

大学电磁学视角下的高考电磁学问题研究

龙玉梅¹ 王文涛² 郑琦溶³ 张 雪¹ 郑泰玉¹

(¹ 东北师范大学物理学院, 吉林 长春 130024;

² 东北师范大学附属附中, 吉林 长春 130021; ³ 延边大学物理系, 吉林 延吉 133002)

摘 要 随着高中物理新教材的使用以及新高考在全国的陆续施行, 对高中物理教学而言, 无论是教学内容还是教学形式都出现了许多新的课题。这就使得站在高观点下(即大学普通物理学角度)研究高中物理, 不仅成为教学改革的迫切任务, 也成为了新课程下物理教学改革的一个主流方向。本文将结合 2 道高考试题, 浅谈如何在大学电磁学视角下对高中电磁学问题进行深入研究, 旨在引导高中物理教师和物理专业的师范生加强挖掘高中物理问题背后隐藏的知识, 从而提高自己的物理素养, 形成全面、扎实、灵活的学科知识结构。

关键词 电磁学; 均匀带电圆环; 椭圆积分; 微分方程; 稳态值

RESEARCH ON ELECTROMAGNETICS PROBLEMS IN COLLEGE ENTRANCE EXAMINATION FROM THE PERSPECTIVE OF COLLEGE ELECTROMAGNETICS

LONG Yumei¹ WANG Wentao² ZHENG Qirong³ ZHANG Xue¹ ZHENG Taiyu¹

(¹ School of Physics, Northeast Normal University, Changchun, Jilin 130024;

² High School Attached to Northeast Normal University, Changchun, Jilin 130021;

³ Department of Physics, Yanbian University, Yanji, Jilin 133002)

Abstract The new round of curriculum reform has put forward many new topics for high school physics teaching. In terms of content, the content of ordinary physics in college is gradually used in high school. In terms of form, the design of teaching activities, open teaching and research-based learning have become the main content of physics teaching, and students' ability to solve and analyze problems has become the primary goal of physics teaching. Therefore, research on high school physics from a high perspective (university general physics) of view has not only become an urgent task of teaching reform, but also the mainstream direction of physics teaching reform under the new curriculum. In this paper, we discuss how to conduct in-depth research on high school electromagnetics from the perspective of college electromagnetics through two college entrance examination questions, aiming to guide high school physics teachers and normal students majoring in physics to strengthen the knowledge behind high school physics problems, so as to improve their physical literacy and form a comprehensive, solid and flexible disciplinary knowledge structure.

Key words electromagnetism; uniformly charged ring; elliptic integral; differential equation; steady state value

收稿日期: 2022-11-16

基金项目: 电动力学观点下的中学物理疑难问题与教学研究, 高等学校电动力学课程教学研究项目, 2016 年; 高观点下的中学物理教学研究, 首批吉林省研究生精品示范课程建设项目, 2022 年; 2022 年度教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会大中物理教育衔接工作委员会教学研究课题“高观点下的中学物理问题研究”(项目号: WX202225)。

通讯作者: 郑泰玉, 女, 教授, 主要从事理论物理教学和科研工作, 研究方向为量子物理, zhengty@nenu.edu.cn。

引文格式: 龙玉梅, 王文涛, 郑琦溶, 等. 大学电磁学视角下的高考电磁学问题研究[J]. 物理与工程, 2023, 33(2): 45-48.

Cite this article: LONG Y M, WANG W T, ZHENG Q R, et al. Research on electromagnetics problems in college entrance examination from the perspective of college electromagnetics[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 45-48. (in Chinese)

新一轮课程改革对高中物理教学提出了许多新的课题:从形式上来看,教学活动的设计、开放性的教学和研究性的学习成为物理教学的主要内容,学生解决问题、分析问题的能力则成为物理教学的首要目标;从内容上来看,大学普通物理学的内容不断地放到高中。这就使得在高观点下(即大学普通物理学角度)研究高中物理,不仅成为教学改革的迫切任务,也成为新课程下物理教学改革的一个主流方向。

