

殊途同归 择优而行

——以“一题多解”为例浅谈数学物理方法课程思政

祝俊 甄嵘嵘 李志坚 马杰

(山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006)

摘要 数学物理方法课程是物理学专业和部分工科专业重要的基础课,在数学物理方法课程中融入课程思政,是新时期落实立德树人教育根本目标的必要之举。基于数学物理方法课程教学内容和知识体系的特点,该课程开展思政建设的重点在于提高学生的科学思维意识、辩证思维能力和创新能力。本文我们以教学内容中经典例题的“一题多解”为引,以“殊途同归 择优而行”为切入点,浅谈在数学物理方法课程思政建设中的一些思考和教学实践。

关键词 课程思政;一题多解;殊途同归;择优而行

“ALL ROADS LEAD TO THE BEST”

—TAKING “DIRICHLET INTEGRAL” AS THE LEAD, A BRIEF DISCUSSION ON THE POLITICAL THINKING OF MATHEMATICAL PHYSICS METHOD COURSE

ZHU Jun ZHEN Rongrong LI Zhijian MA Jie

(School of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006)

Abstract The course of mathematical physical method is an important basic course for physics majors and some engineering majors. It is necessary to integrate curriculum ideology and politics into the course of mathematical physical methods to realize the basic goal of moral education. Based on the teaching content and knowledge system, the focus of ideological and political construction of the course lies in improving scientific thinking consciousness, dialectical thinking ability and innovation ability of students. In this paper, we take “multiple solutions to one problem” as an example, “all paths lead to the same destination, and choose the best” as the breakthrough point, talking about some thinking and teaching practice in the ideological and political construction of mathematical physical method courses.

Key words Curriculum Ideology and Politics; One problem with many solutions; All roads lead to Rome; Choose the best

收稿日期: 2021-12-20

基金项目: 2021 年度高等学校数学物理方法课程教学研究项目(JZW-21-SL-07);2021 年山西省高等学校教学改革创新项目(J2021087)山西大学物理电子工程学院课程思政建设项目(WDKCSZ202006)。

作者简介: 祝俊,男,副教授,山西大学物理电子工程学院物理系副主任,主要从事物理教学科研工作,研究方向为等离子体物理,zhujun@sxu.edu.cn;李志坚,男,教授,山西大学物理电子工程学院副院长,主要从事物理教学科学工作,研究方向为理论物理;马杰,男,教授,山西大学党委委员、副校长,山西大学物理电子工程学院党委副书记、院长,全国优秀青年基金获得者,主要从事物理教学科学工作,研究方向为超冷原子与分子物理。

引文格式: 祝俊,甄嵘嵘,李志坚,等. 殊途同归 择优而行——以“一题多解”为例浅谈数学物理方法课程思政[J]. 物理与工程,2023,33(2):49-53.

Cite this article: ZHU J, ZHEN R R, LI Z J, et al. “All roads lead to the best”—Taking “Dirichlet integral” as the lead, a brief discussion on the political thinking of mathematical physics method course[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 49-53. (in Chinese)

1 课程的重要性以及开展思政建设的优势

数学物理方法课程在理工科人才培养过程中具有重要的作用^[1],该课程是培养大学生科学思维意识、辩证思维能力和创新能力的主要载体^[2],在思政教育方面有独特的教育优势。主要表现在:(1)课程定位高。以山西大学为例,数学物理方法是物理学(拔尖基地 2.0)、物理学(国家基地)、光电信息科学与工程和电子信息科学与技术四个本科专业都要学习的一门重要的专业基础课程,是上述四个专业的学生在修完高等数学、线性代数和一些普通物理课程,具备一定的数学基础和物理知识后,为进一步学习本专业的其他课程,准备的又一门重要的基础数学课程。数学物理方法课程被公认为是普通物理和四大力学的“黏合剂”,是学习专业课程的“奠基石”。(2)受众学生广、课时多。山西大学每学年为上述 4 个本科专业共 300 余名本科生开设数学物理方法课程,共计 288 课时。(3)教学内容丰富。数学物理方法课程教学内容涵盖了复变函数、积分变换和数学物理方程与特殊函数三部分内容,它与前修课程(例如:高等数学、线性代数)有着密接的联系,且为后续专业课程(例如:“四大力学”)学习提供数学基础,其中勒让德多项式、贝塞尔函数、格林函数等高阶内容有助于学生在研究生阶段的科学研究,教学内容在专业课程设置中起到了“承上启下”的作用。

