

速度外场驱动下活性粒子流瓶颈堵塞的“欲速则不达”现象

袁 思 黎龙飞 董瑞志 左 瀚 刘 伟 郑 宁

(北京理工大学物理学院, 北京 100081)

摘 要 增加个体速度或个体间挤压强度, 个体通过瓶颈的流量反而明显降低, 这就是著名的“欲速则不达”现象。本文利用分子动力学模拟研究了在不同速度场驱动下, 自驱动力对活性粒子瓶颈堵塞特性的影响。随着粒子自驱动力的增加, 活性粒子的整体流量反而减少。基于粒子的阻塞概率与互补累积分布函数的拟合幂律指数, 解释了尽管自驱动力可有效增强粒子的运动能力, 但同时也引起堵塞事件的增加, 最终造成整体流量下降。活性粒子瓶颈流作为典型的复杂系统, 可帮助学生理解个体最优化并不一定会使整体效率最优的物理思想, 并且其对数据处理统计分析水平要求较高, 这对本科生学术能力的训练和科学素养的培养很有帮助。

关键词 活性物质; 堵塞; 瓶颈; 欲速则不达

“MORE HASTE, LESS SPEED” CLOGGING PHENOMENON OF ACTIVE PARTICLES PASSING THROUGH A BOTTLENECK DRIVEN BY EXTERNAL VELOCITY FIELD

YUAN Si LI Longfei DONG Ruizhi ZUO Han LIU Wei ZHENG Ning

(School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract When the particle's velocity or squeezing among particles is increased, the flow rate of discrete particles passing through the bottleneck is significantly reduced, which is called the “more haste, less speed” effect. In this paper, molecular dynamics simulation is used to study the effects of self-propelled force on the bottleneck clogging of active particles driven by different external velocity fields. With the increase of self-propelled force, the flow rate of active particles decreases. Based on the power-law exponent of complementary cumulative distribution function and clogging probability, it is explained that although the self-propelled force can effectively enhance the particle motility, it also causes the increase of the clogging probability, consequently leading to the decrease of the flow rate. On the pedagogical side, as a typical complex system, bottleneck flow of active particle can assist students in understanding the physical thought that optimal individual does not necessarily bring global optimum. Besides, it is beneficial to the development of academic ability and scientific literacy for undergraduates, by the rigorous training of data processing and statistical analysis.

Key words active matters; clogging; bottleneck; more haste; less speed

活性物质是由能够局部消耗能量产生平动或者转动的自驱动单元组成的物质系统, 包括从细

胞到动物的所有生命体, 以及人造活性粒子集群等^[1]。活性物质经常处于受限环境, 自驱特性和

收稿日期: 2022-02-27; 修回日期: 2022-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(11974044); 北京理工大学大学生创新训练项目(BIT2021LH221)。

作者简介: 郑宁, 教授, 从事软凝聚态物理和实验教学研究, ningzheng@bit.edu.cn; 刘伟, 高级实验师, 从事凝聚态物理和实验教学研究, liuwei73150@bit.edu.cn。

引文格式: 袁思, 黎龙飞, 董瑞志, 等. 速度外场驱动下活性粒子流瓶颈堵塞的“欲速则不达”现象[J]. 物理与工程, 2022, 32(6): 142-147, 188.

Cite this article: YUAN S, LI L F, DONG R Z, et al. “More haste, less speed” clogging phenomenon of active particles passing through a bottleneck driven by external velocity field[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(6): 142-147, 188. (in Chinese)

