

基于 Python 的科里奥利力对物体运动影响的可视化模拟

马淑红 侯 振 焦照勇 常 钦
(河南师范大学物理学院, 河南 新乡 453007)

摘 要 为了直观清晰地观察地球自转产生的科里奥利力效应, 本文以抛体和傅科摆运动为例, 基于 Python 编程的计算机模拟和可视化图像分析方法, 详细探究了不同运动条件下科里奥利力对物体运动影响的异同及其原因, 描绘出转动参考系中“相对运动—横向偏移—科里奥利力”之间关系的物理图像。通过计算模拟将抽象的理论可视化, 有效地促进学生对物理过程的深刻理解, 培养学生计算思维和创新思维能力, 提高学生分析和解决问题的能力。

关键词 科里奥利力; 抛体运动; 傅科摆; 创新思维; Python 编程

VISUALIZING THE CORIOLIS EFFECT ON MOVING OBJECTS BY NUMERICAL SIMULATION BASED ON PYTHON

MA Shuhong HOU Zhen JIAO Zhaoyong CHANG Qin

(College of Physics, Henan Normal University, Xinxiang, Henan 453007)

Abstract To clearly demonstrate the Coriolis effect on moving objects resulting from the Earth's rotation, numerical simulations and visual image analysis method based on Python are performed by taking the typical projectile motion and Foucault pendulum as examples. The differences and causes of the influence of Coriolis force on object motion under different motion conditions are explored in detail. A physical picture relating to the relationship of “relative motion-lateral deflection-Coriolis force” is presented in the rotational frame of reference. It is shown that the visualization of abstract theoretical knowledge via computational simulation can help students' deeply understand the physical processes, cultivate their computational and innovative thinking abilities, and improve their abilities to analyze and solve problems, and thus effectively improve the teaching effect.

Key words Coriolis force; projectile motion; Foucault pendulum; innovative thinking; Python programming

在理论力学教学中, 科里奥利力 (科氏力) 是非惯性系动力学部分的教学难点, 其在实际生活、生产中产生的效应微乎其微, 难以直接观察到。多数学生对科里奥利力的认识仅停留在应用其定义式进行简单的计算和定性分析。多数教材讨论

科里奥利力对地球表面的自由落体和傅科摆运动的影响, 都是运用数学推导方法求解出微分方程组的解析结果, 学生缺乏对动态过程的直观认知, 难于构建清晰的物理图像。

本文基于 Python 语言编程计算方法, 结合运

收稿日期: 2022-05-23

基金项目: 河南省高等教育教学改革研究与实践项目(2021SJGLX111)、河南省教师教育课程改革研究项目(2021-JSJYYB-021)。

作者简介: 马淑红, 教授, 主要从事理论力学教学和材料计算模拟研究, mash.phy@htu.edu.cn。

引文格式: 马淑红, 侯振, 焦照勇, 等. 基于 Python 的科里奥利力对物体运动影响的可视化模拟[J]. 物理与工程, 2023, 33(2): 81-87.

Cite this article: MA S H, HOU Z, JIAO Z Y, et al. Visualizing the Coriolis effect on moving objects by numerical simulation based on Python[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 81-87. (in Chinese)

动的初始条件、空气阻力等因素,系统地讨论科里奥利力对抛体运动和傅科摆运动的影响,实现复杂运动过程直观清晰的可视化分析。该方法不仅能够加强学生对科里奥利力的深刻理解和认识,而且有助于培养学生的计算思维能力,提升分析和解决问题能力。

1 转动参考系中物体运动微分方程

仅考虑地球自转运动,从非惯性系视角研究其表面物体的运动,设北半球某纬度 λ 处,质量为 m 的物体运动速度为 $\mathbf{v}$,其受到重力 $m\mathbf{g}$ (地心引力与惯性离心力的合力)、其他相互作用力 $\mathbf{F}$ 和科里奥利力 $(-2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$ 。

视物体为质点,以其初始位置 P 点为坐标原点,建立固结于地球表面的直角坐标系 $P\text{-}xyz$ (图1(a)),其中, x 轴指向正南, y 轴指向正东, z 轴竖直向上。在非惯性系中,运动质点所遵循的