2 教学与育人目标

2021 年年初山西大学物理学拔尖学生培养基地入选国家基础学科拔尖学生培养计划 2.0 基地(简称“拔尖计划 2.0”);2022 年初山西大学入选“双一流”建设高校,物理学入选“一流学科”建设名单。在学校加快“双一流”建设的新形势下,课程团队从山西大学建设综合性高水平研究型大学的办学目标,以及物理学拔尖基地的人才培养目标出发,对原有教学目标进行更新和提升,把教学目标分为知识目标、能力目标和育人目标三个层次。知识目标即基本目标,通过课堂教学使学生掌握复变函数、积分变换的基本理论,掌握三类典型方程定解问题的常用解法,了解贝塞尔函数及勒让德多项式的概念、性质以及它们在解数学物理方程中的作用,旨在夯实学生的数学功

底、提高物理素养。知识目标是课堂教学的基础,同时也是课程思政隐形教育的基础。能力目标即进阶目标,通过基本知识理论、方法的讲授,培养学生的抽象思维和逻辑推理能力,数学建模、求解、分析能力,利用数学工具解决科学研究中遇到的具体数学物理问题的能力。逻辑思维能力培养和科学创新意识的养成不仅是该课程教育目标的重点,也是课程思政建设的重点。育人目标即高阶目标,是数学物理方法课程开展教学活动的宗旨。旨在通过知识和方法的传授,培养一批数学功底扎实、物理素养高,且具有国家情怀、科学精神、批判性思维、勇于创新的物理学拔尖人才,实现“立德树人”这一教育的根本任务。

3 课程思政建设的实施与探索

山西大学数学物理方法课程教学团队始终秉承“格物致理·慎思笃行”的院训,坚持“以学生发展为中心,能力培养为目标,教学改革为手段,立德树人为宗旨”的教学理念,践行德育与智育并重、“传道、授业、解惑”的教育观念,以教学内容为基础、以教学目标为宗旨、以教学理念为指导开展课程思政建设。基于数学物理方法课程教学内容和知识体系的特点,我们指出该课程开展思政建设的重点在于通过授课教师清晰的思维方式、严密的逻辑推导的展现,工整板书和 PPT 课件完美结合的呈现以及数学软件的合理运用,引导学生学习这种能力,不断提高自身的科学思维意识、辩证思维能力和创新能力。强调教师在学生品行养成,学识积淀,能力锻造等方面发挥着重要的作用,教师良好的授课状态和精神面貌是激励学生成才的直接“思政”资源^[3]。

下面将从具体的教学案例出发,介绍我们在开展课程思政建设中的一些探索和经验,希望能够起到抛砖引玉的效果。

3.1 一题多解、殊途同归——大学生科学思维能力的培养

《周易·系辞下》:“天下同归而殊途。”殊:不同。途:道路,路径。归:趋向。原意指通过不同的路径走到同一个目的地,现比喻用的方法虽不同,但目标与结果都一样。“殊途同归”的道理在数学物理方法课程中有着充分的体现,下面我们以“一题多解”为例,以“殊途同归”为切入点,分享数学物理方法课程在培养大学生科学思维能力方面的一些教学经验。

3.1.1 狄利克雷积分的三种解法

狄利克雷积分是高等数学中一个非常重要的反常积分,它在光学、电磁学、无线电技术等领域有着广泛的应用。由于狄利克雷积分收敛,但不是绝对收敛,被积函数的原函数不能用初等函数表示,使得狄利克雷积分不能用传统的牛顿-莱布尼茨公式求出积分值,所以狄利克雷积分在“高等数学”“复变函数”等教材中经常作为经典例子来讨论。在数学物理方法课程教学过程中,我们在不同的章节分别采用留数定理在实积分中的应用、函数傅里叶积分展开和拉普拉斯变换像函数的积分性质计算得到狄利克雷积分。

1) 利用留数定理求解

利用奇、偶函数在对称区间积分的性质和欧拉公式可将狄利克雷积分化为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{x} dx \quad (1)$$

等式(1)右边的积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{x} dx$ 属于留数定理在实积分中应用的典型类型之一。将被积函数 $\frac{e^{ix}}{x}$ 自然扩展到复平面变成复变函数 $\frac{e^{iz}}{z}$, 并构造闭合回路积分(见图1), 利用留数定理得

