

迈克耳孙干涉仪中动镜微小位移量的测量方法研究

张再源¹ 徐永祥²

(南京理工大学¹理学院;²理学院物理实验中心,江苏 南京 210094)

摘要 研究了迈克耳孙干涉仪中可动镜微小位移量的精确测量方法。利用单色光定标确定条纹间距与像素间隔之间的关系,进而利用白光干涉通过测量零级暗纹中心的移动量,由此得到动镜的微小位移量。对于单色光条纹图,通过逐行傅里叶变换、移频、低通滤波与反变换消除条纹噪声,进而利用多项式拟合、条纹极值点自动搜索等得到条纹间距与像素间的换算关系;而对于白光条纹图,则利用条纹平滑、设定限定性阈值消除个别奇异极值点和各行值平均等方法得到其中央零级暗纹中心移过的像素间隔。由此最终精确得到动镜的微小位移量。论文算法综合运用了图像处理技术、最小二乘拟合技术、条纹极值点自动搜索技术等,实现了对迈克耳孙干涉仪中动镜微小位移量测量算法的智能化,可用于标定干涉仪中平面参考镜的微小位移,也可用于测量透明薄膜的厚度。

关键词 迈克耳孙干涉仪;微小位移;图像处理;干涉测量术;白光干涉

MEASUREMENT OF MICRO-DISPLACEMENT OF MOVABLE MIRROR IN MICHELSON INTERFEROMETER

ZHANG Zaiyuan¹ XU Yongxiang²

(¹ School of Science;

² Physics Experiment Center, School of Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094)

Abstract The accurate measurement method of micro-displacement of movable mirror in Michelson interferometer is studied. The relationship between the stripe spacing and the relationship between the pixel interval is determined by monochromatic light calibration, and then the micro-displacement of movable mirror is obtained by measuring the movement of the zero-order dark fringe center using white light interference. For the monochromatic light stripe diagram, the stripe noise is eliminated by the progressive Fourier transform in different lines, frequency shift, low-pass filtering and reverse transform, and then the conversion relationship between fringe spacing and pixels is obtained by polynomial fitting, automatic search of fringe extreme points. For white light fringe pattern, the pixel interval of the center zero dark fringe center shift is obtained by means of fringe smoothing, setting the qualified threshold to eliminate individual singular extreme points and averaging the values of each line. Finally, the micro-displacement of the movable mirror can be accurately obtained. This paper comprehen-

收稿日期: 2022-08-03

通讯作者: 徐永祥,男,副教授,主要从事光干涉与测试技术的研究,研究方向为光学,yx_xu@sina.com。

引文格式: 张再源,徐永祥. 迈克耳孙干涉仪中动镜微小位移量的测量方法研究[J]. 物理与工程,2023,33(2):136-142.

Cite this article: ZHANG Z Y, XU Y X. Measurement of micro-displacement of movable mirror in Michelson interferometer[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 136-142. (in Chinese)

sively uses the algorithms including image processing technology, least squares fitting technique, automatic search technology of fringe extreme points, and etc., to realize the intellectualization of the measurement algorithms of the micro-displacement of the movable mirror in Michelson interferometer, which can be used to calibrate the micro-displacement of the plane reference mirror in the interferometer, and measure the thickness of the transparent film.

Key words Michelson interferometer; micro-displacement; image processing; interferometry; white light interference

在很多领域,常涉及诸如微小位移、微小伸长量等这一类参量的测量问题,如压电陶瓷在加电压下的微小伸展、物体在温度变化下的微小伸缩、透明薄膜的微小厚度等。一般地,测量这类几何量的方法主要有光杠杆法^[1-3]、光干涉法^[4-8],其中,光杠杆法采用的是放大测量法,即将被测的微小量先放大为一个宏观量,进而通过测出放大后的宏观量由此达到测量微小量或微小变化量的目的,而光干涉法则是国内外常用的高精度测量法,它通过引入干涉技术从而测出被测的物理量。

