

固体力学内耗理论讲授方法

乔吉超 郝 奇 邢光辉

(西北工业大学力学与土木建筑学院, 陕西 西安 710072)

摘 要 固体内耗是研究原子迁移、微观结构演化的重要方法,对理解固体结构缺陷动力学弛豫过程具有重要作用。本文从能量和应力应变滞回曲线出发推导了固体力学内耗表达式,后结合内耗与固体微观结构缺陷弛豫的本征关联概述了晶态固体和非晶态固体力学弛豫模式的研究前沿,这对于固体黏弹性力学的课程教学具有重要借鉴价值。本文结合作者近几年的固体内耗理论教学实践及研究成果,从教学内容、教学方法和教学环节等方面探讨该课程的教学。文中的教学措施可为其他讲授力学课程的教师提供参考。

关键词 固体内耗, 动态力学分析, 非晶合金, 教学方法

TEACHING METHODS OF INTERNAL FRICTION THEORY IN SOLID MECHANICS

QIAO Jichao HAO Qi XING Guanghui

(School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072)

Abstract As a fundamental characterizing method of atomic diffusion and microstructural evolution, internal friction in solids plays an important role in understanding the dynamic relaxation process of structural defects. Based on the perspective of energy conservation and stress-strain hysteresis curve, the concept of internal friction in solid mechanics was introduced in the current work. Combined with the essential relationship between internal friction and solid microstructure defect relaxation, the frontier progress of mechanical relaxation models of crystalline and amorphous solids is summarized, which has important reference value for the teaching process of viscoelastic mechanics. Based on the teaching practices and research results of solid internal friction theory for recent years, this paper investigates the teaching content, teaching methods and teaching links. The teaching measures mentioned in the current work may provide useful reference for other teachers who also teach relevant mechanics.

Key words internal friction in solids; dynamic mechanical analysis; amorphous solid; teaching methods

创新教学方法可以使学生更好地掌握学科体系的重要知识内容,这既是现代大学课堂教学改

革的基本内涵,又是践行“四有”好老师要求的重要因素,更是承载“立德树人”根本任务的使命所

收稿日期: 2022-06-10

基金项目: 国家自然科学基金(51971178);陕西省杰出青年基金(2021JC-12)。

作者简介: 乔吉超,男,教授,主要从事力学教学科研工作,研究方向为非晶合金的黏弹性力学行为, qjczy@nwpu.edu.cn。

引文格式: 乔吉超,郝奇,邢光辉. 固体力学内耗理论讲授方法[J]. 物理与工程, 2023, 33(2): 54-59.

Cite this article: QIAO J C, HAO Q, XING G H. Teaching methods of internal friction theory in solid mechanics[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 54-59. (in Chinese)

在,因此,专业课程教学方法创新显得尤为重要^[1-3]。在黏弹性理论课堂教学中,如何从学生熟悉的领域中引入内耗概念,使其掌握固体内耗与物质微观结构缺陷相关的知识体系并了解力学内耗测量的科学研究意义与生产实际价值,教与学中均存在极大的难度,所以无论从教师还是学生角度,都必须充分认识固体内耗产生的物理机制与微观结构信息的本征关联。

