

光学干涉仪测量极限的本科实验教学演示研究

陈 鑫 蒋佳彤 刘妹琦 陈 煜 吴 媛 崔 璐 尹亚玲 陈丽清
(华东师范大学物理与电子科学学院物理实验教学中心, 上海 200241)

摘 要 光学干涉仪是广泛应用于量子精密测量的一种重要的光学仪器,然而由电磁场真空涨落引起的光量子噪声,限制了光学干涉仪的测量精度。为了获得更高的测量精度,测量并分析光学干涉仪的性能成为必然,其中信噪比和最小可探测值是目前最常用的分析光学干涉仪性能的主要参数。然而,在目前本科实验教学中,光学干涉仪通常被用于观察光干涉原理,缺乏对光学干涉仪性能分析的实验演示,因此本文利用 Mach-Zehnder 干涉仪,测量相位调制器引起的相位差变化,实现光干涉原理验证的同时,重点演示了光学干涉仪信噪比和最小可探测值的测量方法。通过本实验,本科生一方面可以直观地掌握光学干涉仪性能参数的测量方法,另一方面掌握提高测量精度的实验技术手段,为量子精密测量技术的进一步发展提供人才储备。

关键词 量子力学;光学干涉仪;信噪比;最小可探测值

QUANTUM LIMIT MEASUREMENT OF OPTICAL INTERFEROMETER IN AN UNDERGRADUATE LABORATORY

CHEN Xin JIANG Jiatong LIU Shuqi CHEN Yu WU Yuan CUI Lu YIN Yaling CHEN Liqing
(School of Physics and Electronic Science, East China Normal University, Shanghai 200241)

Abstract Optical interferometry is a well-known valuable tool for estimating an unknown parameter. However, the fluctuation of vacuum limits the sensitivity of optical interferometry. In order to obtain better sensitivity, the performance of the optical interferometry, such as signal to noise ratio and the minimum detectable value, need to be analyzed. However, in the undergraduate laboratory, almost of the experiments of the optical interferometry focus on interference principle but lack the performance analysis. In this paper, a Mach-Zehnder interferometer is employed for the evaluating the performance of optical interferometry in an undergraduate laboratory. The evaluation method is illustrated theoretically and experimentally. Based on experiment, we can extend classical optical experiment to quantum optics experiment, which appropriate for advanced undergraduate students with former experience in quantum optics.

Key words Quantum mechanics; Optical interferometry; signal to noise ratio; the minimum detectable value

光学干涉仪广泛用于未知参数的准确测量。精度要求进一步提高。尤其是 2016 年,利用激光干涉仪引力波天文台 LIGO(Laser interferometer)

收稿日期: 2021-08-24

基金项目: 国家自然科学基金(11874152)、上海市教育委员会科研创新计划重大项目(2021-01-07-00-08-E00099)和上海市科技英才扬帆计划(19YF1414300)资助。

通讯作者: 吴媛,女,工程师,主要从事量子物理实验仪器开发,研究方向为量子精密测量,ywu@phy.ecnu.edu.cn;陈丽清,女,教授,主要从事物理教学与科研工作,研究方向为量子精密测量,lqchen@phy.ecnu.edu.cn。

引文格式: 陈鑫,蒋佳彤,刘妹琦,等. 光学干涉仪测量极限的本科实验教学演示研究[J]. 物理与工程,2022,32(6):159-163.

Cite this article: CHEN X, JIANG J T, LIU S Qi, et al. Quantum limit measurement of optical interferometer in an undergraduate laboratory[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(6): 159-163. (in Chinese)

gravitational-wave observatory)首次直接探测到来自遥远宇宙中的引力波^[1],使得基于光学干涉仪的精密测量技术得到高度重视和飞速发展。

