

密立根油滴实验中温度因素的影响：理论考量与实验校准

朱明宇^{1,2} 陈艺欣¹ 陈敏¹ 尹亚玲¹ 宋也男¹

(¹华东师范大学物理与电子科学学院物理实验教学中心与纳光电集成与先进装备教育部工程研究中心, 上海 200241;

²华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200241)

摘要 密立根油滴实验中, 油滴荷电量的测量往往受各种误差的影响。研究发现, 忽视温度变化对空气黏滞系数与油的密度的影响, 是油滴实验中系统误差的主要来源, 考虑其影响是获得理想的元电荷测定结果的必然要求。本研究设计了实时测温的实验方案, 并根据温度变化校准实验参数。据此得到的元电荷测定结果, 在本研究实验条件下, 相对误差从未校准时的 4% 降至校准后的 0.5%。实验结果验证了方案的可行性, 以及对温度变化对参数影响所作修正的必要性。

关键词 油滴实验; 元电荷; 空气黏度

INFLUENCE OF TEMPERATURE IN THE OIL-DROP EXPERIMENT: THEORETICAL CONSIDERATION AND EXPERIMENTAL CORRECTION

ZHU Mingyu^{1,2} CHEN Yixin¹ CHEN Min¹ YIN Yalin¹ SONG Yenan¹

(¹ Experimental Center for Physics Education & Engineering Research Center for Nanophotonics and Advanced Instrument, Ministry of Education, School of Physics and Electronic Science, East China Normal University, Shanghai 200241;

² State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200241)

Abstract In the oil-drop experiment, a variety of factors contribute to the error in the measurement of electrical charge the oil drop carries. We suggest that neglecting temperature's influence on viscosity of air and density of oil is a main factor in the experiment, and it is definitely required to take account to obtain fine measurement of elementary electrical charge. In our modified experiment, real-time temperature measurement and making correction for parameters according to the temperature are implemented. Using this method, the error of elementary charge measurement has reduced from 4% to 0.5% under our circumstance. Result of the experiment has proved the scheme applicable, which is necessary to take a consideration.

Key words oil-drop experiment; elementary charge; air viscosity

密立根油滴实验(Millikan's Oil-drop Experiment, 以下简称“油滴实验”)^[1,2]从诞生至今已有一百多年的历史,其通过测量油滴的带电量来验证电荷的不连续性并测定元电荷数值的方法简单而又巧妙,因而成为近代物理史上一个经典实验。

在大学物理实验课程中,油滴实验的数据处理往往令学生和教师感到困扰——实验过程中存在的各种误差使油滴的荷量子数不易确定,使测定结果失去意义。对这个问题,现有文献的研究主要聚焦于两个方面:一方面,讨论实验过程中

收稿日期: 2022-05-07

通讯作者: 宋也男,男,副研究员,主要从事大学物理及物理实验教学,研究方向为微纳电子学, ynsong@phy.ecnu.edu.cn。

引文格式: 朱明宇,陈艺欣,陈敏,等. 密立根油滴实验中温度因素的影响:理论考量与实验校准[J]. 物理与工程, 2023, 33(1): 128-133.

Cite this article: ZHU M Y, CHEN Y X, CHEN M, et al. Influence of temperature in the oil-drop experiment: theoretical consideration and experimental correction[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(1): 128-133. (in Chinese)

的各类误差对测定结果的影响^[3-6];另一方面,讨论实验数据的处理方法,即如何用科学的方法得到可靠的元电荷测定值^[7-13]。在误差分析方面,现有文献主要聚焦油滴平衡电压、升降时间等物理量测定的偶然误差及其带来的油滴荷电量子数确定的困难,而系统误差却少有研究关注。

我们在实验过程中发现,忽视实验中温度变化对空气黏滞系数与油的密度的影响,是油滴实验系统误差的主要来源之一,而这将对元电荷测定结果产生相当大的影响。本文就忽视温度变化对油滴实验元电荷测定结果误差的影响作一理论考量,提出在实验过程中消除这一误差的可行方案,并以实验数据论证其可靠性。

1 油滴实验原理简析

在油滴实验中,常用的测量油滴荷电量的方法是动态测量法与静态测量法,通过使油滴在油滴仪的上下极板间做两种运动:(1)自由匀速下落;(2)在竖直电场与重力场的复合场中匀速上升,来测定油滴荷电量,油滴的受力分析图参见图1。下面简要分析测量原理。