20世纪50年代,我国著名金属物理学家,国际滞弹性内耗研究领域创始人之一的葛庭燧先生研发了内耗研究扭摆仪(葛氏扭摆),然后采用此测量技术发现晶界弛豫内耗峰(葛峰)并提出无序原子群晶界模型,奠定了固体内耗这一学科的理论基础^[4]。振动的固体即使与外界完全隔绝,其机械振动也会逐渐衰减下来,这种由于材料内部原因而引起的能量损耗称为内耗^[5]。以给定频率的交变信号激励试样,测量其反应信号时,当外加频率与材料结构弛豫的本征频率相近时,反应信号将会出现极大值,从而获得谱图。通常,内耗谱测量频率范围为 kHz~μHz,完全覆盖了缺陷慢跃迁过程(如点缺陷跃迁)的本征频率范围,而且所加的刺激信号为交变应力,反应信号为交变应变,所以适用于任何能够传播弹性应力波的物质。大量研究表明,内耗是研究材料缺陷弛豫机制和微观结构变化的最有效手段之一^[4,6,7],可用于传统晶态合金、非晶态物质、软物质材料和新型功能材料(超导材料、离子导体、纳米材料和巨磁电阻材料等)缺陷弛豫及相变动力学的研究,也可用于解决晶界偏析成分测定、低碳钢固溶碳含量测定等生产实际中遇到的应用问题。内耗在黏弹性力学、凝聚态物理和材料科学等相关领域具有广泛科学价值和应用前景,应当被进一步发展和深入研究^[8]。此前,由于黏弹性力学内耗相关章节与力学专业主干课的联系不够紧密,且学生该部分内容的基础相对薄弱,这给课程教学带来一定困难。因此通过向学生说明固体内耗理论的科学价值和实际应用,有利于引导学生从思想上重视固体力学内耗课程学习并调动学习兴趣^[9]。

从能量角度理解内耗概念相对容易,且周期力学加载过程中内耗的数学表达十分简单,然而正是由于概念及表示形式简单,学生在刚接触该函数时会以为很容易掌握相关知识点,但经过仔细了解笔者却发现并非易事。根据笔者多年的教

学观察总结,部分学生在课程完成之际尚不理解内耗峰与频率之间的依赖性,亦不能灵活掌握晶态固体与非晶态固体不同弛豫模式间的起源以及彼此之间的关联。

对于刚从事黏弹性理论授课的教师而言,在给 学生讲授这部分知识时容易忽视横向与纵向的对比讲解,导致发现学生对这部分知识以及由这部分知识延伸的相关知识理解不深刻,这不仅影响了固体内耗理论的掌握,也不利于黏弹性理论的深入学习。因此,通过与学生交流发现了上述问题后,笔者认真总结固体力学内耗教学法,并改进教学模式:首先,从学生易于接受的中学阶段能量守恒角度以及本科力学专业学生熟悉的应力应变曲线角度引入固体内耗概念。其次,推导弹性、黏性和黏弹性材料在周期性受迫振动情况下的不同力学响应,以及动态力学分析测量模式下的固体内耗表达式。最后,分析内耗在固体微观结构缺陷力学弛豫测量方面的重要性,并概述传统晶体材料和非晶固体的主要内耗/力学弛豫模式,从而实现了更好的教学效果。授课思路如图1所示。

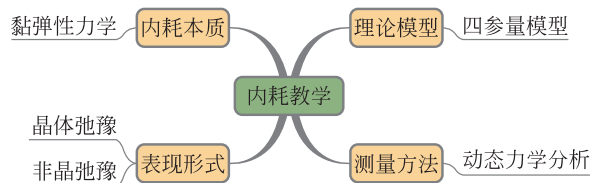


图1 授课思路示意图

1 讲授方法

1.1 从能量角度引入内耗

内耗可从能量损耗本身进行度量,如图2(a)所示,考虑无风阻、弹性地面情况下,自由落体的小球被弹起时,小球的初始重力势能可分为两部分:一是恢复的能量 W ,可用小球弹起的高度表示;二是由于小球内部结构单元摩擦运动而以热形式耗散的能量 ΔW ,可用初始高度与小球弹起高度之差表示。在弹塑性力学相关课程中,已知由于材料的滞弹性或弹塑性性质,当荷载大于一定程度时,在卸载过程中由于延迟回复或残余变形会导致荷载为零而变形不为零,称为“滞后”现象。经过一个荷载循环,荷载变形曲线就形成一个环线,称之为滞回环,如图2(b)为采用周期性应