引力波测量和激光干涉探测技术的蓬勃发展也引起了很多教学类工作的开展,例如光干涉原理演示实验。干涉仪实验是本科生物理实验的重要内容之一。目前,在物理本科实验中,光学干涉仪常通过对空间条纹的计数来观察光干涉原理,检验基本的光干涉公式^[2]。然而,这些实验对干涉仪性能的测量和讨论从未涉及,例如光学干涉仪测量极限。实际上,电磁场的真空涨落通过分束器进入干涉仪,导致干涉仪的测量精度受限于真空涨落^[3],即为“标准量子极限”。而通过对干涉仪性能的评估,可以寻找影响测量性能的因素并加以改善。LIGO的发展就是建立在对干涉仪的性能评估基础上的。传统的方法中,常用信噪比和最小可探测值来评估干涉仪的测量极限。其中,信噪比(signal to noise ratio, SNR)是干涉仪中信号功率与噪声功率的比值,通常用来衡量干涉系统抗噪性能。最小可探测值是当 SNR=1 时,干涉仪可测量的信号幅值大小。通常用来衡量干涉仪的测量极限。因此,通过对这两个参数的评估,我们能够直观的分析干涉仪的性能,从而获得提高干涉仪性能的方法。

值得注意的是,近年来为加速推进我国科技创新发展,实现科技兴国,需要高水平科技自立自强。因此,将前沿科技与基础物理实验相结合,培养学生科学思维能力和创造创新能力,尤其是培养学生适应现代科学技术高速发展的综合能力,将显得十分迫切。

本论文在经典光学干涉原理的基础上,将引力波探测中常用的性能评估技术引入物理基础实验中,让学生掌握前沿科学技术发展的同时,鼓励本科生开展前沿物理研究,为基础物理研究储备人才。

1 演示原理

本文利用 Mach-Zehnder 干涉仪演示光学干涉系统的信噪比和最小可探测值的测量方法。如图 1 所示,光束 1 为相干光,其量子算符为 $\hat{a}_0$ 。光束 2 为真空场,其量子算符为 $\hat{V}$ 。光束 1 和光束 2 经过 50:50 分束器(BS1)分束后,分为光束 3(其量子算符 $\hat{a}_1$)和光束 4(其量子算符 $\hat{a}_2$),即

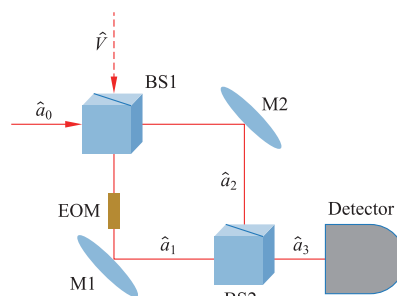


图 1 Mach-Zehnder 干涉仪示意图

$$\begin{cases} \hat{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_0 + \hat{V})e^{i\varphi} \\ \hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_0 - \hat{V}) \end{cases} \quad (1)$$

这里 $\varphi = \varphi_0 + \varphi_s$ 是干涉仪两臂的相位差。其中, φ_s 是外界扰动引起的相位差。通常,该相位差由电光相位调制器(EOM)模拟实现。 φ_0 是干涉仪的初始相位。随后,光束 3 和光束 4 在 50:50 合束器(BS2)合束,获得光束 5(其量子算符 $\hat{a}_3$),即

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2) = K_2 \hat{a}_0 + K_1 \hat{V} \quad (2)$$

这里 $K_1 = \frac{1}{2}(e^{i\varphi} + 1)$ 和 $K_2 = \frac{1}{2}(e^{i\varphi} - 1)$ 。光束 5 被探测器探测,获得光电流信号 i ,即

$$i = \eta \langle \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3 \rangle = \frac{1}{2} \eta |\alpha|^2 (1 - \cos \varphi) \quad (3)$$

这里 η 是探测器的转换效率。 $|\alpha|^2 = \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle$ 是光束 1 的光子数。

当 EOM 上加载微弱正弦信号时,干涉仪两臂相位差为

$$\varphi = \varphi_s \sin(\omega_s t) + \varphi_0 \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),即

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{2} \eta |\alpha|^2 [1 - \cos(\varphi_s \sin(\omega_s t) + \varphi_0)] \\ &= \frac{1}{2} \eta |\alpha|^2 \{1 - \cos \varphi_0 \cos[\varphi_s \sin(\omega_s t)] + \sin \varphi_0 \sin[\varphi_s \sin(\omega_s t)]\} \\ &= \frac{1}{2} \eta |\alpha|^2 \{1 - J_0(\varphi_s) \cos \varphi_0 + \dots + 2 \sin \varphi_0 \{J_1(\varphi_s) \sin(\omega_s t) + \dots\}\} \end{aligned} \quad (5)$$