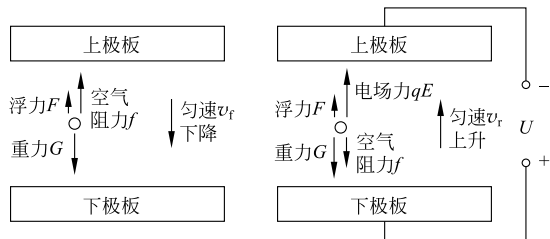


图1 油滴在油滴实验仪上下极板间的受力分析图

1.1 油滴升降过程的平衡方程

球形油滴在空气中匀速运动时,受到正比于其速度大小 v 的阻力 $f = 6\pi\eta rv$, 其中, η 为空气的动力黏度, r 为油滴的半径, 这是斯托克斯定律 (Stokes's Law)。密立根发现, 空气分子自由程与油滴的半径的比值已大到不能忽略, 空气对油滴而言不能被视为连续介质, 斯托克斯定律在小尺度下有所偏差。为此, 密立根结合流体动力学理论与实验数据, 对空气黏度作了一阶经验修正, 成为 $\eta' = \eta / (1 + b/pr)$, 其中, p 为空气压强, b 是经验修正系数, 密立根通过实验数据定得 $b = 8.23 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ 。

设油滴密度为 ρ , 则其受重力的大小 $G = \frac{4}{3}\pi\rho gr^3$; 设空气密度为 σ , 则空气浮力的大小 $F =$

$\frac{4}{3}\pi\sigma gr^3$ 。油滴在重力场中以速度大小 v_f 匀速下降时, 有平衡方程

$$\frac{4}{3}\pi\rho gr^3 = \frac{4}{3}\pi\sigma gr^3 + 6\pi\eta'rv_f \quad (1)$$

可见 v_f 与油滴的半径、质量成正比; 若加上匀强电场 E 使油滴以速度 v_r 匀速上升, 设其荷电量绝对值为 q , 平衡方程为

$$\frac{4}{3}\pi\rho gr^3 + 6\pi\eta'rv_r = \frac{4}{3}\pi\sigma gr^3 + qE \quad (2)$$

1.2 油滴荷电量的测定

由油滴自由下落的平衡方程(1)可以估算油滴的半径

$$r = \sqrt{\frac{9\eta'v_f}{2g(\rho - \sigma)}} \approx \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2g(\rho - \sigma)}} \quad (3)$$

这里忽略了 η 的修正系数。

将 r 代入油滴在匀强电场与重力场的复合场中匀速上升时的平衡方程(2), 就得到油滴的荷电量

$$q = 9\sqrt{2}\pi \cdot \frac{\eta^{3/2}}{E} \sqrt{\frac{1}{g(\rho - \sigma)}} \cdot \left(1 + \frac{b}{pr}\right)^{-3/2} (v_f + v_r) \sqrt{v_f} \quad (4)$$

1.3 动态测量法

动态测量法通过测量油滴自由下落达到平衡时的速度大小 v_f 和在外加匀强电场 E 中匀速上升时的速度大小 v_r 得到油滴的荷电量 q 。

测量 v_r 和 v_f 的方法通常是测量油滴升降运动相同路程 s 分别所用的时间 t_f 和 t_r 。油滴上升时电场强度的大小 E 由两极板间电势差 U_r 和两板间距 d 得到。这样, 计算油滴带电量的公式可以进一步写为

$$q = 9\sqrt{2}\pi \cdot (\eta s)^{3/2} d \sqrt{\frac{1}{g(\rho - \sigma)}} \cdot \left(1 + \frac{b}{pr}\right)^{-3/2} \frac{1}{U_r} \left(\frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r}\right) \sqrt{\frac{1}{t_f}} \quad (5)$$

1.4 静态测量法

静态测量法通过测量油滴自由下落达到平衡时的速度大小 v_f 和使油滴保持静止的外加匀强电场强度 $E_s = U_s/d$ 获得油滴的荷电量 q 。为得到静态测量法中油滴的荷电量 q 的表达式, 不妨将油滴在外电场 E 中保持静止看作动态法中 $v_r = 0$ 的特例, 如此便有 $1/t_r \rightarrow 0$ 。为此, 在式(5)中, 置 $1/t_r = 0$, 将 U_r 改记为 U_s , 就得到静态测量法的油滴荷电量计算公式

$$q = 9\sqrt{2}\pi \cdot (\eta_s)^{3/2} d \sqrt{\frac{1}{g(\rho - \sigma)}} \cdot \left(1 + \frac{b}{pr}\right)^{-3/2} \frac{1}{U_s} \left(\frac{1}{t_f}\right)^{3/2} \quad (6)$$