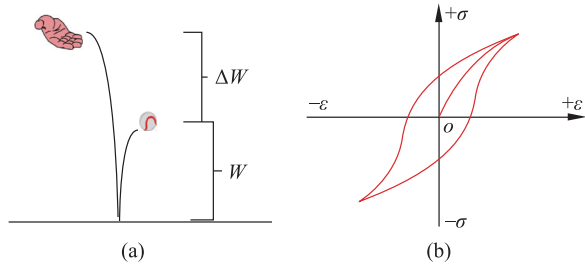


图2 内耗的能量度量

(a) 自由落体小球的能量损耗; (b) 一个振动周期内的应力-应变曲线

力(应变)加载试样时一个振动周期内的应力应变滞回环。滞回环曲线在加载部分应力应变曲线下所包围面积反映了结构吸收能量的大小;而滞回环内卸载曲线与加载曲线所包围的面积则反映了一个振动周期内结构耗散的能量,这些能量通过材料内部运动或局部损伤转化为热能而散失到空间中。通常将一个周期内以热的形式损耗的能量 ΔW 与最大弹性储能 W_s 的比值称为内耗

$$\psi = \frac{\Delta W}{W_s} \quad (1)$$

1.2 动态力学激励的材料响应

通常固体内耗通过动态力学分析(dynamic mechanical analysis, DMA)进行测量,对材料施加简谐应力(或应变)后分析对应的应变(或应力)响应^[10]。首先施加动态应力,其可以表示为

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin \omega t \quad (2)$$

其中, σ_0 为应力幅值, ω 为角频率。

样品在动态应力加载下会产生动态应变,对于理想弹性材料,应力应变关系服从胡克定律,且应变响应为瞬时的,故对于正弦应力加载下的应变响应为同相位的正弦函数,如图 3(a)所示。

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin \omega t \quad (3)$$

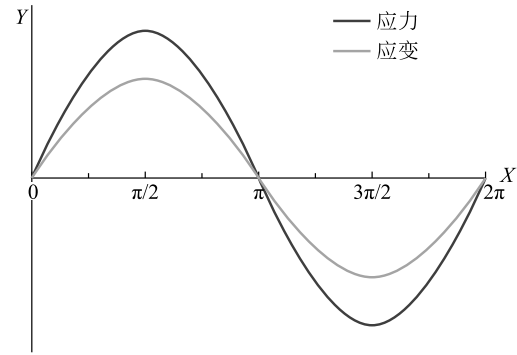
对于理想黏性材料,其服从牛顿黏性定律,应力与应变速率成正比,故其应变响应为相差 $\pi/2$ 相位的正弦函数,如图 3(b)所示。

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

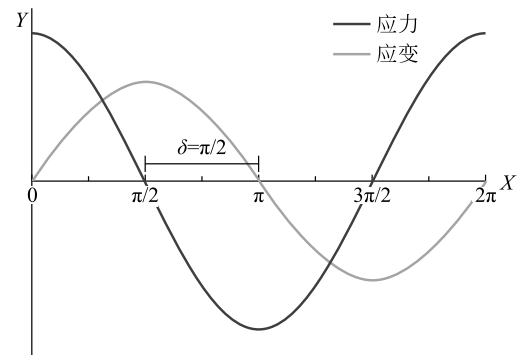
对于黏弹性材料,其力学行为介于理想黏性材料与理想弹性材料之间,其应力与应变、应变速率都相关,应变响应为相差 δ 相位的正弦函数,如图 3(c)所示。

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t - \delta) \quad (5)$$

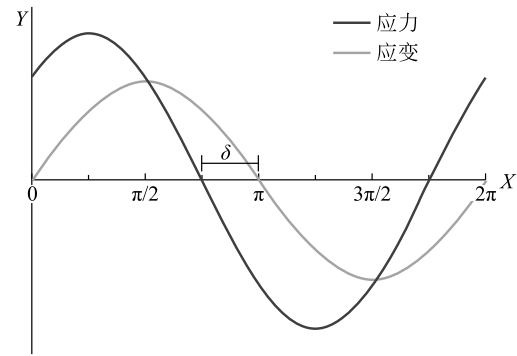
将式(5)展开,可得



(a)