本课题研究对象是迈克耳孙干涉仪中可动镜微小位移量的测量,采用的方法^[9-10]是先利用单色光定标以确定条纹间距与像素间隔之间的换算关系;进而采用白光测量,即通过测出白光干涉中央零级暗纹中心的移动量,从而精确得到迈克耳孙干涉仪动镜的微小位移量。

1 测量原理

迈克耳孙干涉仪利用光波干涉原理,可将动镜的微小位移转换为等厚干涉条纹的移动,通过测出干涉条纹的移动量,达到测量微小位移的目的。而要测出条纹的移动量,首先需要确定条纹间距与像素间隔间的换算关系(称为定度)。为此先用单色光源照明迈克耳孙干涉仪。

设,沿垂直于条纹方向的强度分布函数为

$$I(x) = a(x) + b(x)\cos[2\pi f_0 x + \psi(x)] + n(x) \quad (1)$$

其中, x 表示条纹位置坐标, f_0 是在可动镜 M_1 与固定反射镜 M_2 在半透膜中的虚像 M_2' 平行的基础上微量倾斜 M_2 引入的载频, $a(x)$ 、 $b(x)$ 分别表示背景强度和调制强度, $\psi(x)$ 为反映两个反射镜平面形差异的位相因子, $n(x)$ 为噪声信

号。令

$$c(x) = \frac{1}{2}b(x)e^{i\psi(x)} \quad (2)$$

改写式(1)得到

$$I(x) = a(x) + c(x)e^{i2\pi f_0 x} + c^*(x)e^{-i2\pi f_0 x} + n(x) \quad (3)$$

其中, $c(x)^*$ 为 $c(x)$ 的共轭。对式(3)表示的光强作一维快速傅立叶变换后,有

$$I(U) = A(U) + C(U - f_0) + C^*(U + f_0) + N(U) \quad (4)$$

通常,噪声 $N(U)$ 基本上平均分布在整個频谱域内。由此可以设计一个低通滤波器取出低频信息 $A(U)$ 、 $C(U - f_0)$ 及 $C^*(U + f_0)$,然后作傅立叶逆变换,即可得到光滑的条纹强度分布曲线。在对条纹强度作一维频域低通滤波的基础上,利用最小值搜索法可以找到干涉图中同一行第二和倒数第二个光强极小值点(以确认属于暗纹中心)所在的位置,同时注意到每个暗纹周期内条纹强度的变化类似于抛物线,因此数据处理时通过判读区间,并在每个区间内应用抛物线拟合^[11-12]

$$I(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (5)$$

拟合的法方程组矩阵为

$$\begin{bmatrix} m & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum I_i \\ \sum x_i I_i \\ \sum x_i^2 I_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, x_i 表示像素点坐标, $i=1 \sim m$ 表示拟合区间内所包含的像素点数目, $\sum$ 是指对区间内的 m 个点求和。由法方程组矩阵可求得拟合系数 a_0 、 a_1 及 a_2 。由于暗纹中心处的光强满足 $dI/dx=0$,利用下式即可分别得到上述两个暗纹中心的坐标

$$x_{1,2} = -\frac{a_1}{2a_2} \quad (7)$$

与此同时,由计算机算出上述两个暗纹中心之间的条纹数目 N ,并注意到相邻两个暗纹间距离对应于可动镜 $\lambda/2$ 的位移,由此即可得到任一行条纹间距与像素间隔间的换算关系

$$c = \frac{N \cdot \lambda}{2|x_2 - x_1|} \quad (8)$$

定度完成后需要测量白光干涉图中零级黑条纹的移动量。为此改用白光光源照明迈克耳孙干涉仪,并在得到白光条纹图后赋予可动镜一个微小位移量。于是对任一幅白光条纹图,采用下述算法^[9]可得到对应于可动镜任一位置的黑条纹中心坐标。