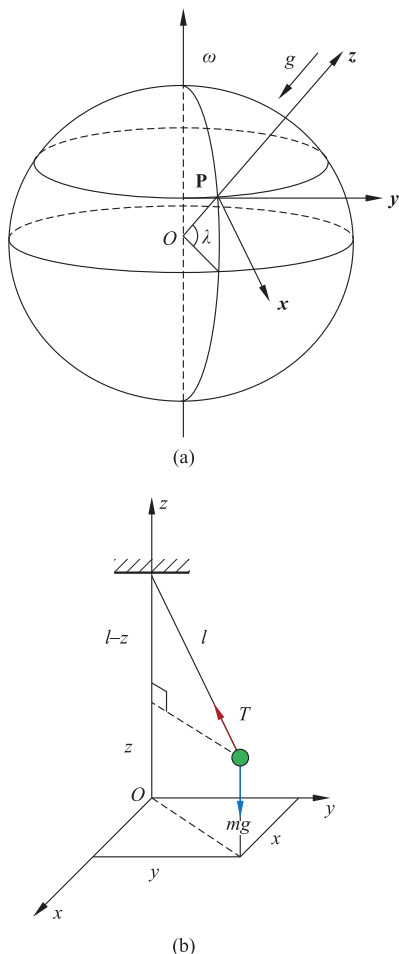


图1 (a) 固结于地球表面的转动参考系 $P\text{-}xyz$ 和
(b) 傅科摆受力图

微分方程为^[1]

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x + 2m\dot{y}\sin\lambda \\ m\ddot{y} = F_y - 2m\omega(\dot{x}\sin\lambda + \dot{z}\cos\lambda) \\ m\ddot{z} = F_z - mg + 2m\dot{y}\cos\lambda \end{cases} \quad (1)$$

其中, F_x, F_y, F_z 表示除重力外的其他作用力(如空气阻力、线中张力等)在坐标轴上的分量。对于抛体运动,不计空气阻力时 $F_x = F_y = F_z = 0$ 。

对于摆长为 l 、摆线沿 z 轴的傅科摆运动,视质量为 m 的摆锤为质点,某瞬时位置坐标为 (x, y, z) 。由于傅科摆做微振动,摆角较小,可略去 z 方向上振动,近似有:摆线张力 $\mathbf{F}$ 大小 $F = m$ 、 $F_x = -\frac{x}{l}m$ 和 $F_y = -\frac{y}{l}m$ 。由式(1)得傅科摆运动的微分方程式(2),其解析解^[1]给出傅科摆的摆动周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 和摆平面偏转周期 $\tau' = \frac{2\pi}{\omega\sin\lambda}$ 。

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y}\sin\lambda + \frac{g}{l}x = 0 \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x}\sin\lambda + \frac{g}{l}y = 0 \\ F \approx mg \end{cases} \quad (2)$$

2 抛体运动可视化模拟与分析

此前,一些文献运用矢量分析作图法和半定量分析法讨论了地球自转对运动物体所产生的科里奥利力效应^[2-3],如对飞机飞行的影响^[3]。文献[4-5]结合解析求解和数值计算方法探究了有无空气阻力时科里奥利力对抛体运动的影响。本文基于Python语言编程方法,对物体运动微分方程式(1)进行数值计算,分别模拟斜抛、竖直上抛、自由落体运动过程并进行可视化分析,详细讨论抛出点纬度、抛射方向、抛射初速度、空气阻力等不同条件下物体运动结果,系统地探究科里奥利力对抛体运动影响的异同与规律。

2.1 模拟计算与可视化方法

运用Python语言中Numpy程序库、Scipy数值计算库中odeint函数和Matplotlib绘图库,实现微分方程式(1)的数值计算和可视化绘图。在模拟抛体运动中,地球自转角速率 $\omega = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$,重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$,若未特殊说明,暂忽略空气阻力,其他初始运动条件见表1。

表 1 模拟抛体运动的初始条件和结果

运动形式	所在纬度	初始位置 (x, y, z)	抛射方向/ 仰角	抛射速率/ (m/s)	偏移方向	偏移距离
斜上抛	北纬 40°	(0, 0, 0)	东/30°	10	南偏	0.42mm
				100	南偏	424mm
				1000	南偏	432m
	北纬 40°	(0, 0, 0)	南/30°	10	西偏	0.52mm
				100	西偏	521mm
	北纬 0~90°	(0, 0, 0)	东/30°	100	南偏	图 4(a)
竖直上抛	北纬 0~80°	(0, 0, 0)	南/30°	100	西偏	图 4(b)
	北纬 40°	(0, 0, 0)	上/90°	10	西偏	图 5(a)、图 6(a)
	北纬 40°	(0, 0, 0)	上/90°	100	西偏	图 6(b)
自由落体	北纬 40°	(0, 0, 200m)	下落	0	东偏	图 5(b)