(b)



(c)

图3 不同材料在正弦应力下的应变响应

(a) 弹性响应; (b) 黏性响应; (c) 黏弹性响应

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 (\cos \delta \sin \omega t - \sin \delta \cos \omega t) \quad (6)$$

应变响应函数中包含与应力响应函数同相位的弹性应变以及与应力响应函数相差 $\pi/2$ 相位的黏性应变。为了方便计算材料的模量,将应力应变函数化为复数形式,式(2)和式(5)可分别写为

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp(i\omega t) \quad (7)$$

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \exp[i(\omega t - \delta)] \quad (8)$$

因此黏弹性材料复模量可以写为

$$G^* = \frac{\sigma(t)}{\epsilon(t)} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} e^{i\delta} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} (\cos \delta + i \sin \delta) \quad (9)$$

储能模量为

$$G' = |G^*| \cos \delta = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \cos \delta \quad (10)$$

损耗模量为

$$G'' = |G^*| \sin \delta = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \sin \delta \quad (11)$$

则复模量可以通过储能模量与损耗模量来表示,储能模量为形变过程中通过弹性形变而储存的部分,损耗模量表示黏性形变过程中以热能形式耗散的部分。

$$|G^*| = \sqrt{(G')^2 + (G'')^2} \quad (12)$$

在一个正弦加载周期内,黏弹性材料由于原子或者分子运动产生应变滞后现象,从而在应力应变关系图中形成滞回环。滞回环面积为在一个加载周期内材料损耗能量 ΔW ,其值可以通过对曲线积分得到

$$\Delta W = \oint \sigma(t) d\epsilon(t) = \int_0^{2\pi} \sigma(t) \frac{d\epsilon(t)}{dt} dt = \pi \epsilon_0^2 G'' \quad (13)$$

由式(13)可以看出损耗模量与一个周期内损耗能量成正相关关系,而对于样品在一个正弦加载周期内存储的弹性能量 W ,可以对 $1/4$ 周期内应力应变曲线的积分求得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \sigma(t) \frac{d\epsilon(t)}{dt} dt = \frac{\epsilon_0^2 G'}{2} + \frac{1}{4} \pi \epsilon_0^2 G'' \quad (14)$$

其中, $W_s = \frac{\epsilon_0^2 G'}{2}$ 为最大弹性储能, $\frac{1}{4} \pi \epsilon_0^2 G''$ 为 $1/4$ 周期内损耗的能量。

在一个加载周期中,内耗为损耗能量与最大弹性储能的比值,一般用 ψ 表示。

$$\psi = \frac{\Delta W}{W_s} = 2\pi \frac{G''}{G'} = 2\pi \tan \delta \quad (15)$$

内耗正切值 $\tan \delta$ 一般表示为品质因数 Q^{-1} , 该值通常被直接称为内耗。

$$Q^{-1} = \tan \delta = \frac{G''}{G'} \quad (16)$$

1.3 力学内耗的产生机制

内耗与力学弛豫现象密切相关,研究固体内耗可以探查固体动态弛豫过程中的微观机制。对一个热力学系统,在外部变量无限小变化的作用下,总存在一系列单值的平衡状态。因此对于在外加激励作用下偏离平衡态的热力学系统,其随

时间推移回到初始平衡态或者达到新的平衡态的过程叫做弛豫。若外加激励为力学变量,即应力或应变时,由此产生的弛豫为力学弛豫。例如,在应力作用下力学弛豫表现为应力的共轭量(应变)到达平衡的过程,反之亦然^[11]。