通常零级黑条纹中心光强最暗,该处的条纹对比度较大,如图 1 所示。现选取该零级暗纹为研究对象。为避免条纹中局部噪声点对实验的影响,先对灰度图进行中值滤波处理。中值滤波的过程是取一段数据点,求出平均值,然后用该平均值代替该点的原强度值。完成中值滤波之后,用最小值搜索法对白光干涉图进行逐行处理以初步求得中央零级条纹的中心位置。进而采用下述算法确定任一行的零级暗纹中心位置。

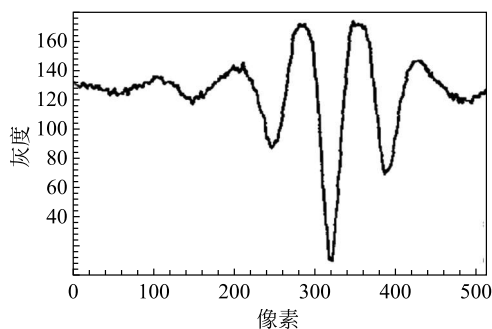


图 1 白光干涉条纹强度示意图

设某一行暗纹中心的像素坐标为 x_p ,在该中心点左右选取 M 个点,采用三次多项式拟合法平滑条纹^[9]。令

$$I(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (9)$$

由最小二乘拟合可得到拟合系数 a_0, a_1, a_2, a_3 ,拟合矩阵为

$$\begin{bmatrix} M & \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 \\ \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 & \sum x_i^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum I_i \\ \sum x_i I_i \\ \sum x_i^2 I_i \\ \sum x_i^3 I_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, $\sum$ 表示对 $i=1 \sim M$ 求和。求得了拟合系数,也即确定了拟合函数 $I(x)$;因在零级黑条纹中心处 $dI/dx=0$,利用下式并按正值选取可得到黑条纹中心的像素坐标

$$x_p = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 3a_1a_3}}{3a_3} \quad (11)$$

在实际情况下,由于局部噪声的影响,由上述方法得到的零级条纹中心的坐标可能会出现一定的偏差;同时注意到各行零级条纹中心点坐标理想情况下应在同一直线上,为此在对各行最小值点坐标进行三次多项式拟合的同时,设置一定的偏差阈值,剔除大于该阈值的相应最小值点可以有效消除局部噪声的影响。

最后,将剔除后留下的各行最小值点坐标进行平均,即得白光干涉图中中央黑条纹中心的坐标 x_i ,进而得到可动镜实际微小位移量 $\Delta x = x_2 - x_1$ (像素),式中的 x_1, x_2 分别表示可动镜移动前、后白光干涉图中零级黑条纹的位置坐标。

由此,可最终测得动镜的位移量

$$d = c \cdot \Delta x \quad (12)$$

2 实验装置调节与数据处理

用辅助激光光源在调出等倾条纹的基础上,先单方向转动粗调手轮,使单色激光条纹快速向条纹中心陷入,待屏上剩下一个条纹时改为沿同一方向转动微调手轮并使手轮转动逐步变缓,至一定程度时换上白光光源,如图 2 所示,缓慢并继续同向转动微调手轮,同时观察可动镜视场中白光条纹有无出现;及至出现彩色圆形白光条纹时,适量转动固定镜一侧的水平精调手轮,使 M_1 与 M_2' 间产生一楔角;此时检查竖直走向的彩色条纹是否接近直线状态,否则沿前述方向继续微量转动细调手轮,直至条纹最接近直线状为止。图 3 为相应实验装置的工作原理图。图中,白光光源采用的是白光 LED 手电筒,经测量其相对光谱分布曲线如图 4 所示。而在光源与分光镜间插入毛