这里 $J_n(\varphi_s)$ 是一阶贝塞尔函数。其中,光电流的直流分量 i_{dc} 为

$$i_{dc} = \frac{1}{2} \eta |\alpha|^2 [1 - J_0(\varphi_s) \cos \varphi_0] \quad (6)$$

光电流信号在频率 ω_s 处的交流分量 i_{ac} 为

$$i_{ac} = \eta |\alpha|^2 \sin \varphi_0 J_1(\varphi_s) \sin(\omega_s t) \quad (7)$$

最终,将该光电流信号 i 输入频谱仪获得其功率谱信号,实现对干涉仪性能的测试。在频率 ω_s 处,频谱仪上获得时间平均后的信号功率 P_s 为

$$P_s = [\eta |\alpha|^2 \sin \varphi_0 J_1(\varphi_s)]^2 \frac{R}{2} \quad (8)$$

这里, R 是频谱仪的输入阻抗。与此同时,电流信号 i 在频谱仪上的噪声为散粒噪声^[3],其光电流信号为

$$i_n = \sqrt{2ei_{dc}B} \quad (9)$$

这里, e 是单电子电荷, B 是频谱仪的分辨带宽(RBW)。这时,其在频谱仪上的噪声功率 P_n 为

$$P_n = i_n^2 R = 2ei_{dc}BR \quad (10)$$

这里,我们忽略了激光器的热噪声以及采集装置的电子学本底噪声等影响。这是因为,窄线宽激光器的热噪声和低噪声探测器的电子学本底噪声远小于散粒噪声。在这种情况下,干涉仪仅受散粒噪声影响。因此,根据式(8)和式(10),干涉仪在频率 ω_s 处的信噪比为

$$\begin{aligned} \text{SNR}[\text{dB}] &= 10\lg \frac{P_s}{P_n} \\ &= 10\lg \left(\frac{\eta |\alpha|^2}{2eB} \frac{\sin^2 \varphi_0 J_1^2(\varphi_s)}{1 - J_0(\varphi_s) \cos \varphi_0} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

这里,信噪比的单位是 dB。lg 是以 10 为底的对数函数。由于 $\varphi_s \ll 1$, $J_1(\varphi_s) \approx \frac{1}{2}\varphi_s$, $J_0(\varphi_s) \approx 1$ 。因此,在 ω_s 处的信噪比为

$$\text{SNR}[\text{dB}] = 10\lg \left(\frac{\eta |\alpha|^2}{4eB} \frac{\sin^2 \varphi_0}{\sin^2 \frac{\varphi_0}{2}} \frac{\varphi_s^2}{4} \right) \quad (12)$$

当 φ_0 在 0 附近但不是 0 的时候, $\frac{\sin^2(\varphi_0)}{\sin^2(\frac{\varphi_0}{2})} \approx$

$\frac{\varphi_0^2}{(\frac{\varphi_0}{2})^2} = 4$ 。因此,在 ω_s 处的信噪比为

$$\begin{aligned} \text{SNR}[\text{dB}] &= 10\lg \left(\frac{\eta}{4eB} |\alpha|^2 \varphi_s^2 \right) \\ &= 10\lg \left(\frac{\eta}{4eB} |\alpha|^2 \right) + 20\lg(\varphi_s) \end{aligned} \quad (13)$$

当 $\text{SNR}=0\text{dB}$ 时,我们可以获得干涉仪在频率 ω_s 处的最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$,即为

$$\varphi_{s-\min} = \sqrt{\frac{4eB}{\eta} \frac{1}{|\alpha|^2}} \propto \frac{1}{\sqrt{|\alpha|^2}}$$

下面我们将结合以上分析对干涉仪的性能进行讨论。具体如下:

(1) 根据式(13)和式(14)可知,增加干涉仪的注入功率可以提高 $|\alpha|^2$,从而实现更好的信噪比和更小的灵敏度。这也就解释了为什么在引力波探测的过程中,通常采用高功率的激光器或者是功率循环利用技术的原因^[4]。