受限会对体系的结构和动力学产生重要影响,使体系涌现出平衡态中所没有的时空结构、集体行为以及新奇动力学^[2-3]。

作为一类典型的受限集体行为,活性粒子在瓶颈处的群集堵塞与疏散现象广泛存在于自然界与人类社会,如宏观尺度的人群簇拥在出口进行散场或撤离,介观尺度的红血球在血管狭窄处形成血栓,微观尺度的活性纳米颗粒在狭长通道中发生团聚等^[4-6]。早期关于瓶颈堵塞的理论模型将生命体看作为连续空间内的活性粒子,认为粒子本身自驱动力与粒子和环境之间的物理力共同支配其运动^[7]。研究人员利用社会力模型和分子动力学,从模拟仿真中发现了“欲速则不达”(fast is slow)的有趣现象,即不断增加粒子自驱速度或粒子间挤压强度,粒子的出口流量反而明显降低。有生命和无生命的活性粒子实验验证了该效应,发现“欲速则不达”普遍存在于多个系统^[5-7]。Pastor 等人训练羊群通过窄门,研究门宽与门前障碍物对堵塞与疏散的影响^[8]。除了羊群,小鼠也经常用于瓶颈堵塞与疏散的研究。林鹏等人使用烟雾刺激小鼠,观察到小鼠在出口处的竞争产生了自发拥堵,疏散时间随烟雾浓度增加而明显增加^[9]。由于紧急情况下堵塞的生命实验涉及科学伦理道德而受到很大制约,近年来,人工活性粒子为研究受限疏散动力学提供了可行的方法,并在理解该行为的微观机理方面取得了明显进展。拥挤状态下的人造活性粒子(玩具机器人)从受限空间中的疏散,检验了“欲速则不达”效应。玩具机器人在环形轨道中的流量随密度线性增加,并不会出现流量暴跌的情况,研究者认为是粒子间碰撞造成自发速度调整^[10]。随后研究发现玩具机器人在逐渐收窄的环形轨道中的瓶颈堵塞与流动状态的自发转变,与交通流的大量统计性质非常类似而并不依赖于系统具体细节的差异。此间歇流依赖于疏散时间分布等涨落量,调控粒子的疏散时间分布涨落可有效改善流量,这为减轻交通堵塞提供了新思路^[11]。

但这些研究无论是理论模拟还是实验,有生命还是无生命的活性粒子,每个活性粒子都有向瓶颈出口处移动的偏好倾向,而对于活性粒子无法感知瓶颈位置的情况,即没有偏好向瓶颈处移动的情况甚少涉及,因此本文将利用数值模拟方法研究对瓶颈没有偏好移动的活性粒子在通过瓶颈狭窄地形时,堵塞行为与粒子自驱动力、瓶颈出口大小等系统参数之间的规律。为提高模拟效

率,我们施加了速度外场,这种情况也对应着微流系统中无生命的活性胶体粒子在流场驱动下通过狭窄瓶颈地形时的疏堵行为。

1 模拟方法

我们将颗粒离散单元模型和速度 Verlet 算法相结合,用以研究在速度外场的作用下活性颗粒水平漏斗流的堵塞情况。

首先,我们采用静止的球串模型构建通道壁,其中颗粒直径为 d ,质心距离为 $0.5d$ 。整个通道的长和宽分别为 $200d$ 和 $35d$,并且在通道的竖向方向采用周期性边界条件。另外,瓶颈位于距离通道底部 $80d$ 处,出口宽度为 D ,单位为颗粒直径 d 。为了模拟速度外场的作用,我们将通道内部区域的速度设为 $\mathbf{v}_b = (0, v_{by})$ (通道壁静止),并且通道内置入直径为 d 的 3500 个活性颗粒,这些颗粒在速度外场的作用下,大部分汇聚在瓶颈处,整个模拟系统如图 1(a)所示。

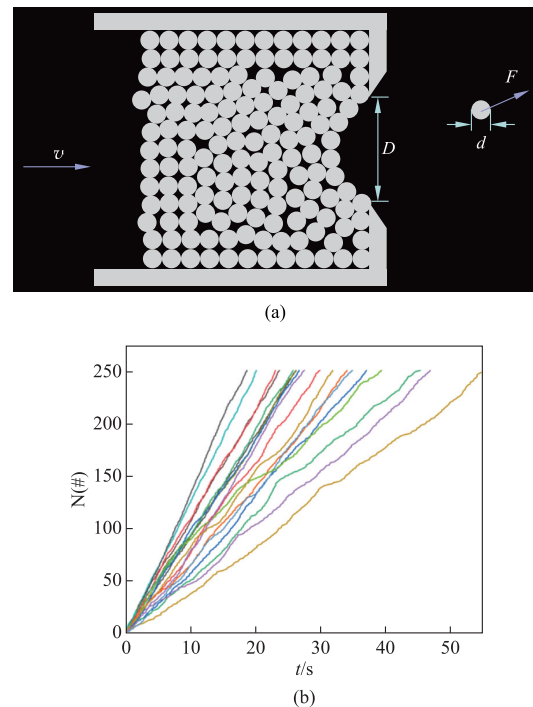


图 1 模拟系统和粒子流出时间演化图

(a) 模拟系统示意图; (b) 出口尺寸 $D=3$, 外场速度 $V=4\text{cm/s}$ 。在不同活性力的条件下,典型的流出瓶颈出口的粒子数随时间演化曲线,平台表示阻塞状态。每条线代表一次独立测量