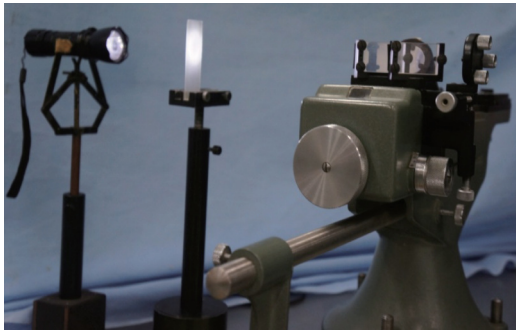


图2 白光照明下的迈克耳孙实验装置

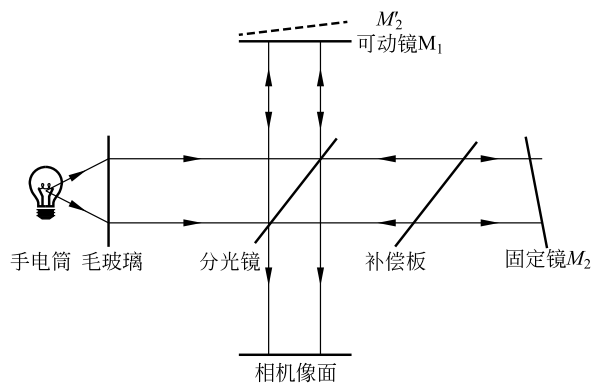


图3 白光照明下由迈克耳孙干涉仪产生的等厚干涉原理图

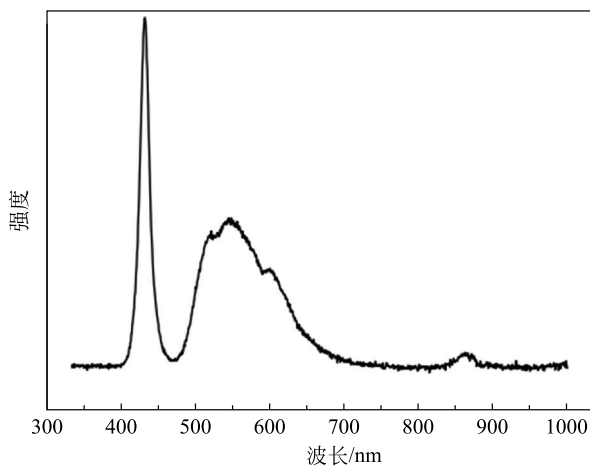


图4 白光LED手电筒光谱分布曲线

玻璃的目的,是使由其出射的白光更为柔和,也使背景强度更趋均匀。

获得白光等厚条纹图后,在观察者一侧放置数码相机,对 M_1 、 M'_2 交棱处的白光定域条纹图调焦并记录,即得第一幅白光干涉图^[13],如图5所示;尔后保持相机位置和焦距不变,沿原来方向将精调手轮转过8格,记录下相应的第二幅白光干涉图,如图6所示。