2.2 模拟结果与讨论

(1) 抛射方向沿东偏上。抛体位于北纬 40°，抛射仰角 30°，初速率为 10m/s 时，计算结果图 2(a)所示，结果表明：沿东偏上运动的抛体受到向南的科里奥利力，产生南偏位移。南偏距离随着初速率增大而增大(见图 2(b)~(c))，这是由于科里奥利力大小与抛体速率成正比。当初速率接近 100m/s 时，南偏距离约 42.4cm；增大初速率至超音速时，南偏距离达几十米；当抛体高速飞行，初速率接近 1000m/s 时，南偏距离近 450 米。由此可见，日常生活和生产中低速抛体运动的偏移甚微，但对于如炮弹、导弹、火箭、飞船返回地面等高速飞行物来说，科里奥利力的影响就不可忽略。

(2) 抛射方向沿南偏上。初始条件仍保持北纬 40°、抛射仰角 30°、初速率 10m/s。计算结果如图 3(a)显示：抛体运动过程中发生西偏，落地后西偏距离约为 0.52mm，略大于相同条件下向东偏上抛体的南偏距离，这是由于抛体在 x 和 z 两个方向的运动都产生了向西的科里奥利力，导致偏西距离略大。类似地，西偏距离随抛体初速率增加而增大，如图 3(b)所示。

(3) 抛体偏移随纬度变化。为便于观察偏移效应，初速率增大为 100m/s，抛射方向分别沿东偏上和南偏上，抛射角为 30°。计算模拟结果如从图 4 所示，可以看出：北半球沿东偏上(南偏上)运动的抛体，其落地点南偏(西偏)距离随纬度增加而增大，当纬度增至 70°以上时，即极点附近抛体横向偏移距离随纬度变化很小。在赤道处，东偏上和南偏上抛体仅受因向上(z)方向运动产生向西科氏力引起微小西偏(见图 4(b))。显而易见，相同条件下东偏上抛体落地后的南偏距离小于南

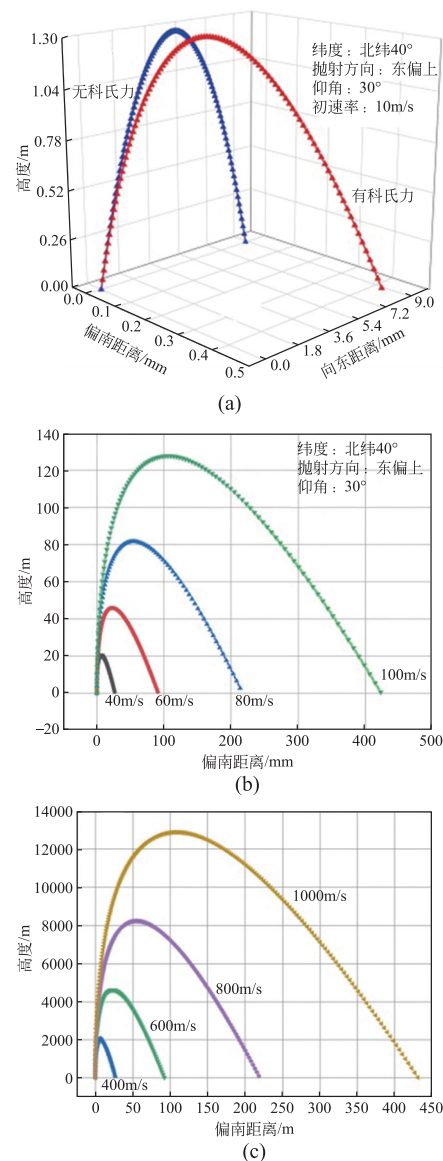


图 2 东偏上斜抛体运动轨迹(a)和落地点南偏距离随初速率变化((b)~(c))