然后,我们借助颗粒的离散单元模型以及速度 Verlet 算法,用于确定活性颗粒的速度 $\mathbf{v}$ 和位置 $\mathbf{x}$,具体演化过程如下:

活性颗粒 i 的速度 $\mathbf{v}_i$ 控制方程由如下动量方程可得

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = F_a \mathbf{a}_i + \sum_j (F_j^n \mathbf{n}_{ij} + F_j^s \mathbf{t}_{ij}) + \mathbf{f}_i \quad (1)$$

其中, $m_i = 1$ 为活性颗粒质量的参数; $F_a = v_a \gamma_t$ 和 $\mathbf{a}_i = [\cos \varphi_i, \sin \varphi_i]$ 分别为活性颗粒的自推进力的大小和方向; v_a 和 $\gamma_t = 100$ 分别为颗粒自推进速度和平动阻尼系数。 F_j^n 为与活性颗粒 i 接触的颗粒 j (包括静止的通道壁) 之间的径向接触力, 其方向为 $\mathbf{n}_{ij} = (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) / |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$ 。类似地, F_j^s 为对应的切向接触力, $\mathbf{t}_{ij}$ 为其滑动方向。参照速度依赖的库仑摩擦判据, 我们将活性颗粒与基底之间的相互作用设为 $\mathbf{f}_i = -\min\{\gamma_t(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_b), \mathbf{v}_m\}$, 其中最大阻尼力 $\mathbf{v}_m = [3, 3]$ 。

类比公式(1), 活性颗粒 i 的角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ 控制方程为

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \mathbf{r}_i \sum_j F_j^s (\mathbf{n}_{ij} \times \mathbf{t}_{ij}) + \mathbf{M}_i + \sqrt{2k_B T \gamma_r} \boldsymbol{\xi}_i \quad (2)$$

其中, $I_i = (\sigma/2)^2/2$ 为颗粒的转动惯量, $F_j^s (\mathbf{n}_{ij} \times \mathbf{t}_{ij}) \mathbf{r}_i$ 为与活性颗粒 i 接触的颗粒 j (包括通道壁) 之间的切向接触力引起的力矩 ($\mathbf{r}_i$ 为颗粒 i 的半径), $\mathbf{M}_i = -\min\{\gamma_r \boldsymbol{\omega}_i, \mathbf{M}_m\}$ 为活性颗粒与传送带之间的旋转库仑摩擦, 其中最大旋转阻尼力矩 $\mathbf{M}_m = (0, 0, 3)$, 旋转阻尼系数 $\gamma_r = \sigma^2 \gamma_t / 3$ 。为了模拟热噪声引起的活性粒子角速度的变化, 我们在这里引入随机力矩 $\sqrt{2k_B T \gamma_r} \boldsymbol{\xi}_i$, 其中 $\boldsymbol{\xi}_i$ 遵循均值为零、方差为 1 的高斯分布, $k_B T = 1$ 为热力学能量单位。

接下来我们介绍一下径向接触力 F_j^n 和切向接触力 F_j^s 的计算。根据 J. S. Marshall 的研究可知, 径向接触力 F_j^n 可以写为由于颗粒弹性形变引起的力 F_j^{ne} 以及颗粒碰撞过程中能量损失产生的耗散力 F_j^{nd} 之和, 即

$$F_j^n = F_j^{ne} + F_j^{nd} \quad (3)$$

由 Hertz 的经典模型可知, $F_j^{ne} = -k_N \delta_N$, 其中弹性系数 $k_N = 4Eb(t)/3$, δ_N 为颗粒间的径向重叠距离。在弹性系数 k_N 的表达式中, E 和 $b(t)$ 分别指的是有效弹性模量和半径 R , 对应的表达式为

$$\frac{1}{E} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_j^2)}{E_j}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \quad (4)$$