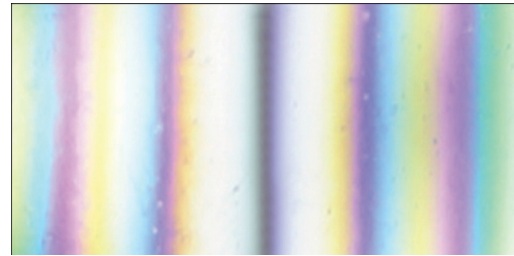


图5 第一幅白光干涉图

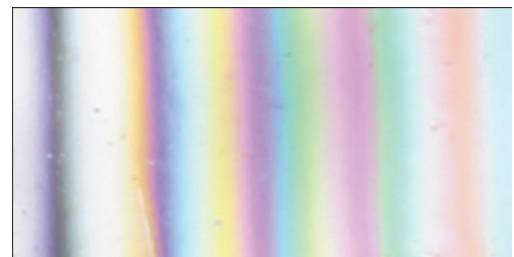


图6 第二幅白光干涉图

此时改为钠光灯照明,如图7所示,并由同位置处的数码相机记录下相应的单色光条纹图,如图8所示。

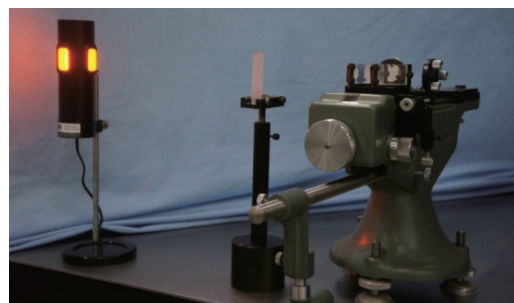


图7 钠光灯照明下的迈克耳孙实验装置

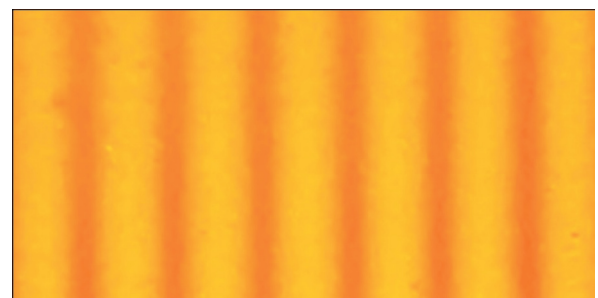


图8 钠光产生的单色光干涉条纹图

数据处理时,对每一幅单色光和白光干涉图,均从同一像素点起,截取同样大小的图像作为待处理区域。先处理单色光条纹图,以实现定度;尔后处理两幅白光条纹图,以得到零级暗纹位置的变化量。