相比动态法,静态法的数据处理过程更加简单,但由于需要调节油滴平衡,平衡电压不易测准,容易出现较大误差。为保证测定结果的准确性,本研究采用动态测量法测定油滴的荷电量。

2 温度对油滴荷电量测定影响的理论考量

油滴实验通常需要两小时甚至更久的时间来完成,期间油滴仪工作发热等因素会使实验过程中油滴所处环境的温度发生明显改变。油的密度 ρ 与空气的黏滞系数 η 敏感地依赖于空气温度 T , 因此油的密度与空气黏滞系数随温度的改变将显著影响实验的环境参数,其中空气黏滞系数变化带来的影响尤为明显。下面定量讨论温度变化对油密度与空气黏滞系数以及油滴荷电量测定结果带来的影响。

2.1 温度对油密度的影响

一般情况下液体的体积随温度升高而升高,是常见的热膨胀现象。常见液体的热膨胀系数 $\alpha = (1/V)dV/dT$ 约在 $0.01\%/K \sim 0.1\%/K$ 之间,密度关于温度的相对变化率即为其相反数 $-\alpha$ 。本实验中使用的油的密度与温度的关系参见表 1,在常温下,密度关于温度的相对变化率约为 $-0.05\%/K$,而密度与温度的关系可以近似表为 $\rho/(kg/m^3) = 991 - 0.5T/^\circ C$ 。

表 1 实验所用油的密度 ρ 与温度 T 的关系^①

$T/^\circ C$	$\rho/kg \cdot m^{-3}$
0	991
10	986
20	981
30	976
40	971

ρ 在 q 的计算式中以 $(\rho - \sigma)^{-1/2} \sim \rho^{-1/2}$ 出现,因此 ρ 的相对偏差传递到 q 是 $1/2$ 倍。例如, $\pm 5^\circ C$ 的温度偏差将带来 ρ 的 $\pm 0.25\%$ 的偏差,传递到 q 中就是 $\pm 0.13\%$ 。油的密度变化对油滴荷电量测定结果的影响不很显著,却也不能轻易忽略。因此,若实验室气温与计算采用的油滴密度

对应的气温偏差较大,将对 q 的精确测定带来不利影响。

2.2 温度对空气黏滞系数的影响

理想气体的黏滞系数与温度的关系可以由分子运动理论导出,其有简单的形式: $\eta \propto \sqrt{T}$ 。若能获知气体在温度 T_0 时的黏滞系数 η_0 ,即可得到气体黏滞系数的表达式

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \quad (7)$$

不过,在空气黏滞系数的计算上,空气不能被简单地视为理想气体,因此使用式(7)计算空气黏滞系数有失准确。考虑了分子间引力作用后,W. Sutherland 对气体黏滞系数与温度的关系作出了修正,给出

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + C}{T + C} \quad (8)$$

其中 C 是与气体性质相关的常数,对于干空气, $C \approx 113K$ ^[14]。Sutherland 的研究表明,使用式(8)能较好地反映空气黏滞系数与温度的关系。

利用式(8)可以估计空气黏滞系数关于温度的相对变化率:取 $T_0 = 300K \approx 27^\circ C$,则在 $T = T_0$ 附近, η 的相对变化率约为 $0.26\%/K$ 。 η 在实验中油滴荷电量 q 的计算式里以 $\eta^{3/2}$ 出现, η 的偏差传递到 q 中将被放大至 1.5 倍。这样,对于 $\pm 1^\circ C$ 的温度偏差, q 将有约 $\pm 0.39\%$ 的偏差。若实验中以 $27^\circ C$ 的 η_0 作为实验参数,而实际气温为 $22^\circ C$, η_0 将偏大约 1.3% ,而 q 将偏大 $1.3\% \times 1.5 \approx 2\%$,气温偏差不大,却已给 q 的测定结果带来了十分明显的系统误差。由此可见,考虑温度的影响并据此校准实验中所使用的空气黏滞系数,是提高实验测定结果准确程度的必然要求。