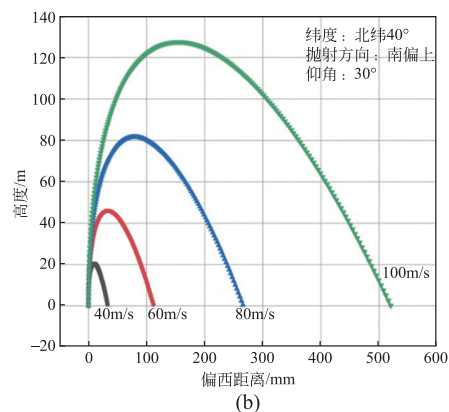
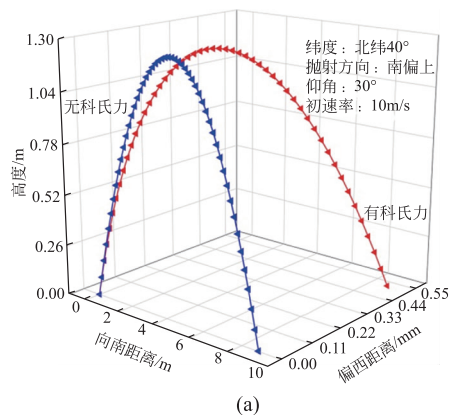


图3 南偏上斜抛体运动轨迹(a)和落地点西偏距离随初速率变化(b)

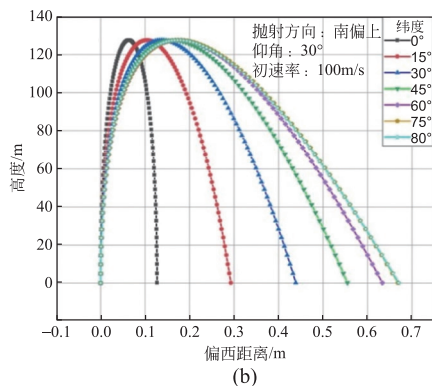
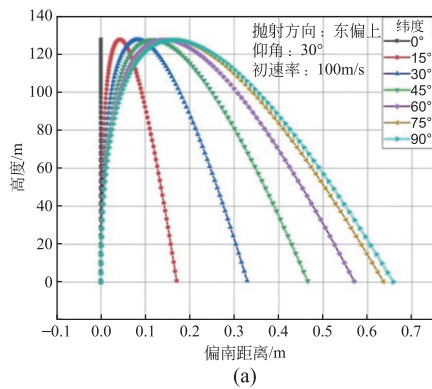


图4 抛体落地点南偏距离(a)和西偏距离(b)随抛射点纬度变化结果

偏上抛体的西偏,这是由于 z 方向运动引起的向西科氏力的贡献。

(4) 竖直上抛和自由落体运动。在北纬 40° ,以 10m/s 初速率竖直上抛物体,图5(a)结果表明:竖直上抛运动物体在上升和下降阶段均发生西偏和北偏,而南半球情况与此相反,发生西偏和南偏(见图6(b)),且西偏移程度远远大于南/北偏(可忽略)。对于南北半球自由下落物体落地后都发生东偏(见图5(b))。对于竖直上抛/自由落体运动,西偏/东偏距离随纬度增加而减小,赤道处偏移最显著,这是由于东西向科氏力为 $-2m\omega z \cos\lambda$ 。

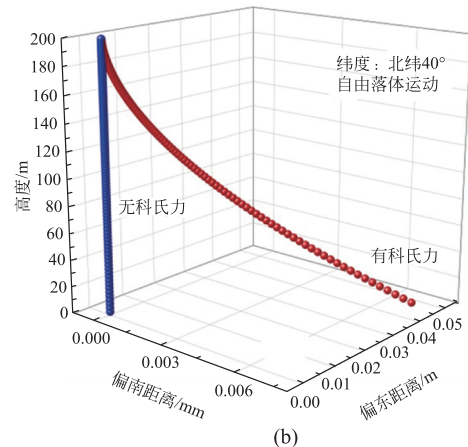
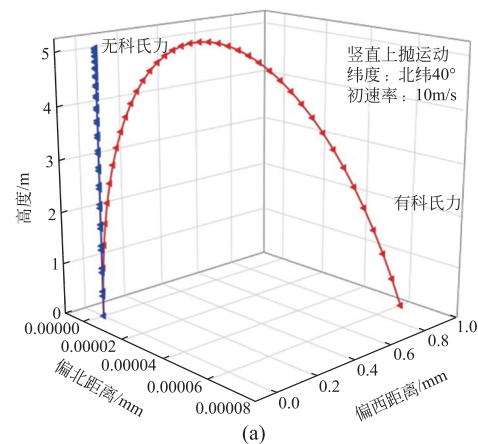