其中, E_i (E_j) 和 ν_i (ν_j) 分别为颗粒 i (j) 的弹性模量和泊松比, 在模拟中, 二者参数分别为 $E_i = E_j = 3 \times 10^6$ 和 $\nu_i = \nu_j = 0.32$ 。此外, 颗粒间径向重叠距离 δ_N 被定义为 $\delta_N = \sigma - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ 。

对于耗散力 F_j^{nd} , 其表达式可以写为 $F_j^{nd} = -\eta_N \mathbf{v}_R \cdot \mathbf{n}_{ij}$, 其中 $\mathbf{v}_R = \mathbf{v}_{Ci} - \mathbf{v}_{Cj}$ 为两个颗粒表面接触点的相对速度。在 $\mathbf{v}_R$ 的表达式中, $\mathbf{v}_{Ci}$ 为颗粒 i 相对于接触点的速度, 其被写为 $\mathbf{v}_{Ci} = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_i$, 其中 $\mathbf{r}_i = r_i \mathbf{n}_{ij}$ 为从颗粒 i 质心指向接触点的矢量。另外, $\eta_N = \alpha \sqrt{mk_N}$ 为粒子的径向摩擦系数, 其中系数 α 可由公式

$$\alpha = 1.2728 - 4.2783e + 11.087e^2 - 22.348e^3 + 27.467e^4 - 18.022e^5 + 4.8218e^6 \quad (5)$$

计算, $e = 0.8$ 为弹性恢复系数。

针对切向接触力 F_j^s , 我们采用弹簧-阻尼延时器-滑块模型^[18], 即 $F_j^s = -\min\{\eta_s F_j^n, F_j^s\}$ (在本文中, 我们取典型值 $\eta_s = 0.3$), 其中 F_j^s 的表达式为

$$F_j^s = \kappa_t \left(\int_{t_0}^t \mathbf{v}_s(\tau) d\tau \right) \cdot \mathbf{t}_{ij} + \eta_T \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{t}_{ij} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{v}_s$ 表示 $\mathbf{v}_R$ 在颗粒表面切向方向的分量, 其表达式为 $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_R - (\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{n}_{ij}) \mathbf{n}_{ij}$ 。这里 t_0 和 t 表示两个颗粒开始接触时刻和当前时刻。需要说明的是, 上式等号右侧第一项时间积分给出的是颗粒接触过程中所产生的切向形变, 即 $s = \int_{t_0}^t \mathbf{v}_s(\tau) d\tau$ 。

此外, 颗粒滑动方向 $\mathbf{t}_{ij}$ 被定义为 $\mathbf{t}_{ij} = \mathbf{v}_s / |\mathbf{v}_s|$ 。在上式中, κ_t 和 η_T 分别表示切向刚度系数和摩擦系数, 此处, 我们取 $\kappa_t = 8G \sqrt{R \delta_N}$, $\eta_T = \eta_N$, 其中有效剪切刚度表达式为

$$G = \frac{2 - \nu_i}{G_i} + \frac{2 - \nu_j}{G_j} = \frac{2(2 - \nu_i)(1 + \nu_i)}{E_i} + \frac{2(2 - \nu_j)(1 + \nu_j)}{E_j} \quad (7)$$

因为切向形变求解时需要知道当前时刻颗粒的切向速度方向, 因此需要将之前累积的切向形变矢量 $\mathbf{s}$ 先投影到当前切向速度 $\mathbf{v}_s$ 的方向 $\mathbf{t}_{ij}$, 然后再进行迭代。因此我们采用 Luding 的方法更新切向形变

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \mathbf{s}' + \mathbf{n}_{ij} (\mathbf{n}_{ij} \cdot \mathbf{s}') \\ \mathbf{s}' &= \mathbf{s} + \mathbf{v}_s \Delta t \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{s}'$ 表示未进行方向修正前的切向形变矢量, $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ 表示模拟时间步长。

前面已经介绍了通过动量定理确定颗粒的速度更新规则, 接下来简略说明一下如何用速度

Verlet 算法来演化颗粒的位置 $\mathbf{x}$ 。对于颗粒 i (不包括静止的通道壁颗粒), 已知初始时刻颗粒的位置 $\mathbf{x}_i(0)$, 速度 $\mathbf{v}_i(0)$ 以及对应的力, 因此, 根据公式(1), 我们便可得到当前时刻的加速度 $\mathbf{a}_i(0)$ 。那么颗粒 i 在 Δt 时刻的位置 $\mathbf{x}_i(\Delta t)$ 可表示为

$$\mathbf{x}_i(\Delta t) = \mathbf{x}_i(0) + \mathbf{v}_i(0)\Delta t + \mathbf{a}_i(0)(\Delta t)^2/2 \quad (9)$$