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{x} dx + \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{\Gamma_\epsilon} \frac{e^{iz}}{z} dz + \lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{\Gamma_R} \frac{e^{iz}}{z} dz = 0 \quad (2)$$

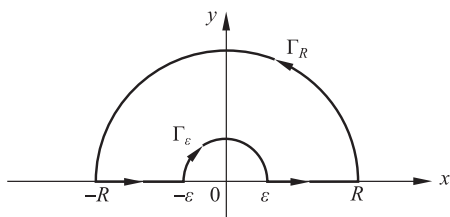


图1

等式(2)中第一项是待求积分,第二项可以利用留数定理求解

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{\Gamma_\epsilon} \frac{e^{iz}}{z} dz = -\frac{1}{2} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \oint_{|z|=\epsilon} \frac{e^{iz}}{z} dz = -\pi i \quad (3)$$

由于 $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z} = 0$, 根据约当引理^[4], 等式(2)中第三项 $\lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{\Gamma_R} \frac{e^{iz}}{z} dz = 0$ 。

因此,狄利克雷积分为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi \quad (4)$$

2) 利用傅里叶积分求解

函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-1, 1], \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$ 的傅里叶积分形式为

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \omega}{\omega} e^{i\omega x} d\omega \quad (5)$$

等式(5)左右两边同时取 $x=0$, 则得到狄利克雷积分

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \omega}{\omega} d\omega = \pi \quad (6)$$

3) 利用拉普拉斯变换的性质求解

根据拉普拉斯变换像函数的积分性质有

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} e^{-pt} dt = \int_p^{+\infty} \frac{1}{p^2 + 1} dp = \frac{\pi}{2} - \arctan p \quad (7)$$

等式(7)两边同时取 $p=0$, 则有

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \int_0^{+\infty} \frac{1}{p^2 + 1} dp = \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

以上就是数学物理方法课程中关于狄利克雷积分的三种解法,当然狄利克雷积分的解法还有很多种,这里就不再一一阐述了。

3.1.2 实积分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + \epsilon \cos \theta} d\theta$ 的求解

1) 利用换元法求解

令新变量 $t = \tan \frac{\theta}{2}$, 那么 $dt = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{\theta}{2} d\theta$, $\cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sec^2 \frac{\theta}{2} = 1+t^2$, 原积分则化为

$$2 \int_{-1}^1 \frac{t}{(1+\epsilon) + t^2(1-\epsilon)} dt \quad (9)$$

查阅高等数学积分表, 有 $\int \frac{1}{ax^2 + b} dx = \frac{1}{\sqrt{ab}} \cdot$

$\arctan \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} x + c$, 则计算出原积分结果为 $\frac{2\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ 。

2) 利用留数定理求解

令新变量 $z = e^{i\theta}$, 那么 $d\theta = \frac{1}{iz} dz$, $\cos \theta = \frac{z + \bar{z}}{2}$, 原实积分则化为复变函数的围道积分

$$\frac{2}{i} \oint_{|z|=1} \frac{1}{\epsilon z^2 + 2z + \epsilon} dz \quad (10)$$

通过判断, 被积函数在积分路径内只有一个一级

极点 $\frac{-1+\sqrt{1-\epsilon^2}}{\epsilon}$, 利用留数定理可计算出原积

分为 $\frac{2\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ 。

课堂上通过上述两个积分的不同解法的讲解,告诉学生通往成功的路绝不止一条,推陈出新非常关键。通过“一题多解”的对比讲解不仅可以丰富教学内容,还可以扩展学生的视野,有助于健全学生的知识结构框架,对培养学生的创新意识有很大帮助,体现了数学物理方法课程在培养大学生科学思维意识、创新能力的育人优势。创新是民族进步的灵魂,是国家兴旺发达的不竭动力。知识创新和技术创新能否实现的核心问题取决于人创新精神,创新意识和创新能力。只有不断地培养出具有创新意识和创新能力的创造型人才,才能使我们有能力参与日益激烈的国际竞争,并且保证我们在竞争中于不败之地。重视并加强大学生创新能力的开发和培养是数学物理方法课程开展思政建设的核心任务。

3.2 一题多解、择优而行——大学生辩证思维能力和创新能力的培养

数学物理方法中很多例题通常情况下都有很多种不同的解法,体现了“殊途同归”的道理。但是选择不同的解题方法,其计算量、计算难度、计算效率是有明显区别的。因此我们应该选择最优的方法去求解,即“择优而行”,下面通过两个典型例题来详细阐述。