图5 有无科氏力时竖直上抛运动(a)和自由落体运动(b)模拟结果

(5) 空气阻力对抛体运动的影响。分别以南、北纬 40° ,初速率 100m/s 竖直上抛运动为例,设空气阻力与物体运动速度间关系为: $f = -mkv$,其中阻力系数 $k = 0.01\text{N} \cdot \text{s}/(\text{m} \cdot \text{kg})$ ^[4]。图6计算模拟结果表明:空气阻力作用使抛体运动时间缩短,上升高度降低,落地后的西偏和北偏(南半球南偏)距离都减小。这是由于空气阻力使

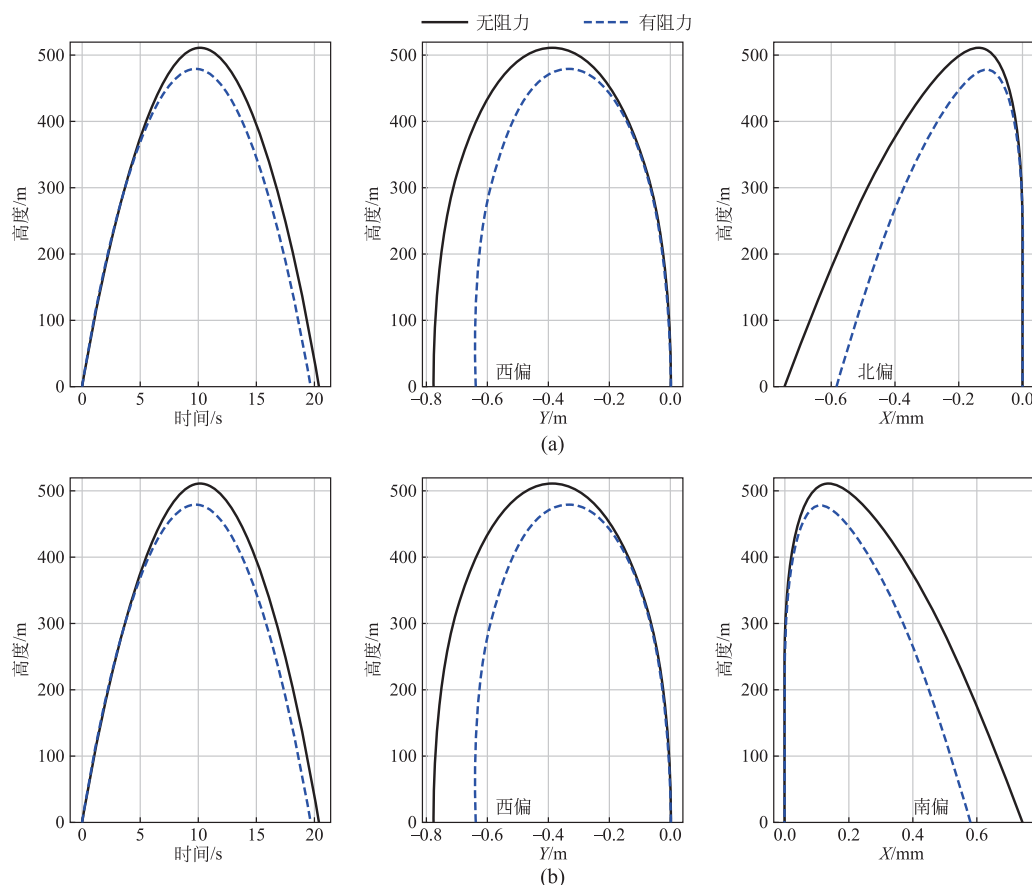


图6 空气阻力对竖直上抛运动的影响

(a) 北纬 40 度 $v_0=100\text{m/s}$; (b) 南纬 40 度 $v_0=100\text{m/s}$

抛体运动速度减慢,科氏力减小,科里奥利效应减弱。

3 傅科摆运动可视化模拟与分析

关于傅科摆运动的科里奥利效应,文献^[6-7]运用 MATLAB 编程模拟方法探究了不同初始条件(初位置、初速度大小和方向)下摆的运动轨迹,定性分析了摆平面偏转变化,对于实际傅科摆,其摆锤由最大振幅处无初速释放后的运动轨迹是内旋轮线。基于上述探究,本文运用 Python 语言编程模拟方法,定量探究摆平面偏转方向与快慢的依赖因素。