3 校准温度变化影响的可行实验方案

为考虑实验过程中温度变化对空气黏滞系数的影响,从而获得更加准确的油滴荷电量测定结果,需要在实验过程中实时测定油滴所处环境中的准确温度,并选取一个温度 T_0 下准确的空气黏滞系数 η_0 作为 η 的计算参考值。

3.1 实验装置与实验方案

实验装置参见图 2。实验过程中,使用动态测

① 实验使用与南京浪博科教仪器有限公司 OM-99 型油滴实验仪配套的钟表油,密度—温度关系由油滴实验仪厂家提供。

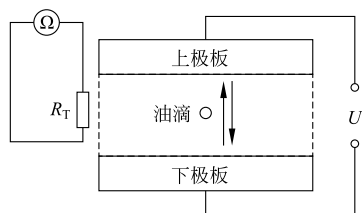


图2 实验装置示意图

量法测定油滴荷电量,并在油滴仪的测量盒中放置温度传感器,温度测定与油滴荷电量测量同时进行。考虑到测量盒空间狭窄,选用了小体积、高灵敏的 NTC 热敏电阻($R_{25^\circ\text{C}} \approx 10\text{k}\Omega$, 温度特性函数为 $R = R_0 \exp[\beta(1/T - 1/T_0)]$)作为温度传感器,将其置于盒内,对热敏电阻定标后即可通过测量电阻 R_T 得到盒内的温度 T 。

实验前,首先对热敏电阻进行定标。使用误差在 $\pm 0.3^\circ\text{C}$ 以内的水银温度计作为测温仪器。将温度计玻璃泡与热敏电阻贴近,共同置于水浴锅中保持恒温,达到平衡后读取温度计温度 T 与电阻阻值 R_T ,根据 NTC 热敏电阻的温度特性函数进行拟合。实验中读取了 $23\sim 34^\circ\text{C}$ 间 7 个温度的数据,用 $R_T = A e^{\beta/T}$ 函数拟合,得到定标结果 $R_T/\text{k}\Omega = (2.155 \times 10^{-4}) e^{3203/(T/\text{K})}$,就以此作为计算温度的依据。

实验过程中,每测量一对油滴升降数据的同时读取热敏电阻的阻值一次。对得到的结果,以 9 对数据为一组,取其平均温度 T (实验数据表明,一组内温度差一般不超过 0.5°C ,可以视为相等)计算空气黏滞系数 η 与油滴密度 ρ ;计算油滴荷电量还需要的升降时间 t_r, t_f 取组内 9 次测量的平均值。

3.2 空气黏滞系数参考值的选取

前面提到,借助式(8)校准空气黏滞系数还需要用到某个温度 T_0 下的空气黏滞系数 η_0 作为参考值。选取准确的空气黏滞系数参考值对获得准确的油滴荷电量测定值自然也不可或缺。但遗憾的是,国内文献中空气黏滞系数的来源甚少,已有的数据彼此也有差异,其准确性难以求证。事实上,密立根于 1913 年得到的元电荷测定值 $e = 4.774 \times 10^{-10} \text{ e. s. u.} = 1.592 \times 10^{-19} \text{ C}$ 与现代测定值 $e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$ 存在 0.6% 的偏差,这就与其当时所取的空气黏滞系数参考值与实际有所偏误存在很大关系。通过查阅文献,获得了表 2 所示的数据,其中 T. Laby 于 1942 年综合考虑了

当时最近的九个空气黏滞系数的实验数据,并据此获得了与现代测定值仅有 0.025% 误差的元电荷数值 $e = 4.802 \times 10^{-10} \text{ e. s. u.} = 1.6018 \times 10^{-19} \text{ C}$, 本文就以其数据为参考值,即 $\eta_{23^\circ\text{C}} = (1.831 \pm 0.003) \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。

表2 部分文献中的空气黏滞系数取值

数据来源	$\eta_{23^\circ\text{C}} / 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
《流体力学》(周光炯等) ^[15]	1.828
Wikipedia-Viscosity ^[16]	1.84
R. A. Millikan, 1913 ^[2]	$1.824 \pm .002^*$
G. Kellstrom, 1935 ^[17]	$1.8348 \pm .0030$
P. J. Rigden, 1938 ^[18]	$1.8303 \pm .0007$
T. Laby, 1942 ^[19]	$1.8306 \pm .0025^\dagger$