在力学作用下,固体产生偏离理想弹性的非弹性应变,其根本影响因素为固体内部结构(可能与分子、原子、声子或电子有关)发生变化。固体结构缺陷或原子分子运动在一定程度上可引发力学弛豫现象,在晶态固体中包括点缺陷(间隙原子和空位),线缺陷(各类位错)和面缺陷(晶界等),与晶界有关的力学弛豫是半个世纪以来研究最为广泛的一种弛豫行为。将内耗与固体缺陷进行关联,其现实意义在于利用内耗技术与相关理论探索固体微观结构和缺陷,不仅是晶体固体的点缺陷、线缺陷、面缺陷,而且包括非晶态无序固体内尚无法表征的微观结构信息。

1.4 力学内耗模型

从 1.2 节已知力学内耗是材料应力、应变之间动态响应的一种表现,可采用如图 4 所示的 Maxwell 模型和 Vogit 模型串联组成的四参量模型来描述。图中 J 为弹性元件的柔度, η 为黏性元件的黏度。根据黏弹性力学相关概念,可定义 $\tau_1 = J_1 \times \eta_1$ 和 $\tau_2 = J_2 \times \eta_2$ 。

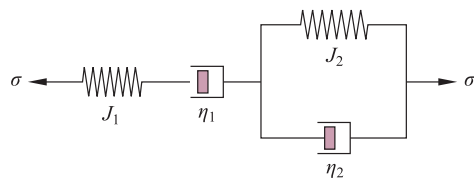


图4 四参量模型示意图

推导其微分型本构方程为

$$\ddot{\epsilon} + \frac{1}{\tau_2} \dot{\epsilon} = J_1 \ddot{\sigma} + \frac{1}{\tau_2} \left(J_1 + J_2 + \frac{\tau_2}{\tau_1} J_1 \right) \dot{\sigma} + \frac{J_1}{\tau_1 \tau_2} \sigma \quad (17)$$

已知简谐应力-应变动态响应特性为公式(7)、式(8),将其代入式(17)中可得储能模量 G' 和损耗模量 G'' 分别为

$$G' = J_1 + \frac{J_2}{1 + (\omega \tau_2)^2} \quad (18a)$$

$$G'' = \frac{J_1}{\omega \tau_1} + \frac{\omega \tau_2 J_2}{1 + (\omega \tau_2)^2} \quad (18b)$$

对于常见固体,在所研究的温度区间内,内耗

数值相当小($<10^{-2}$)。对于单一弛豫行为, $J_1 \gg J_2$, 因此四参量模型的内耗可表示为

$$Q^{-1} = \frac{G''}{G'} \approx \frac{J_2}{J_1} = \frac{1}{\omega\tau_1} + \frac{J_2}{J_1} \frac{\omega\tau_2}{1 + (\omega\tau_2)^2} \quad (19)$$

部分固体具有多个弛豫时间, 可采用多个 Maxwell 单元与 Vogit 单元的串联与并联表示。

1.5 晶态固体内耗模式

目前在晶体中发现的内耗现象与原子尺度上微观缺陷的运动密切相关, 晶体为长程拓扑有序的固体, 其中目前已知的缺陷形式主要分为点缺陷(空位和溶质原子等), 线缺陷(各类位错)和面缺陷(层错、晶界及相界等)^[4]。

点缺陷型弛豫内耗中有 Snoke 弛豫与 Zener 弛豫, 前者由四角对称的间隙固溶原子形成弹性偶极子并通过应力感生有序的形式形成弛豫, 其弛豫强度具有各向异性且与溶质原子浓度相关, 弛豫时间和温度具有 Arrhenius 关系。后者由替代式溶质原子形成弹性偶极子并引发弛豫, 其弛豫过程主要由原子扩散引起, 所以该弛豫可以进一步研究点阵空位的相关性质^[12]。