本文将以2020年高考全国甲卷第21题和2020年高考全国乙卷第20题为例,从大学电磁学视角分析高考电磁学的问题,旨在引导物理专业的师范生要认真学好专业课程,提高自身的物理素养,能站在高观点下审视高中物理的内容,解决教学中的疑难问题。另外,希望中学的一线教师,要终身学习,不断重温大学的物理课程,站在高观点下审视高中物理的内容,不断解决教学中的疑难问题,使自己的教学更具有针对性和创造性,不断地提高教育教学水平,向更高的层次迈进,促进学生核心素养的全面提升。

问题一 电磁滑杆问题

在研究电磁滑杆问题时,高中阶段所求解的内容往往是时间趋于无穷时的极限情况,即金属杆的最后状态。教师往往忽略了对中间过程的分析,忽视了对学生极限思维的培养。下面我们以2020年全国甲卷第21题为例,运用高等数学手段对金属框、导体棒运动情况的变化作全程分析。原题如下:

如图1所示,U形光滑金属框 $abcd$ 置于水平绝缘平台上, ab 和 dc 边平行,和 bc 边垂直。 ab 、 dc 足够长,整个金属框电阻可忽略。一根具有一定电阻的导体棒 MN 置于金属框上,用水平恒力 F 向右拉动金属框,运动过程中,装置始终处于竖直向下的匀强磁场中, MN 与金属框保持良好接触,且与 bc 边保持平行。经过一段时间后

- 金属框的速度大小趋于恒定值
- 金属框的加速度大小趋于恒定值
- 导体棒所受安培力的大小趋于恒定值

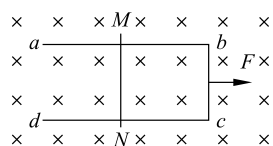


图1 2020年全国甲卷第21题图

D. 导体棒到金属框 bc 边的距离趋于恒定值

定性分析:设 bc 边的长度为 l ,导体棒的电阻为 R 。设金属框、导体棒的质量分别为 m_1 、 m_2 ,某时刻的速度分别为 v_1 、 v_2 ,加速度分别为 a_1 、 a_2 。对金属框、导体棒,根据牛顿第二定律,有

$$F - BIl = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$BIl = m_2 a_2 \quad (2)$$

感应电流为

$$I = \frac{Bl(v_1 - v_2)}{R} \quad (3)$$

感应电流从0开始增大,则 a_1 从 $\frac{F}{m_1}$ 开始减小, a_2 从0开始增大,加速度差为

$$a_1 - a_2 = \frac{F}{m_1} - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) BIl \quad (4)$$

感应电流从0开始增大,则加速度差减小,当差值等于0时,由式(1)和式(2),得

$$a_1 = a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

由式(3)和式(4),得

$$I = \frac{m_2 F}{(m_1 + m_2) Bl} = \frac{Bl(v_1 - v_2)}{R} \quad (6)$$

从而速度差为

$$v_1 - v_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{FR}{B^2 l^2} \quad (7)$$

此后金属框与导体棒的速度差维持不变,感应电流不变,导体棒受到的安培力不变,加速度不变。A选项错误,B、C选项正确。金属框与导体棒的速度差不变,但导体棒的速度小于金属框的速度,导体棒到金属框 bc 边的距离越来越大,D选项错误。

高中阶段用定性分析解释,大部分学生是可以理解和接受的,但是从定量的角度似乎更有“说服力”,虽然定量计算超出了高中知识范围,不过作为教师,我们不仅要知其然,更要知其所以然。下面我们做定量研究,以起抛砖引玉之效。

定量研究:以金属框、导体棒组成的系统为研究对象,根据动量定理,有

$$Ft = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (8)$$

则

$$v_1 = \frac{Ft - m_2 v_2}{m_1} \quad (9)$$

两杆所受安培力大小均为

$$\begin{aligned} F_A &= BIl = B \cdot \frac{Blv_1 - Blv_2}{R} \cdot l \\ &= \frac{B^2 l^2 (v_1 - v_2)}{R} \end{aligned} \quad (10)$$

对导体棒,根据牛顿第二定律,有

$$\frac{B^2 l^2}{R}(v_1 - v_2) = m_2 \frac{dv_2}{dt} \quad (11)$$

由式(9)和式(11)得关于 v_2 的微分方程

$$\frac{B^2 l^2}{R} \left(\frac{Ft}{m_1} - \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_2 \right) = m_2 \frac{dv_2}{dt} \quad (12)$$