注:所有黏滞系数都已经按式(8)转换至 23°C 。

* 综合考虑了 1886—1913 年的五个实验数据,取均值, 0.002 是其均方误差;

† 综合考虑了最近的九个实验数据,取均值, 0.0025 是其均方误差。

3.3 实验结果分析与讨论

实验中操控一个油滴反复升降了 117 次,数据按 9 次一组分成 13 组(组别 A, B, ..., M),每一组的数据按表 3 所示的方式编排。分别计算每一组数据对应的元电荷测定值并评定不确定度,最后合成综合测定结果,参见表 4 的“ e_1 ”一列。最终测定结果为

$$e_1 = (1.594 \pm .004) \times 10^{-19} \text{ C},$$

与理论值 $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ 比较,相对误差为 0.5% 。

表3 组 A 实验数据

$U_r = 404 \text{ V}$; 油滴荷电量子数 $n = 6$;

t 为自油滴仪开启来经过的时间;

元电荷测定结果 $e_1 = (1.589 \pm .015) \times 10^{-19} \text{ C}$ 。

#	t/min	$R_T/\text{k}\Omega$	$T/^\circ\text{C}$	t_f/s	t_r/s
A1	18	9.019	27.9	11.01	16.99
A2	19	8.995	27.9	11.13	17.53
A3	20	8.978	28.0	11.02	17.03
A4	20	8.962	28.0	10.79	16.85
A5	21	8.950	28.1	10.93	17.03
A6	21	8.935	28.1	11.01	17.43
A7	22	8.917	28.2	10.77	17.49
A8	22	8.903	28.2	10.86	17.08
A9	23	8.889	28.3	11.07	17.21
mean			28.1	10.95	17.18

为说明校准温度影响的必要性,表 4 与图 3

表4 “全程校准”“仅校准初始状态”与
“完全未校准”的测定结果对比

#	$e_1/10^{-19}\text{C}$	$e'_1/10^{-19}\text{C}$	$e''_1/10^{-19}\text{C}$
A	$1.589 \pm .015$	$1.580 \pm .015$	$1.545 \pm .015$
B	$1.598 \pm .016$	$1.586 \pm .016$	$1.551 \pm .016$
C	$1.584 \pm .016$	$1.569 \pm .016$	$1.534 \pm .016$
⋮	⋮	⋮	⋮
K	$1.580 \pm .012$	$1.542 \pm .012$	$1.516 \pm .012$
L	$1.600 \pm .013$	$1.559 \pm .012$	$1.532 \pm .012$
M	$1.591 \pm .016$	$1.546 \pm .015$	$1.520 \pm .015$
result	$1.594 \pm .004$	$1.567 \pm .004$	$1.541 \pm .004$
error	0.5%	2.2%	3.8%

同时呈现了“全程校准”“仅校准初始状态”与“完全未校准”的元电荷测定结果以供比较,分别为 e_1, e'_1, e''_1 。其中“全程校准”全程跟踪温度变化并据此校准计算油滴荷电量使用的参量;“仅校准初始状态”不进行实时校准,仅以实验室室温 26.7°C 下的参量作为计算依据;“完全未校准”使用西安交通大学物理教学实验中心编写的《大学物理实验讲义》中的参数 $\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$, $\rho = 980 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。对比“仅校准初始状态”与“完全未校准”的测定结果,相对误差有所下降,可见根据实验室的室温,用本文的方法来确定实验参量,已能缩小测定结果的误差。但由于实验过程中油滴仪工作发热,测量盒中的气温从刚开始时的 27°C 上升至结束时的 34°C ,“仅校准初始状态”的方法未能实时根据温度调整实验参数,掣肘于此,尽管实验开始时的测定结果较为理想,但测定值随实验进行呈现逐渐降低的趋势,最后几组结果已与理论值相去甚远。相比之下,“全程校准”的方法通过实时跟踪温度并校准参量,始终能够控制测

定结果与理论值的偏差在可接受的范围内,这离不开参量准确参考值的选取与实验过程中的实时测温。可见选取准确的实验参量,并考虑实验过程中温度变化的影响,能够在相当大的程度上消除油滴实验测定元电荷的误差,给出相当理想的测定结果。

4 结语

本研究从温度变化对油滴实验中环境参数的影响入手,定量分析了温度变化对油滴密度及空气黏滞系数的影响,并指出校准实验过程中温度变化对参数的影响之于提高元电荷测定结果准确度的重要意义;设计了校准参数的可行实验方案,获得了十分理想的元电荷测定结果,以实验数据验证了方案的科学性与可行性,以及对温度影响所作修正的必要性。