(2) 根据式(13)可知,增加作用在干涉仪上的信号幅值 φ_s ,可以有效提高信噪比,增强干涉仪的抗噪性能。因此,在量子精密测量领域,通常会通过光与物质的非线性作用过程,如四波混频^[5]、参量放大过程^[6]等代替干涉仪中的线性分束器(BS),实现信号放大的同时抑制噪声,达到提高信噪比的目的。

(3) 根据式(14)可知,干涉仪相位最小可探测值正比于 $\frac{1}{\sqrt{|\alpha|^2}}$ 。因此,对于未使用任何量子手段的经典干涉仪,其所能达到的最小测量精度为 $\frac{1}{\sqrt{|\alpha|^2}}$,这就是量子精密测量中常说的“标准量子极限”。这一极限是因为真空涨落通过 BS1 进入干涉仪引入的散粒噪声导致的^[3]。

从以上分析可知,测量干涉系统的信噪比和最小可探测值可以帮助我们寻找提高干涉仪性能的方法。下面我们将根据以上原理搭建 Mach-Zehnder 干涉仪,测量干涉仪的信噪比,获取干涉仪的最小可探测值。

2 演示装置及其方法

根据以上实验原理,搭建如图 2 所示实验装置。该装置包含 He-Ne 激光器(Thorlabs)、50:50 分束器(BS1 和 BS2)、反射镜(M1~M4)、电光调制器(EOM)、探测器、示波器及频谱分析仪。其中,激光器发出的光(其量子算符为 $\hat{a}_0$)经过反射镜 M1 从 BS1 的端口 1 注入。真空场(其量子算符为 $\hat{V}$)从 BS1 的端口 2 注入。

下面将通过以下步骤完成相关实验数据记录。具体实验过程如下:

(1) 打开信号发生器,使其驱动 EOM,引起干涉仪相位差,从而获得干涉信号。其中,信号发生器发出的正弦信号频率为 20Hz,幅度为 2V_{pp}。

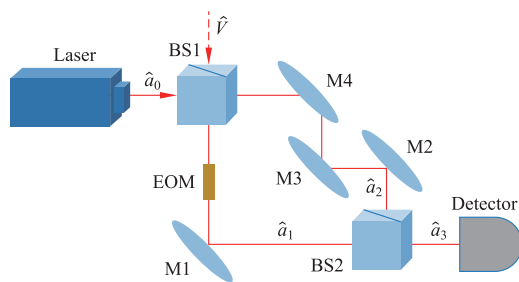


图2 实验装置图

(2) 将探测器探测的光电流信号输入示波器,观察干涉仪的光电流信号 i 。

(3) 通过调整反射镜 M2、M3 和 M4,使得干涉仪干涉对比度 ν 趋近于 1。其中,干涉对比度的定义如下

$$\nu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (15)$$

其中, $I_{\max}$ 和 $I_{\min}$ 分别是光电流信号 i 的最大值和最小值。

(4) 调节信号发生器,获得频率为 1MHz,幅度为 8mV_{pp} 的正弦信号,并用该信号驱动 EOM,模拟干涉仪的相位差。

(5) 将频谱仪的分辨率带宽(RBW)和视频带宽(VBW)分别设置为 3KHz 和 30Hz。

(6) 将探测器探测的光电流信号输入频谱仪,获得干涉仪的频谱信号。

(7) 根据步骤(6)获得的频谱信号,计算干涉仪的信噪比。其中,信号是频率为 1MHz 时的功率信号的幅值。噪声是频谱仪上本底噪声的均值。

(8) 保证光束 1 光强不变的情况下,改变 EOM 所加调制信号的幅度,测量并记录干涉仪在不同调制幅度下的频谱图。

(9) 根据步骤(7)测量并记录不同调制幅度时干涉系统的信噪比,绘制相应的曲线图。将该实验结果与理论公式(13)对比,分析实验结果。同时,根据 $SNR=0\text{dB}$,获得干涉仪在该条件下最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$ 。