初始条件为

$$v_2(0) = 0 \quad (13)$$

解微分方程,得

$$v_2 = \frac{F}{m_1 + m_2} t - \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \frac{FR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2 m_1 + m_2}{R m_1 m_2} t} \right) \quad (14)$$

所以

$$v_1 = \frac{F}{m_1 + m_2} t + \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \frac{FR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2 m_1 + m_2}{R m_1 m_2} t} \right) \quad (15)$$

加速度

$$a_1 = \frac{F}{m_1 + m_2} \left(1 + \frac{m_2}{m_1} e^{-\frac{B^2 l^2 m_1 + m_2}{R m_1 m_2} t} \right) \quad (16)$$

$$a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2 m_1 + m_2}{R m_1 m_2} t} \right) \quad (17)$$

从式(16)和式(17)我们可以看出,金属框做加速度减小的加速运动,导体棒做加速度增大的加速运动。当时间 $t \rightarrow \infty$ 时, a_1 和 a_2 趋于稳态值 $\frac{F}{m_1 + m_2}$ 。金属框、导体棒的 $v-t$ 图像如图 2 所示,

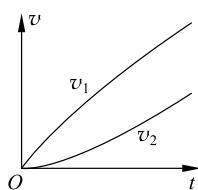


图 2 金属框与导体棒的 $v-t$ 图像

由式(14)和式(15),可得速度差为

$$v_1 - v_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{FR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2 m_1 + m_2}{R m_1 m_2} t} \right) \quad (18)$$

当时间 $t \rightarrow \infty$ 时,速度差趋于稳态值 $\frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{FR}{B^2 l^2}$ 。

问题二 带电圆环的电场强度问题

2020 年高考全国乙卷第 20 题以均匀带电圆环为背景,不仅考查了静电场中电场强度和电势的叠加,而且也考查了核心素养中的物质观念、模

型构建、科学推理和科学论证。原题如下:

如图 3 所示,竖直面内一绝缘细圆环的上、下半圆分别均匀分布着等量异种电荷。 a 、 b 为圆环水平直径上的两个点, c 、 d 为竖直直径上的两个点,它们与圆心的距离均相等。则

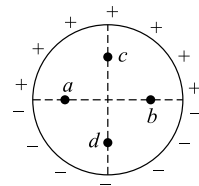


图 3 2020 年全国乙卷第 20 题图

A. a 、 b 两点的场强相等

B. a 、 b 两点的电势相等

C. c 、 d 两点的场强相等

D. c 、 d 两点的电势相等

下面运用大学电磁学知识,对 a 、 b 、 c 、 d 四点的电场强度作定量研究。

如图 4 所示,设细圆环的半径为 R ,电荷线密度为 λ , b 点距圆心 O 为 r ($r < R$)。上半圆的弧元 ds 上的电荷为

$$dq = \lambda R d\theta \quad (19)$$

根据余弦定理,有

$$l^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta \quad (20)$$

上半圆的微元 dq 在 b 点的电场强度为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{l^2} = \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d\theta}{R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta} \quad (21)$$

电场强度平行于 y 轴的分量为

$$\begin{aligned} dE_y &= dE \sin\alpha \\ &= \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d\theta}{R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta} \cdot \frac{R \sin\theta}{l} \\ &= \frac{\lambda R}{8\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{d(R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta)}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta)^{3/2}} \end{aligned} \quad (22)$$

从而

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{\lambda R}{8\pi\epsilon_0 r} \int_0^\pi \frac{d(R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta)}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos\theta)^{3/2}} \\ &= \frac{\lambda R}{2\pi\epsilon_0 (R^2 - r^2)} \end{aligned} \quad (23)$$

根据对称性,上、下半圆对称位置的微元 dq 在 b

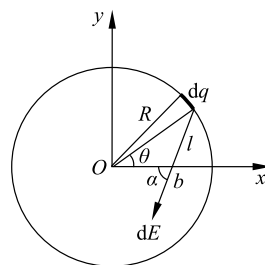


图 4 上半圆的微元 dq 在 b 点处的电场强度示意图

点产生的电场平行于 x 轴的分量等值反向,所以 b 点的电场强度为

$$E_b = 2E_y = \frac{\lambda R}{\pi \epsilon_0 (R^2 - r^2)} \quad (24)$$

同理可得 a 、 c 、 d 三点的电场强度。

若上、下半圆带等量同种正电荷, a 、 b 、 c 、 d 四点的电场强度又该如何呢? 在实际求解中,要用到一类特殊的积分——椭圆积分。椭圆积分是一种特殊函数的积分,不能用普通的积分方法来求解。它只能用二项式定理展开,得出一个收敛级数,并逐项加以积分,至于取项数的多少,视结果的精度需要而定。常用的全椭圆积分有三类,它们的解分别是

