程进行可视化模拟,这将使学生对一些物理概念有深刻的理解并对相应的学科知识迅速建立起印象深刻的认知体系。

Wolfram Mathematica 语言提供了一种易于理解的编程语言,友好可控的界面以及强大的计算、绘图和动画功能,这也能使得学生也能很容易根据自己的意愿基于计算机的虚拟现实仿真进行自我的生产和创造。从而激发学生的学习兴趣 and 探究欲望,本文基于对于杨氏双缝干涉的精确计算,使用 Mathematica 软件实现了该实验现象的仿真,呈现了干涉条纹随各种参数变化的规律,并模拟了非单色光双缝干涉图样,本文的结果可在大学物理教学中作为教学参考或用于教学辅助演示,并且对大学物理光学部分的教学形成有益补充。

参 考 文 献

- [1] 谭毅. 杨氏双缝干涉实验的仿真研究[J]. 实验技术与管理, 2012, 29(3): 91-93+190. 2012. 03. 029.
TAN Y. Simulation study of Yang's double-slit interference experiment[J]. Experimental Technology and Management, 2012, 29(3): 91-93+190. 2012. 03. 029. (in Chinese)
- [2] 赵爽,周哲海,潘哈,等. 基于 MATLAB 的杨氏双缝干涉实验仿真[J]. 教育教学论坛, 2019(33): 266-268.
ZHAO S, ZHOU Z H, PAN H, et al. Simulation of Yang's double-slit interference experiment based on MATLAB[J]. Education and Teaching Forum, 2019(33): 266-268. (in Chinese)
- [3] 刘婷婷,张勇,闫文字,等. 杨氏双缝干涉光程差近似计算问题在教学中的探讨[J]. 广西物理, 2021, 42(2): 56-58.
LIU T T, ZHANG Y, YAN W Y, et al. Young's double-slit interference optical path is close discussion on quasi-computational problems in teaching[J]. Guangxi Physics, 2021, 42(2): 56-58. (in Chinese)
- [4] 陈丽,张登玉,王友文,等. 浅谈光学中杨氏双缝干涉实验[J]. 衡阳师范学院学报, 2014, 35(6): 33-35+177. 2014. 06. 008.
CHEN L, ZHANG D Y, WANG Y W, et al. A brief discussion on Yang's double-slit interference experiment in optics[J]. Journal of Hengyang Normal University, 2014, 35(6): 33-35+177. 2014. 06. 008. (in Chinese)
- [5] 张勇,牟朝霞,刘存海,等. 杨氏双缝干涉光程差近似计算的弱化条件分析[J]. 海军航空工程学院学报, 2020, 35(4): 345-348.
ZHANG Y, MOU C X, LIU C H, et al. Analysis of weakening conditions for the approximate calculation of the optical path difference of Yang's double-slit interferometer[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical Engineering College, 2020, 35(4): 345-348. (in Chinese)
- [6] 赵利军,毕冬梅,宫彦军. 基于 VC++6.0 的杨氏双缝干涉实验仿真[J]. 长春大学学报, 2020, 30(6): 28-31.
ZHAO L J, BI D M, GONG Y J. Simulation of Yang's double-slit interference experiment based on VC++6.0[J]. Journal of Changchun University, 2020, 30(6): 28-31. (in Chinese)
- [7] 蓝海江. 利用七色光仿真白光干涉和衍射的典型实验[J]. 物理教师, 2011, 32(9): 36-37.
LAN H J. A typical experiment of simulating white light interference and diffraction using seven-color light[J]. Physics Teacher, 2011, 32(9): 36-37. (in Chinese)
- [8] 蓝海江. 白光干涉、衍射实验的计算机仿真[J]. 实验室研究与探索, 2009, 28(12): 16-19.
LAN H J. Computer simulation of white light interference and diffraction experiments[J]. Laboratory Research and Exploration, 2009, 28(12): 16-19. (in Chinese)
- [9] 李芳菊. 基于 MATLAB 方法的非单色光迈克尔逊干涉研究[J]. 渭南师范学院学报, 2012, 27(10): 41-43+52.
LI F J. Michelson interference study of non-monochromatic light based on MATLAB method[J]. Journal of Weinan Normal University, 2012, 27(10): 41-43+52. (in Chinese)
- [10] 梁铨庭. 物理光学[M]. 4 版. 北京:电子工业出版社, 2012: 71-78.