线缺陷型弛豫内耗主要是由于晶体线性位错的运动或与其他微观结构相互作用引起, 位错的双弯节成核及弓出会导致 Bordoni 弛豫, 其峰温随频率变化具有弛豫特性。当位错与点缺陷相互作用时会出现非线性滞弹性内耗峰(内耗的振幅效应), 这主要是由于位错脱钉引起^[13]。

面缺陷型弛豫内耗主要是由晶界的黏滞性运动引起, 在这个过程中晶界中的不同规模的原子扩散占据主导地位, 葛庭燧先生等提出的无序原子群模型成功描述了不均匀的晶界结构并揭示了晶界弛豫的黏滞性起源^[4]。晶界弛豫过程中复杂微观结构运动与溶质原子的耦合会提高弛豫激活能并增大激活熵, 这可以通过耦合模型进行解释^[8]。

1.6 非晶态固体内耗模式

不同于晶体材料, 非晶固体为典型的亚稳非平衡体系, 弛豫是非晶固体的本征特性, 其无时无刻不在处于弛豫过程中, 因而由固体内耗表征的力学弛豫模式也相当复杂^[14]。

液体在急速快冷时, 在熔点处来不及结晶形成核便转变为过冷液体, 过冷液体中存在单一 α 弛豫模式, 对应于大规模原子平移运动^[15]。随着温

度的降低, 过冷液体黏度持续增加, 其弛豫模式在临界温度 T_c 处由单一弛豫模式劈裂为两种弛豫模式: α 和 β 弛豫。随着温度降低, 过冷液体黏度达到约 $10^{12} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 时, 体系黏度足够高以致液体冻结, 形成非晶固体。此时大规模原子运动难以发生, 但系统仍存在纳米尺度上模量低、能量状态不稳定、动力学特征时间快的类液相区域, 其中存在小范围的局部原子团簇运动, 对应于 β 弛豫。 β 弛豫是非晶固体的主要弛豫形式, 与非晶固体扩散、变形和玻璃转变等物理/力学行为密切相关。随着温度继续降低, 非晶态固体中出现普遍存在的快 β' 弛豫, 其与体系的滞弹性行为存在关联。从物理角度出发, β 弛豫可能起源于“弦状”原子团簇构型激发运动^[16], 其类似于典型的随机局部 STZ(剪切转变区, 可通过原子重排以承载变形)激活, 涉及一系列的“破笼”行为。“破笼”行为起源于小范围原子团簇重排运动或具有局部较高移动能力的镶嵌在弹性基底的“类液区”原子簇激活运动, 对应于快 β' 弛豫的激活。

2 结语

本文首先从能量和应力应变滞回曲线角度引入了固体内耗概念, 其次基于强迫振动的动态力学分析方法推导了固体内耗的表达式, 最后分析内耗在探究固体力学弛豫微观结构机制方面的作用后, 概述了晶态固体与非晶态固体中多种多样的力学弛豫模式及其与微观结构的关联。授课过程由浅入深, 由表及里, 从原理到应用, 再到该技术在科学研究和生产应用中的展望, 让学生既知其然, 也知其所以然。主要结论如下:

(1) 内耗与能量密切相关, 是固体在力学场变形过程中由于内部运动引起的能量损耗。

(2) 内耗是对理解结构缺陷动力学弛豫过程具有重要作用, 本质上是体系原子或分子随时间推移重新排列的过程。

(3) 晶态固体的弛豫模式与结构关联相当明确。然而对于非晶态固体, 原子无序排列, 其多种弛豫模式的微观结构物理起源仍需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 赖格卢特 C M, 盛群力. 面向教育新范式的教学理论与技术[J]. 远程教育杂志, 2012(6): 86-93.