1) 第一类全椭圆积分

$$\begin{aligned} F\left(k, \frac{\pi}{2}\right) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} \\ &= \frac{\pi}{2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 k^6 + \dots \right] \end{aligned} \quad (25)$$

2) 第二类全椭圆积分

$$\begin{aligned} E\left(k, \frac{\pi}{2}\right) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \\ &= \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 e^2 - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{e^4}{3} - \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{e^6}{5} - \dots \right] \end{aligned} \quad (26)$$

3) 第三类全椭圆积分

$$\Pi\left(k, h, \frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{(1-h \sin^2 \varphi) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (27)$$

它不能写成幂级数的形式。下面我们来作具体的分析。

根据对称性,上、下半圆对称位置的微元 dq 在 b 点产生的电场平行于 y 轴的分量等值反向,故

$$dE_x = dE \cos \alpha = \frac{\lambda R}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{(R \cos \theta - r) d\theta}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta)^{3/2}} \quad (28)$$

从而

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\lambda R}{4\pi \epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{(R \cos \theta - r) d\theta}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta)^{3/2}} \\ &= \frac{\lambda R(RN - r)}{4\pi \epsilon_0 (2Rr)^{3/2}} I_1 - \frac{\lambda R^2}{4\pi \epsilon_0 (2Rr)^{3/2}} I_2 \end{aligned} \quad (29)$$

其中

$$N = \frac{R^2 + r^2}{2Rr} > 1$$

$$I_1 = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(N - \cos \theta)^{3/2}} \quad (30)$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{N - \cos \theta}}$$

令 $\theta = \pi + 2\varphi$, 并且利用式(25)和式(27)则

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2d\varphi}{(N + \cos 2\varphi)^{3/2}} \\ &= \frac{4}{(N+1)^{3/2}} \Pi\left(k, h, \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2d\varphi}{\sqrt{N + \cos 2\varphi}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{N+1}} F\left(k, \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (32)$$

其中, $k^2 = \frac{2}{N+1} < 1$, $h = \frac{2}{N+1}$ 。

除此以外,还有一些类似的高考题需要探讨。尽管在高中阶段我们不要求学生作上述的定量研究,但作为一名优秀的物理教师,在给學生一碗水的同时,自己得有一桶水。所以我们对一道试题既要有让学生理解并掌握的定性分析,还要有能让自己信服的定量研究。只有处理好定性与定量的关系,站在高观点下看问题,才能对问题的认识更加深入透彻,讲解得更加得心应手。

参 考 文 献

- [1] 郑泰玉,王文涛,于海波,等. 高观点下的中学物理问题探讨[M]. 2版. 北京:高等教育出版社,2018.
- [2] 张雪,王文涛,龙玉梅,等. 电动力学观点下的高中物理电磁学典型问题研究[J]. 物理与工程,2019,29(4):115-120. ZHANG X, WANG W T, LONG Y M, et al. Research on the typical problems of physical electromagnetics in senior high school from the viewpoint of electrodynamics[J]. Physics and Engineering, 2019, 29(4): 115-120. (in Chinese)
- [3] 王文涛,黄晶. 名牌大学学科营与自主招生考试绿卡[M]. 2版. 合肥:中国科学技术大学出版社,2018.
- [4] 尹雄杰,王文涛. 高中物理解题方法与技巧[M]. 2版. 合肥:中国科学技术大学出版社,2021.
- [5] 王文涛. 强基计划专题精编[M]. 长春:东北师范大学出版社,2020.
- [6] 孙卫卫,胡继超,王文涛. 新编大学物理[M]. 南京:南京大学出版社,2021.
- [7] 赵凯华,陈熙谋. 电磁学[M]. 4版. 北京:高等教育出版社,2018.