1) 单色光条纹的处理

将图 8 灰度化,得到图 9 所示的灰度图,进而对图 9 按行取样,图 10 示出的是其中某一行光强度分布。



图 9 钠光的干涉条纹图对应的灰度图

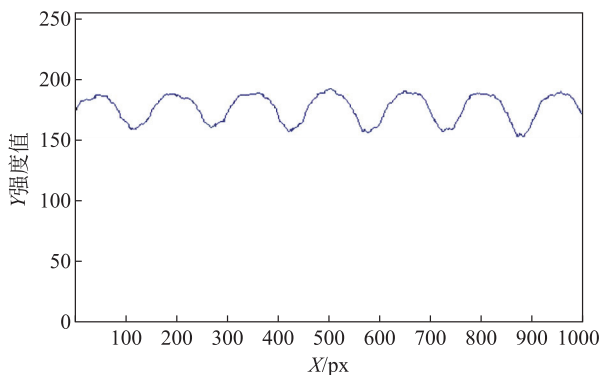


图 10 钠光照明下干涉条纹的一维光强分布图

对图 10 作一维快速傅氏变换,得到相应的频谱图,图 11 示出的是某一行频谱分布状况。

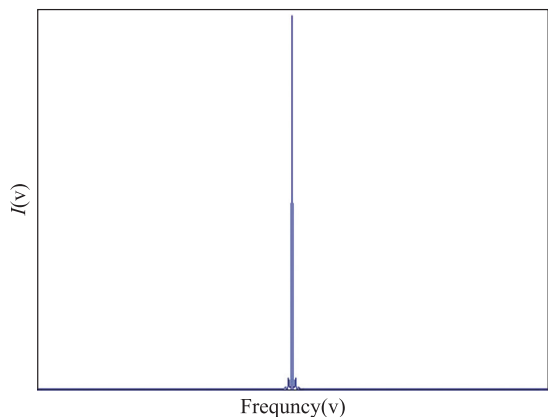


图 11 对应的一维频谱分布

对频谱图进行低通滤波与傅氏逆变换后,得到的条纹强度分布如图 12 所示,可以看出相对于图 10 条纹强度曲线光滑了许多,图像中的噪声得到了良好的抑制。

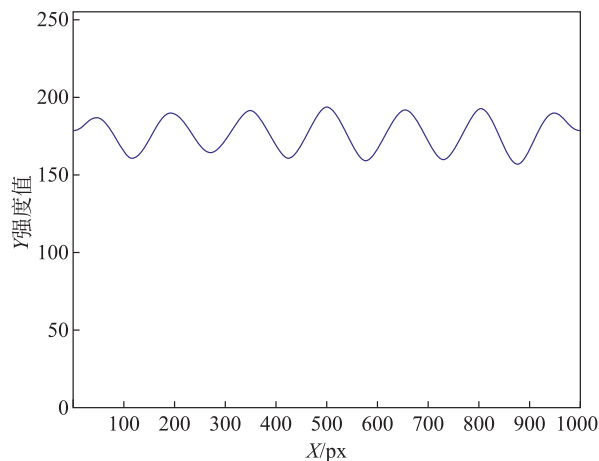


图 12 经一维低通滤波后的光强分布图

运行程序算法时,对每一行,均从第三个像素点开始,取连续 5 个离散点,比较其光强大小,若符合 $I(k-2) > I(k-1) \geq I(k) \leq I(k+1) < I(k+2)$ 的条件(k 为像素点序号),则按式(5)~式(7)作最小二乘拟合,如图 13 所示,由此得到光强极小值点的像素坐标。进而,按上述方法完成同一行强度极小值点的搜索,由此得到当前行第二至倒数第二个光强极小值点间所包含的像素间隔数;与此同时,由计算机数出这两个极小值点间包含的条纹数,从而求得定度系数 c 。

得到的结果是:

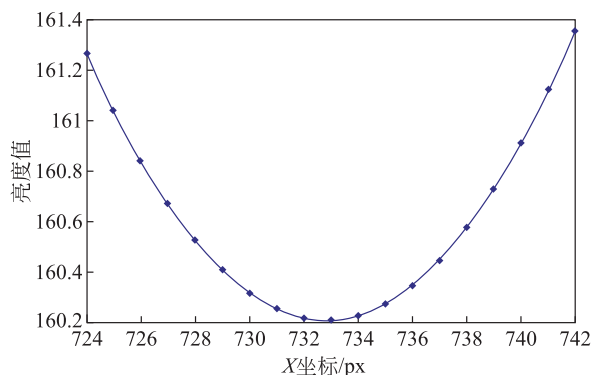


图 13 暗条纹附近二阶拟合结果

条纹的平均宽度 152.5px

定度系数 $c = 0.001900 \mu\text{m}/\text{px}$

2) 白光干涉条纹的处理

以图 5 为例,先对其进行灰度化,然后作中值滤波,得到滤波后的灰度图,如图 14 所示。

可见对白光条纹图像进行中值滤波效果并不明显。现对图 14 逐行进行处理。图 15 示出的是其某一行一维光强分布图。

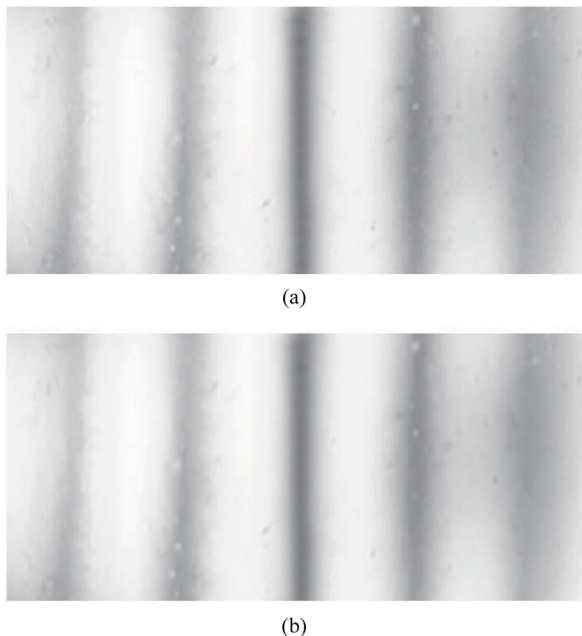


图 14 白光条纹原始灰度图及经中值滤波后的灰度图像
(a) 白光干涉灰度图; (b) 中值过滤后的灰度图

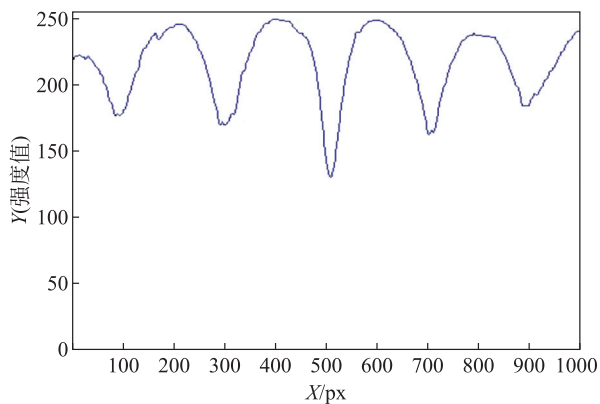


图 15 白光条纹的一维光强分布图

用最小值搜索法逐行求得零级暗纹中心位置后,利用三阶多项式拟合对各行暗纹中心两侧的条纹强度进行光滑拟合,图 16 示出的是对其中某一行零级暗纹附近作三阶拟合后的结果。经直线拟合及由阈值法剔除个别偏离较大的最小值点后,对剩余的最小值点像素坐标进行平均,即得该图像中央零级暗纹中心的像素位置。程序运算得到的结果为:

第一幅条纹图中央零级条纹中心位置: $x_1 = 508.8\text{px}$;

第二幅条纹图中央零级条纹中心位置: $x_2 = 86.4\text{px}$ 。

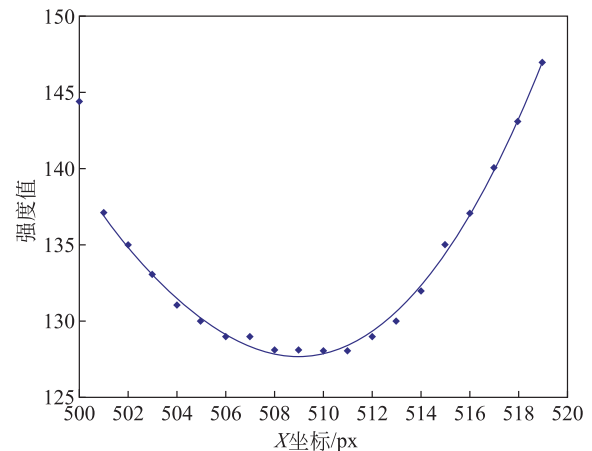


图 16 条纹某一行中央零级条纹附近三阶拟合结果

3 实验结果与分析

1) 实验结果

根据上述中间参量结果,可得被测动镜的微小位移量为

$$d = c \cdot \Delta x = 0.803\mu\text{m}$$

因实际调节时,精调手轮转过的刻度为 8 格,每转过一格引起的可动镜纵向位移是 $0.1\mu\text{m}$,由此可看出迈克耳孙干涉仪机械结构的精密性,同时也表明,用钠灯定度通过白光干涉下零级条纹中心移动量的测量精密测量可动镜的微小位移量是可行的。