(10) 改变光束 1 光强,根据步骤(1)~(9),获得不同光强下,最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$ 和入射光强的曲线图。并将该实验结果与理论公式(14)对比,分析实验结果。

3 实验结果与讨论

根据以上实验装置和实验步骤,我们将获得如下实验结果。

首先,根据步骤(1)~(3),获得如图 3 所示干涉信号。根据公式(15)可知,该干涉仪的干涉对比度为 95%。

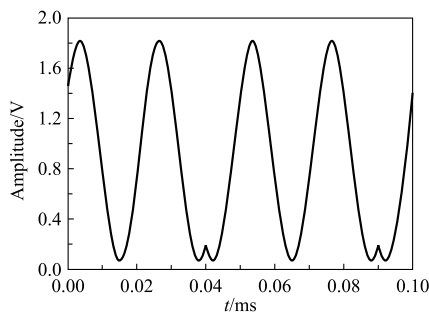


图3 干涉信号

其次,当光束 1 的光强为 1.03mW,根据步骤(4)~(6),获得干涉信号的频谱图如图 4 所示的黑色虚线。通过该频谱图,根据步骤(7),获得干涉仪在 EOM 调制频率为 1MHz,幅度为 8mV_{pp} 时的信噪比。

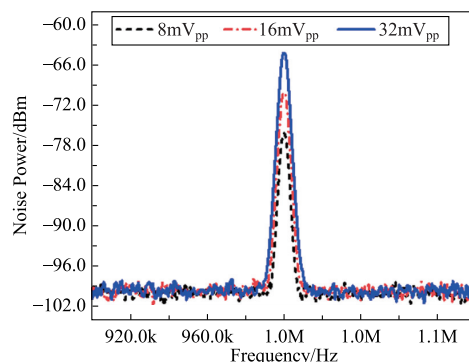


图4 干涉信号的频谱图

随后,确保光束 1 的光强仍为 1.03mW 时,根据步骤(8),获得干涉仪在不同调制幅度下的频谱图。如图 4 所示,其中,灰色点划线是调制幅度为 16mV_{pp} 的频谱图。灰色实线是调制幅度为 32mV_{pp} 的频谱图。根据步骤(9),获得干涉仪在光束 1 的光强为 1.03mW 时的信噪比,如图 5 灰色圆圈标注。可以看出,信噪比 SNR 和 $\lg\varphi_s$ 呈线性变化趋势,即为

$$SNR = 20.11\lg\varphi_s + 5.11 \quad (16)$$

对比公式(13)可知,该实验数据与理论模拟一致。此外,根据该变化趋势,当 $SNR=0\text{dB}$ 时,获得干涉仪在 1.03mW 时最小可探测值为 0.58mV。

随后,改变注入光强,获得不同入射光强下信噪比 SNR 与 $\lg\varphi_s$ 的关系图。当光束 1 的光强为 0.70mW 时,信噪比 SNR 和 $\lg\varphi_s$ 呈线性变化趋势,其如图 5 黑线方框标注,即

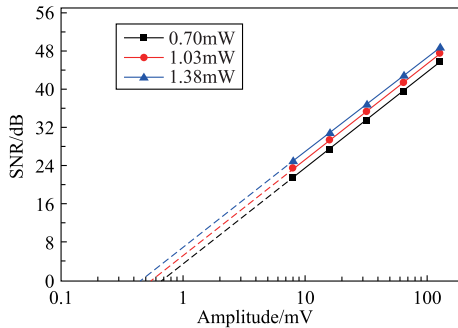


图5 当光束1光强不同时,信噪比SNR与调制信号幅度 $\lg\varphi_s$ 的关系曲线

$$SNR = 20.01\lg\varphi_s + 3.44 \quad (17)$$

令 $SNR = 0\text{dB}$,可以获得干涉仪在入射光强为 0.70mW 时的最小可探测值为 0.67mV 。当光束1的光强为 1.38mW 时,信噪比SNR和 $\lg\varphi_s$ 呈线性变化趋势,如图5灰线三角标注,即

$$SNR = 19.82\lg\varphi_s + 6.96 \quad (18)$$

令 $SNR = 0\text{dB}$,可以获得干涉仪在入射光强为 1.38mW 时的最小可探测值为 0.45mV 。对比式(13),以上实验数据与理论模拟一致。