在充分考虑影响实验结果的各个参量,得到较为准确的油滴荷电量之后,只要油滴荷电量子数不是很大(按我们的实验数据,在仅对单个油滴测定9组升降数据的情况下,油滴荷电量子数以小于10为宜),确定油滴荷电量子数的困难就迎刃而解,根本无须进行复杂的处理。在密立根一百多年前的实验论文中^[1,2],为准确可靠地测定油滴荷电量,密立根对影响实验结果的因素作了全面而细致的考量,也注意到确定对温度十分敏感的空气黏滞系数是影响测定结果准确性的重要因素。因此,密立根通过广泛搜集近年来空气黏滞系数测定实验的结果,取平均值作为其实验中的参数,并以经验公式拟合温度的影响。在准确的测量结果下,电荷量子化的现象就会自然浮现。

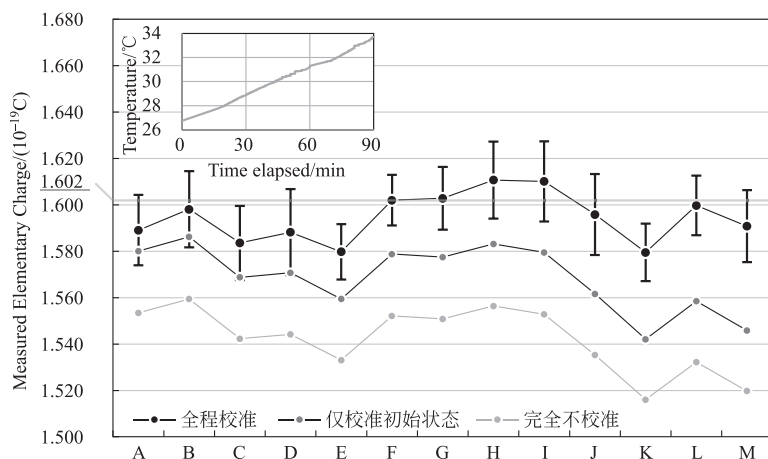


图3 “全程校准”“仅校准初始状态”与“完全未校准”的元电荷测定结果对比
(灰色粗横线:元电荷理论值)

况且在对引起实验巨大系统误差的因素的讨论尚付阙如时,讨论各类繁琐的用于减小误差的数据处理方法实无必要。即便有的方法很好地“校准”了元电荷测定结果,将这归因为数据处理方法的贡献似乎也不甚合理,我们认为这更可能是“期望偏倚效应(Expectation Bias,也称‘观察者期望效应’)”的结果^[20-21]。由此引出的在一个实验中,“消除系统误差”还是“数据的巧妙处理”更加重要的问题,值得我们思考。

最后,对于实验中仍然存在的一部分系统误差,我们认为这仍有可能和温度测量不准确有较大关系:其一,实验中热敏电阻的定标过程仍然较为粗糙,定标用温度计不够精确;其二,实验中未将热敏电阻直接置于油滴所处的上下极板间,因此所得温度可能仍然与油滴所处环境中的气温有所不同。这些问题仍有待改进。期望本文的研究结论能为后续研究提供思路与建议。

精密光谱科学与技术国家重点实验室的夏勇老师参与了讨论与指导,在此表示衷心感谢!