3.2.1 函数 $\sin\omega t$ 的拉普拉斯变换

方法一 利用拉普拉斯变换公式 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt$, 采用两次分部积分计算

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{\sin\omega t\} &= \int_0^{+\infty} \sin\omega t e^{-pt} dt \\ &= -\frac{1}{p} \int_0^{+\infty} \sin\omega t d e^{-pt} \\ &= -\frac{1}{p} \left(\sin\omega t e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} - \omega \int_0^{+\infty} \cos\omega t e^{-pt} dt \right) \\ &= -\frac{\omega}{p^2} \int_0^{+\infty} \cos\omega t d e^{-pt} \\ &= -\frac{\omega}{p^2} \left(\cos\omega t e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} + \omega \int_0^{+\infty} \sin\omega t e^{-pt} dt \right) \\ &= \frac{\omega}{p^2} - \frac{\omega^2}{p^2} \int_0^{+\infty} \sin\omega t e^{-pt} dt \\ &\Rightarrow \mathcal{L}\{\sin\omega t\} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \quad (11)\end{aligned}$$

方法二 利用拉普拉斯变换公式和三角函数复指数形式计算

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{\sin\omega t\} &= \int_0^{+\infty} \sin\omega t e^{-pt} dt \\ &= \frac{1}{2i} \int_0^{+\infty} (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) e^{-pt} dt \\ &= \frac{1}{2i} \left[\int_0^{+\infty} e^{(i\omega-p)t} dt - \int_0^{+\infty} e^{-(i\omega+p)t} dt \right] \\ &= \frac{1}{2i} \left[\frac{1}{e^{(i\omega-p)}} \Big|_0^{+\infty} - \frac{1}{e^{-(i\omega+p)}} \Big|_0^{+\infty} \right] \\ &= \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \\ &\Rightarrow \mathcal{L}\{\sin\omega t\} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \quad (12)\end{aligned}$$

方法三 利用拉普拉斯变换像原函数的微分性质求解

已知 $\frac{d^2}{dt^2} \sin\omega t = -\omega^2 \sin\omega t$, 等式两边同时取拉普拉斯变换,得

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2}{dt^2} \sin\omega t\right\} = -\omega^2 \mathcal{L}\{\sin\omega t\} \quad (13)$$

等式(13)左边利用拉普拉斯变换像原函数的微分性质,得

$$\begin{aligned}p^2 \mathcal{L}\{\sin\omega t\} - p \sin\omega t \Big|_{t=0} - \omega \cos\omega t \Big|_{t=0} \\ = -\omega^2 \mathcal{L}\{\sin\omega t\}\end{aligned} \quad (14)$$

求解代数方程(14)得到

$$\mathcal{L}\{\sin\omega t\} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \quad (15)$$

以上就是例4的三种不同解法,不难发现三种解法得计算量和难度是逐渐降低的。特别是方法三,由于利用了拉普拉斯变换像原函数的微分性质,绕开了求积分的繁琐过程,使得其运算量大大降低,计算效率明显提升。

3.2.2 函数 $t \sin\omega t$ 的拉普拉斯变换

方法一 利用拉普拉斯变换公式,并采用分部积分计算

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{t \sin\omega t\} &= \int_0^{+\infty} t \sin\omega t e^{-pt} dt \\ &= \frac{1}{2i} \left[\int_0^{+\infty} t e^{(i\omega-p)t} dt - \int_0^{+\infty} t e^{-(i\omega+p)t} dt \right] \\ &= \frac{1}{2i} \left[\int_0^{+\infty} \frac{t}{i\omega-p} d e^{(i\omega-p)t} + \int_0^{+\infty} \frac{t}{i\omega+p} d e^{-(i\omega+p)t} \right] \\ &= \frac{1}{2i} \left[\frac{t e^{(i\omega-p)t}}{i\omega-p} \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} \frac{e^{(i\omega-p)t}}{i\omega-p} dt + \frac{t e^{-(i\omega+p)t}}{i\omega+p} \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(i\omega+p)t}}{i\omega+p} dt \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \frac{t e^{-(i\omega+p)t}}{i\omega+p} \right|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(i\omega+p)t}}{i\omega+p} dt \Bigg] \\
&= \frac{1}{2i} \left[- \frac{e^{(i\omega-p)t}}{(i\omega-p)^2} \right]_0^{+\infty} + \\
& \quad \left. \frac{t e^{-(i\omega+p)t}}{(i\omega+p)^2} \right|_0^{+\infty} \Bigg] \\
&= \frac{1}{2i} \left[\frac{1}{(i\omega-p)^2} - \frac{1}{(i\omega+p)^2} \right] \\
&= \frac{2p\omega}{(p^2+\omega^2)^2} \quad (16)
\end{aligned}$$