最后,根据步骤(10),获得不同入射光强下干涉仪的最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$,如图6所示的黑色方点。对比不同入射光强可以看出,干涉仪中参与干涉的光强越大,系统最小可探测值越小,即灵敏度越高。将该实验结果进行拟合,获得如图6所示的灰色曲线。将其与式(14)对比可知,在对数坐标下,最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$ 与入射光强 P_{in} 满足如下关系,即

$$\lg(\varphi_{s-\min}) = -0.50\lg(P_{in}) - 0.26 \quad (19)$$

对式(19)进行变换可知

$$\varphi_{s-\min} = 0.55 \left(\frac{1}{\sqrt{P_{in}}} \right) \quad (20)$$

由此可知,干涉仪最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$ 正比于

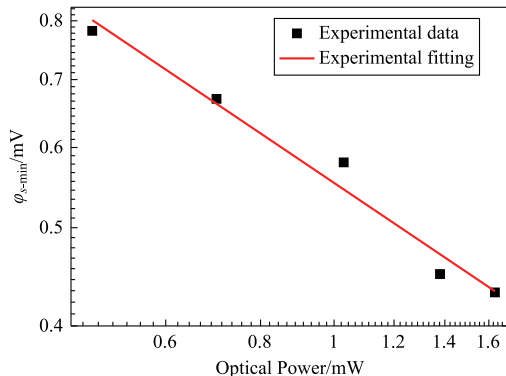


图6 最小可探测值 $\varphi_{s-\min}$ 与入射光强 P_{in} 的关系曲线

$$\frac{1}{\sqrt{|\alpha|^2}}.$$

综上所述,通过以上实验步骤和实验方法,本科生可以完成干涉仪信噪比和最小可探测值的测量。更为重要的是,通过该实验,本科生了了解影响了干涉仪性能的相关参数,为后续开展提高干涉仪性能的实验研究提供了可能。

4 结语

光学干涉仪的性能分析对于提高系统性能具有十分重要的作用。本论文通过对Mach-Zehnder干涉仪信噪比的测量,获得干涉系统最小可探测值。通过对干涉仪性能的测量与评价,可以帮助本科生获得提高干涉仪性能的方法。

本实验一方面充实了本科物理实验课程的内容,一方面学生通过自主搭建实验仪器,完成实验数据的测量和分析,既锻炼了本科生的动手能力,也让本科生更深刻地理解了理论知识的深刻内涵,对提升物理专业本科学生的素养尤为重要。

参 考 文 献

- [1] ABBOTT P B, ABBOTT R, ABBOTT D T, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger[J]. Phys. Rev. Lett., 2016, 116: 061102.
- [2] LIBBRECHT G K, BLACK D E. A basic Michelson laser interferometer for the undergraduate teaching laboratory demonstrating pirometer sensitivity [J]. Am. J. Phys., 2015, 83(5): 409-417.
- [3] BACHOR A H, RALPH C T. A guide to experiments in quantum optics[M]. Revised and Enlarged Edition, John Wiley & Sons Inc., 2004.
- [4] 王运永,朱兴江,刘见,等. 激光干涉仪引力波探测器[J]. 天文学进展, 2014, 32 (3): 348-382.
WANG Y Y, ZHU X J, LIU J, et al. The laser interferometer gravitational wave detector[J]. Progress in Astronomy, 2014, 32(3): 348-382. (in Chinese)
- [5] 杨荣国,张超霞,李妮,等. 级联四波混频系统中纠缠增强的量子操控[J]. 物理学报, 2019, 68(9): 094205.
YANG R G, ZHANG C X, LI N, et al. Quantum manipulation of entanglement enhancement in cascaded four-wave-mixing process [J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68 (9): 094205. (in Chinese)
- [6] 冯啸天,袁春华,陈丽清,等. 光和原子关联与量子计量[J]. 物理学报, 2018, 67(16): 164204.
FENG X T, YUAN C H, CHEN L Q, et al. Quantum metrology with atom and light correlation[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(16): 164204. (in Chinese)