3.1 模拟计算与可视化方法

仍基于 Python 软件中 scipy 库的 odeint 函数完成傅科摆运动微分方程组(2)的数值计算,并运用 matplotlib 绘图库实现清晰直观的动态可视化模拟。计算模拟中不考虑空气阻力作用,摆锤初

始坐标的取值均满足摆幅角小于 5° 。初始时刻,傅科摆位于 xOz 平面,自某一幅角静止释放,摆锤由南向北(沿 $-x$ 方向)开始摆动,摆锤初始条件用向量(x 坐标, y 坐标, x 速度, y 速度)来表示,重力加速度大小取 9.8m/s^2 。由于地球自转角速率较小,其产生的科氏力使傅科摆平面偏转不明显,为便于观察和分析摆平面偏转,计算模拟中将地球自转角速率扩大到 400 倍,相关文献^[6-7]也采用类似的放大。

3.2 模拟结果与讨论

这里将通过改变傅科摆所在纬度、初始运动条件、摆长来分析探究相对于地球摆平面的偏转方向和偏转快慢的依赖因素。

(1) 摆平面偏转方向。分别模拟了傅科摆在南、北半球相同条件下的运动,设纬度为 49° ,摆长 $l=67\text{m}$,摆锤初始坐标和速度为 $(4,0,0,0)$,由南向北沿 x 轴开始摆动,摆锤轨迹为 xOy 平面内旋轮线(见图 7),而不是一条直线,这是由于摆锤相

对于转动的地球运动而受到横向科氏力从而引起摆平面偏转。在北半球,运动物体受到科氏力总是垂直并指向运动右侧(图7中深色箭头),导致摆平面沿顺时针方向偏转,而南半球情况与此相反,摆平面沿逆时针偏转。

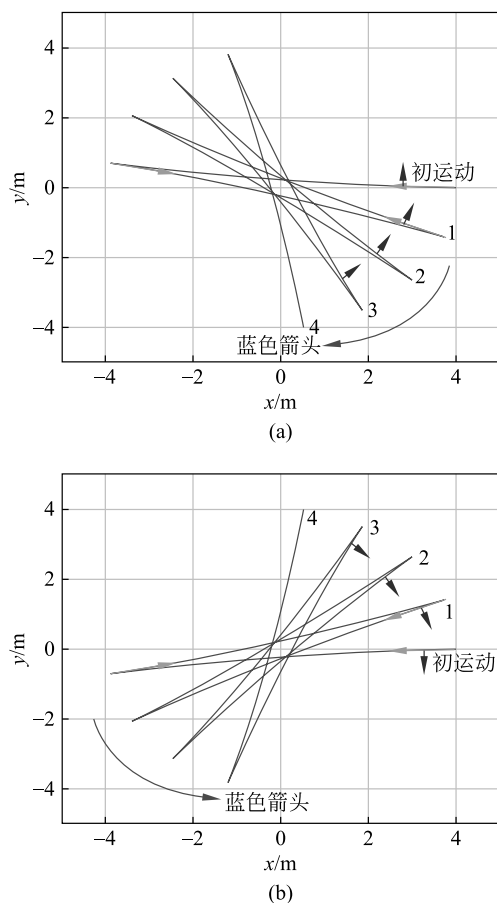


图7 北半球(a)和南半球(b)傅科摆在 xOy 平面内运动轨迹(浅色箭头表示摆锤运动方向,深色箭头表示科氏力方向,蓝色箭头表示摆平面偏转方向,数字表示周期数)

(2) 摆长对傅科摆运动的影响。仍以北纬 49° 为例,傅科摆摆长 l 分别为 40m、60m 和 80m,无初速释放摆,初始位置坐标和速度设为 $(3, 0, 0, 0)$,满足幅角小于 5° ,时间设置为 3 个摆动周期,分别历经不同的时长。由图 8 结果可知:摆动

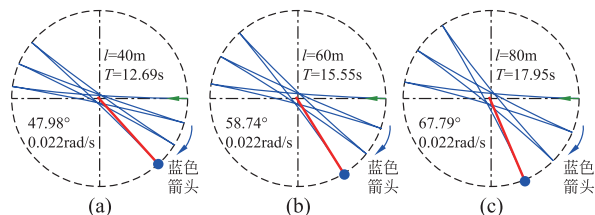


图8 不同摆长傅科摆历经三个周期的运动轨迹(数值分别为偏转角和偏转角速率,蓝色箭头表示摆平面顺时针偏转)