方法二 利用拉普拉斯变换像函数的微分性质

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{t \sin \omega t\} &= -\frac{d}{dp} \mathcal{L}\{\sin \omega t\} = -\frac{d}{dp} \left(\frac{\omega}{p^2+\omega^2} \right) \\
&= \frac{2p\omega}{(p^2+\omega^2)^2} \quad (17)
\end{aligned}$$

不难发现由于方法二利用了拉普拉斯变换像函数的微分性质,在求函数 $t \sin \omega t$ 的拉普拉斯变换时绕开了求积分的繁琐过程,其计算量要远小于方法一。

“任何事情都有更佳之解决之道。”沙垂定律原出自英国沙垂有限公司创办人 M. 沙垂的妙语,它告诉了人们一个重要的办事规律:当确定一个目标的时候,实现目标的方法往往有很多,当把握了某一个方法之后,最好不要忘记继续寻找另一个更佳的解决之道。不要因为刚刚有了一个方法而沾沾自喜,而要善于选择那个最佳的方法。沙垂定律在数学物理方法教学环节中有着很好的体现,不论是教师的教学还是学生的学习,如果遇到一个题目只是就题论题的用一种方法解决问题,这无疑就没有利用好题目的价值。相反地,如果对一些有价值的好题进行多角度的分析与挖掘,就会打开一扇思维的窗户,对提升学生的科学素养、思维能力是大有裨益的。与此同时,任课教师在教学过程中可以通过上述“一题多解、择优而行”例题的讲解,教导大学生在面对选择时,要善于运用主次矛盾辩证关系原理,用全面的观点看待问题,既要看到事物的优点,也要看到事物缺点,分清事物的主要矛盾、次要矛盾。马克思主义哲学的唯物辩证法与方法论,为人们解决问题提供了科学的逻辑思维方式,仿佛一盏明灯,指引人们前行。在面对某一矛盾时,要会运用矛盾主次方面辩证关系原理,运用唯物辩证法的科学工作

方法,抓重点,抓矛盾的主要方面,抓中心工作。在计算做题时,当多种方法都能得到答案的时候,主要矛盾是计算的方便。因此我们择的“优”是选择简便的解法。作为当代大学生,成长成才的路有很多,我们应该选择一条最优的路——做一名具有正确的国家观、民族观、历史观、文化观,德智体美劳全面发展的中国特色社会主义事业培养合格的建设者和可靠的接班人。

4 结语

本文以数学物理方法课程教学内容中经典例题的“一题多解”为例,以“殊途同归 择优而行”为切入点,浅谈了课程团队在数学物理方法课程思政中关于培养大学生科学思维意识、辩证思维能力和创新能力等方面的一些思考与教学实践。当然,在数学物理方法课程教学内容中隐含着大量的可对大学生进行思想政治教育的素材,还有待教师去发掘和灵活运用。如何更好地将数学物理方法课程教学与思想政治教育有机的融合、如何更加有效开展课程思政,这些问题值得每一位参与其中的教师深入研究。

参 考 文 献

- [1] 张静,张彦,唐琼,等.“数学物理方法”课程改革的探索[J]. 大学教育,2014,16:163-165.
ZHANG J, ZHANG Y, TANG Q, et al. Exporation on the teaching innovation of mathematical physics method course [J]. University Education, 2014,16: 163-165. (in Chinese)
- [2] 白龙,陈雷鸣. 双一流”建设战略背景下的《数学物理方法》课程的教学改革与实践[J]. 教育教学论坛,2017,31,101-102.
BAI L, CHEN L M. The teaching reform and practice of the course “Mathematical Physics Method” under the background of “Double Class”[J]. Education Teaching Forum, 2017, 31, 101-102. (in Chinese)
- [3] 张汉壮. 立德树人 玉汝于成[J]. 中国大学教学,2019,(1): 13-16.
ZHANG H Z. Establishing moral integrity in cultivation, jade to shape the adversity[J]. China University Teaching, 2019, (1): 13-16. (in Chinese)
- [4] 吴崇试. 数学物理方法[M]. 3版. 北京:北京大学出版社, 2019.