2) 结果讨论与分析

实验结果的误差主要来源于下述几个方面。一是反射镜的平面面形误差。反射镜表面相对于平面的面形误差越大,引起的干涉条纹就越不规则(如弯曲),带来的测量误差就越大。二是记录定域干涉条纹的数码相机位置的变化。实验过程中要求相机对于不同干涉图始终从同一位置记录,但由于没能采用固定装置,会使得前后记录干涉图时相机会产生少量位移,这也会给测量结果带来误差。三是条纹弯曲引起的误差。理论上等厚干涉条纹仅在 M_1 、 M_2' 交棱处不发生弯曲,由交棱向外越远离交棱弯曲量会越大,这就使利用钠灯求取定度系数 c 时产生误差,从而给动镜微小位移量的测量带来误差。四是系统内光学表面的灰尘、霉斑等,它们会引起干涉图局部噪声,从而给极值点位置的测量带来偏差。

参 考 文 献

- [1] 仇旭, 史建君, 李小云, 等. 光杠杆法测量固体的线膨胀系数[J]. 高校实验室工作研究, 2012, (1):3.
- [2] 黄强先, 万耿华, 谢鸿, 等. AFM 悬臂定位系统中光干涉误差及减小方法研究(英文)[J]. 仪器仪表学报, 2007, (2):217-223.
HUANG Q X, WANG H, XIE H, et al. Research on optical interference error in cantilever's positioning system of AFM and its reduction methods[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, (2):217-223. (in Chinese)
- [3] 李相银, 徐永祥, 王海林, 等. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [4] 左则文. 等厚干涉法测量薄膜厚度的两种方法[J]. 安徽师大学报(自然科学版), 2012, 35(1):32-34.
ZUO Z W. Two methods for measuring the thickness of films based on equal thickness interference[J]. Journal of Anhui Normal University (Natural Science), 2012, 35(1): 32-34. (in Chinese)
- [5] 马成, 徐磊. 改进的迈克尔逊干涉仪测量薄膜厚度[J]. 光学仪器, 2012, 34(1):85-90.
MA C, XU L. Film thickness measurement by improved Michelson's interferometer[J]. Optical Instruments, 2012, 34(1): 85-90. (in Chinese)
- [6] 王军, 陈磊. 基于空间频域算法的白光干涉微位移测量法[J]. 红外与激光工程, 2008, 181(5):874-877.
WANG J, CHEN L. Measurement of micro-displacement using white-light interference based on a spatial frequency domain algorithm[J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 181(5): 874-877. (in Chinese)
- [7] 朱日宏, 王青, 陈磊, 等. 移相干涉技术中移相器的自校正方法[J]. 光学学报, 1998, 18(7):101-106.
ZHU R H, WANG Q, CHEN L, et al. A self-correcting method of phase shifter in phase shifting interferometry[J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(7):101-106. (in Chinese)
- [8] 朱煜, 陈进榜, 朱日宏, 等. 干涉仪移相器相位移 $\pi/2$ 标定方法的研究[J]. 光子学报, 1999, 28(10):951-954.
ZHU Y, CHEN J B, ZHU R H, et al. Phase calibrating method for phase-shifting adapter of interferometer[J]. Acta Photonica Sinica, 1999, 28(10):951-954. (in Chinese)
- [9] 徐永祥. 显微干涉术在测量微小表面几何参数中的关键技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2007.
- [10] NAKADATE S, ISSHIKI M. Real-time fringe patterns processing and its applications[J]. SPIE, 1995, 2544: 74-86.
- [11] 杨甬英, 卓永模. 宽范围大曲率半径数字化非接触测量系统[J]. 仪器仪表学报, 2002, 23(1): 49-52.
YANG Y Y, ZHUO Y M. A digitalization measurement system of longer radius of curvature by a non-contact method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2002, 23(1): 49-52. (in Chinese)
- [12] 周恕义, 关承祥, 邬敏贤, 等. 用最小二乘法提高 CCD 干涉计量的精度[J]. 仪器仪表学报, 1999, 20(1): 100-102.
ZHOU S Y, GUAN C X, WU M X, et al. Improve the precision of the interference measurement[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1999, 20(1):100-102. (in Chinese)
- [13] 徐孝恩. 接触式干涉仪原理与应用[M]. 北京: 中国计量出版社, 1990.