周期 T 随摆长增大而增加,不同摆长的摆平面沿顺时针方向偏转的角度不同,但摆平面偏转角速率近似相等,即摆平面偏转快慢与摆长无关,模拟计算的角速率 0.022rad/s 与理论解析 $(\omega \sin \lambda)$ 计算结果一致。这是由于使摆平面偏转的科氏力仅与地球自转角速度和摆锤运动速度两矢量有关。

(3) 纬度对傅科摆运动的影响。以北半球为例,傅科摆(摆长 $l = 67m$)所在纬度依次为 0° 、 30° 、 60° 、 90° ,初始条件为 $(4, 0, 0, 0)$,模拟过程时长为 3 个摆动周期。模拟结果图 9 显示:赤道处摆平面无偏转,轨迹是一条线段;随纬度增加,摆平面偏转角速率依次增大;在两极处,摆平面偏转最快。这是因为摆平面受到的横向科氏力 $(-2m\omega \dot{x} \sin \lambda)$ 随纬度而增大,赤道处科氏力近似为零,两极处科氏力最大。

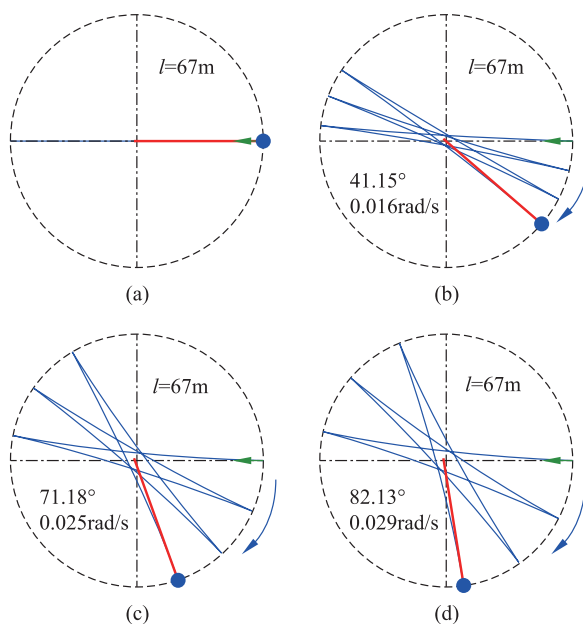


图9 不同纬度处傅科摆运动轨迹和偏转角速率
(数值分别为偏转角和偏转角速率)

(a) 北纬 0° ; (b) 北纬 30° ; (c) 北纬 60° ; (d) 北纬 90°

(4) 初速度对傅科摆运动的影响。以北半球纬度 49° 处傅科摆为例,摆长 $l = 67m$ 。初始条件为 $(3, 0, v_x, 0)$,即沿摆动方向施加一初速度 v_x ,大小分别为 0.5, 1.0, 1.2, 1.5。模拟结果图 10 表明:不同初速度傅科摆摆动 8 个周期 (131.44s) 后,摆平面偏转角保持 165.46° 不变,即初速度大小不影响傅科摆平面偏转角速率 (0.022rad/s),但随着初速度与初位置比值增加,摆的运动轨迹发生改变,这与文献[6,7]结果相同。