参 考 文 献

- [1] MILLIKAN R A. The Isolation of an Ion, a Precision Measurement of its Charge, and the Correction of Stokes's Law[J]. *Physical Review (Series I)*, 1911, 32: 349-397.
- [2] MILLIKAN R A. On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant[J]. *Physical Review*, 1913, 2: 109-143.
- [3] 关舒月, 张明, 张师平, 等. 密立根油滴实验中的布朗运动[J]. *大学物理*, 2019, 38(6): 48-54.
GUAN S Y, ZHANG M, ZHANG S P, et al. Brownian motion of Millikan's oil-drop experiment[J]. *College Physics*, 2019, 38(6): 48-54. (in Chinese)
- [4] 曾孝奇, 邵明珍, 陈估, 等. 密立根油滴实验的不确定度分析[J]. *大学物理*, 2017, 36(12): 37-40.
ZENG X Q, SHAO M Z, CHEN J, et al. Uncertainty of Millikan's oil drop experiment[J]. *College Physics*, 2017, 36(12): 37-40. (in Chinese)
- [5] 任文艺, 姜建刚, 伍丹, 等. 密立根油滴实验中水平调节的重要性[J]. *物理实验*, 2016, 36(2): 10-13.
REN W Y, JIANG J G, WU D, et al. Importance of level adjustment in the Millikan oil-drop experiment[J]. *Physics Experimentation*, 2016, 36(2): 10-13. (in Chinese)
- [6] 董键. 密立根油滴实验再认识[J]. *大学物理*, 2021, 40(2): 36-41.
DONG J. Re-understanding the experiment of Millikan oil drop[J]. *College Physics*, 2021, 40(2): 36-41. (in Chinese)
- [7] 郭桂林, 李莲君. 密立根油滴实验数据的统计处理[J]. *大学物理*, 1990, 9(12): 32-33.
GUO G L, LI L J. Statistical processing on the data of Millikan's oil-drop experiment[J]. *College Physics*, 1990, 9(12): 32-33. (in Chinese)
- [8] 浦天舒, 郭程, 陈嘉欣, 等. 基于统计推断的油滴实验数据处理[J]. *大学物理实验*, 2013, 26(6): 97-100.
PU T S, GUO C, CHEN J X, et al. Data processing of oil drop experiment based on statistical inference[J]. *Physical Experiment of College*, 2013, 26(6): 97-100. (in Chinese)
- [9] 袁哲诚, 王宽亮, 陆李威, 等. 密立根油滴实验的数据处理方法研究[J]. *物理实验*, 2019, 39(5): 13-16.
YUAN Z C, WANG K L, LU L W, et al. Data processing method of Millikan oil-drop experiment[J]. *Physics Experimentation*, 2019, 39(5): 13-16. (in Chinese)
- [10] 刘宇, 谢琬琰, 郑艺, 等. 利用最小二乘法处理密立根油滴实验数据[J]. *物理实验*, 2010, 30(5): 43-46.
LIU Y, XIE W Y, ZHENG Y, et al. Data-processing method for Millikan oil-drop experiment[J]. *Physics Experimentation*, 2010, 30(5): 43-46. (in Chinese)
- [11] 陈森, 刘昶, 付硕等. 一种密立根油滴实验数据处理的新方法[J]. *大学物理*, 2014, 33(9): 32-34.
CHEN S, LIU Y, FU S, et al. A new data processing method for Millikan oil-drop experiment[J]. *College Physics*, 2014, 33(9): 32-34. (in Chinese)
- [12] 朱鹤年, 郭旭波, 常纓, 等. 油滴实验计算元电荷的简明方法[J]. *物理实验*, 2018, 38(2): 22-26.
ZHU H N, GUO X B, CHANG Y, et al. A concise method on analyzing data from Millikan oil-drop experiments[J]. *Physics Experimentation*, 2018, 38(2): 22-26. (in Chinese)
- [13] 宋元军. 密立根油滴实验数据处理的多重差值法[J]. *物理实验*, 2019, 39(3): 12-14.
SONG Y J. Multiple subtraction method for data processing of Millikan oil drop experiment[J]. *Physics Experimentation*, 2019, 39(3): 12-14. (in Chinese)
- [14] SUTHERLAND W. LII. The Viscosity of Gases and Molecular Force[J]. *Philosophical Magazine Series 5*, 1893, 36: 507-531.
- [15] 周光炯, 严宗毅, 许世雄, 等. 流体力学(第二版)下册[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [16] Wikipedia. "Viscosity"[EB/OL]. (2021-06-13)[2021-06-14]. en.wikipedia.org/wiki/Viscosity.
- [17] KELLSTRÖM G. Viscosity of Air and the Electronic Charge[J]. *Nature*, 1935, 136: 682-683.
- [18] RIDGEN P J. Viscosity of Air[J]. *Nature*, 1938, 141: 82.
- [19] LABY T. Measurement of Electronic Charge[J]. *Nature*, 1942, 150: 648-649.
- [20] JENG M. A Selected History of Expectation Bias in Physics[J]. *American Journal of Physics*, 2006, 74(7): 578-583.
- [21] 卢德馨. 油滴实验和偏倚期盼现象[J]. *大学物理*, 2011, 30(1): 13-18.
LU D X. Oil-drop experiment and expectation bias phenomena[J]. *College Physics*, 2011, 30(1): 13-18. (in Chinese)