- REIGELUTH C M, SHENG Q L. Instructional theory and technology for the new paradigm of education[J]. Journal of Distance Education, 2012(6): 86-93. (in Chinese)
- [2] 孟昭霞. 实验教学在学生创新能力培养中的作用[J]. 现代大学教育, 2018(5): 92-97.
- MENG S X. The role of experimental teaching in the cultivation of students' innovative ability[J]. Modern University Education, 2018(5): 92-97. (in Chinese)
- [3] 王海鹏, 王庆. 表征液态金属结构双体分布函数的讲授方法[J]. 物理与工程, 2022, 32(1): 00-00.
- WANG H P, WANG Q. Teaching method of pair distribution function to characterize liquid alloy structure[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(1): 00-00. (in Chinese)
- [4] 葛庭燧. 固体内耗理论基础: 晶界弛豫与晶界结构[M]. 北京: 北京大学出版社, 2014.
- [5] 吴学邦, 刘长松, 朱震刚. 内耗技术在软物质研究中的一些应用[J]. 物理, 2016, 45(11): 720-728.
- WU X B, LIU C S, ZHU Z G. Applications of internal friction technology in the study of soft matter[J]. Physics, 2016, 45(11): 720-728. (in Chinese)
- [6] 冯端. 金属物理学(第3卷)[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [7] 王礼立. 高应变率下材料动态力学性能[J]. 力学与实践, 1982, 4(1): 9-19
- WANG L L. Dynamic mechanical properties of materials at high strain rate[J]. Mechanics in Engineering, 1982, 4(1): 9-19. (in Chinese)
- [8] 方前锋, 王先平, 吴学邦, 等. 内耗与力学谱基本原理及其应用. 物理, 2014, 40(12): 786-793.
- FANG Q F, WANG X P, WU X B, et al. The basic principles and applications of internal friction and mechanical spectroscopy[J]. Physics, 2014, 40(12): 786-793. (in Chinese)
- [9] 梅真. 土木类专业流体力学课程教学改革与实践[J]. 力学与实践, 2021, 43(5): 796.
- MEI Z. Reform and practice of teaching fluid mechanics for civil engineering[J]. Mechanics in Engineering, 2021, 43(5): 796. (in Chinese)
- [10] HAO Q, LYU G J, PINEDA E, et al. A hierarchically correlated flow defect model for metallic glass: Universal understanding of stress relaxation and creep[J]. International Journal of Plasticity, 2022, 154: 103288.
- [11] WANG W H. Dynamic relaxations and relaxation-property relationships in metallic glasses[J]. Progress in Materials Science, 2019, 106: 100561.
- [12] 葛庭燧. 点缺陷与位错交互作用所引起的非线性力学弛豫——I. 非线性弛豫峰的发现和肯定[J]. 自然科学进展, 1993(4): 289-302.
- GE T S. Nonlinear mechanical relaxation caused by the interaction between point defects and dislocations—I. Discovery and confirmation of nonlinear relaxation peaks. Progress in Natural Science, 1993(4): 289-302. (in Chinese)
- [13] 方前锋. Ta-O 固溶体中的 Snoek-Koster 弛豫[J]. 金属学报, 1996(6): 565-572.
- FANG Q F. Snoek Koster relaxation in Ta-O solid solution[J]. Acta Metallurgica Sinica, 1996(6): 565-572. (in Chinese)
- [14] LUNKENHEIMER P, LOIDL A. Dielectric spectroscopy of glass-forming materials: α -relaxation and excess wing[J]. Chemical Physics, 2002, 284(1): 205-219.
- [15] 乔吉超, 张浪淳, 童钰, 等. 基于微观结构非均匀性的非晶合金力学行为[J]. 力学进展, 2022, 52(1): 117.
- QIAO J C, ZHANG L T, TONG Y, et al. Mechanical properties of amorphous alloys: In the framework of the microstructure heterogeneity[J]. Advances in Mechanics, 2022, 52(1): 117-152. (in Chinese)
- [16] YU H B, RICHERT R, SAMWER K. Structural rearrangements governing Johari-Goldstein relaxations in metallic glasses[J]. Science Advances, 2017, 3(11): e1701577.