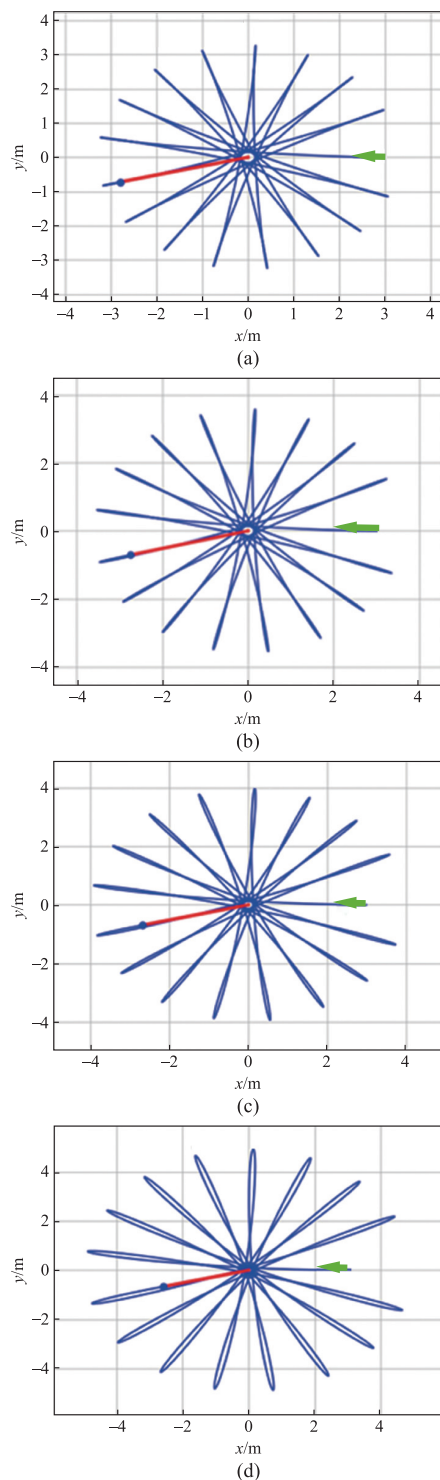


图 10 不同初速度时傅科摆运动轨迹

(a) $(3, 0, -0.5, 0)$; (b) $(3, 0, -0.75, 0)$; (c) $(3, 0, -1.0, 0)$;
(d) $(3, 0, -1.5, 0)$

4 结语

本文基于 Python 计算模拟和可视化动态过

程描绘,系统地探究了抛体运动偏移方向和大小的多种影响因素及其原因,以及傅科摆平面偏转方向和快慢的因素。结论如下:(1)南、北半球水平方向运动引起的横向偏移方向相反,北半球偏移方向发生在运动右侧,南半球则在运动的左侧;(2)南、北半球的竖直方向运动产生的横向偏移方向相同,竖直上抛运动物体西偏,自由落体偏东,且偏移距离随纬度增加而减小;(3)科里奥利力只改变物体运动的方向,其大小与转动参考系和相对运动速度密切相关;(4)空气阻力减弱科里奥利效应。

教学中融合计算机模拟不仅使复杂运动过程直观化,促进学生深入理解抽象的理论知识,构建清晰的物理图像,而且也能够拓宽解决问题的途径和思路,开阔学生的视野,促进学生计算思维和科研探究能力的发展,提高学生分析和解决复杂问题的能力,提升教学效果。

参 考 文 献

- [1] 周衍柏. 理论力学教程[M]. 4版. 北京:高等教育出版社, 2018, 175-179.
- [2] 姚勤芬, 蒋耀妹. 谈谈科里奥利效应[J]. 物理与工程, 2006, 16(5): 59-60, 62.
YAO Q F, JIANG Y M. Talk about the Coriolis effect[J]. Physics and Engineering, 2006, 16(5): 59-60, 62. (in Chinese)
- [3] 徐劳立, 刘宇星, 王越. 航班飞行中的物理问题[J]. 物理与工程, 2019, 29(3): 90-93, 96.
XU L L, LIU X Y, WANG Y. Physical problems in flight[J]. Physics and Engineering, 2019, 29(3): 90-93, 96. (in Chinese)
- [4] 王安祥, 李继军, 翟学军, 等. 基于 Matlab 的科里奥利力对抛体运动的影响[J]. 陕西科技大学学报, 2010, 28(6): 106-110.
WANG A X, LI J J, ZAI X J, et al. Study of the effect of Coriolis' force on projectile motion based on MATLAB[J]. Journal of Shaanxi University of Science & technology, 2010, 28(6): 106-110. (in Chinese)
- [5] 简粤. 无阻尼情况下科里奥利力对抛体运动的影响[J]. 兰州工业学院学报, 2016, 23(3): 86-90.
JIAN Y. Effect of Coriolis Force on the projectile motion without resistance[J]. Journal of Lanzhou Institute of Technology, 2016, 23(3): 86-90. (in Chinese)
- [6] 李刚. 用 MATLAB 动态模拟并分析傅科摆的运动[J]. 力学与实践, 2004, 26(1): 72-74.
LI G. Simulate and analyze the motion of Foucault pendulum by MATLAB[J]. Mechanics and Practice, 2004, 26(1): 72-74. (in Chinese)
- [7] 李育凌. 傅科摆的研究及可视化[J]. 智库时代, 2019, (5): 236-238.
LI Y L. Research and visualization of Foucault Pendulum [J]. Think Tanks ERA, 2019, (5): 236-238. (in Chinese)