为了估计阻尼力, 我们假定 Δt 时刻的颗粒速度 $\mathbf{v}_i(\Delta t) = \mathbf{x}_i(\Delta t) - \mathbf{x}_i(0)$ 。此时, 结合已知的 $\mathbf{x}_i(\Delta t)$, 我们由公式(1)便可轻松得到 Δt 时刻的加速度 $\mathbf{a}_i(\Delta t)$ 。此时, 我们利用公式

$$\mathbf{v}_i(\Delta t) = [\mathbf{a}_i(0) + \mathbf{a}_i(\Delta t)]\Delta t/2 \quad (10)$$

重新迭代得到更加真实的速度 $\mathbf{v}_i(\Delta t)$ 。至此, Δt 时刻颗粒 i 的位置 $\mathbf{x}_i(\Delta t)$ 和速度 $\mathbf{v}_i(\Delta t)$ 均已知晓。此后粒子的位置和速度演化只需采用如上过程进行迭代即可。另外, 活性颗粒 i 的朝向 φ_i 和角速度 ω_i 类比平动位移和速度的方式更新即可, 这里不再赘述。

2 结果与讨论

活性粒子与惰性粒子的瓶颈堵塞有着本质不同^[12], 后者缺乏自驱运动, 堵塞一旦形成会很难自发解堵, 堵塞状态会一直持续下去, 直到外界施加扰动破坏堵塞结构使流速恢复。而在速度外场驱动下的活性粒子流, 由于粒子固有的自驱运动以及外界速度而施加剪切扰动, 使得自发解堵塞经常随机发生, 所以更多是呈现间歇流状态, 见图 1(b), 图中曲线中的平台代表着堵塞和自发解堵塞过程。

活性粒子堵塞在部分场景是有益的, 但大多数堵塞会造成严重的经济损失和安全隐患。如设计不善的交通瓶颈带来巨大的经济损失, 恐慌人群在出口的踩踏事件, 微流器件因为粒子堵塞而失灵等。因此, 观测活性粒子的瓶颈堵塞与疏散现象, 验证相关理论模型, 理解物理机制, 有着重要社会与经济意义。

图 2(a) 展示了不同外界驱动速度下, 活性粒子流量与粒子自驱动力的关系。图中可以明显观察到, 流量随着自驱动力的增加反而减少, 这意味着粒子的个体活性越强, 粒子在瓶颈处的堵塞也就越明显。不同外界驱动速度都展现出该效应, 表示“欲速则不达”的效应在相当宽广的驱动速度范围内都存在, 在活性粒子系统中是个普遍现象。图中另一个有趣的现象是在同样粒子自驱动力条

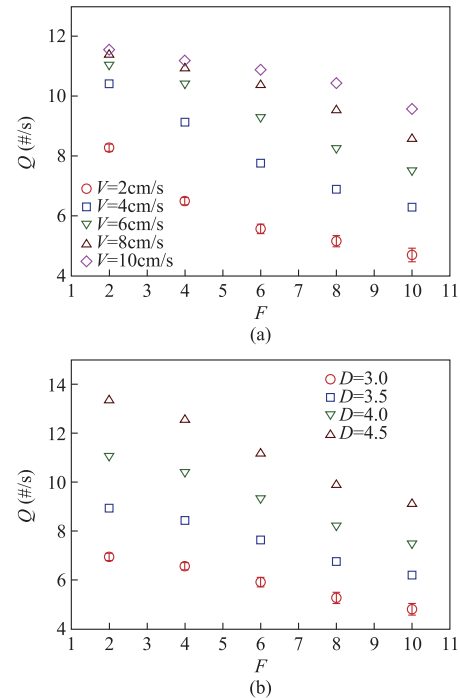


图 2 活性粒子流量与粒子自驱动力的关系

(a) 对于不同的速度外场, 都明显呈现出“欲速则不达”效应, 出口 $D=4$ 。为了显示清晰, 只画了图中一条曲线的误差, 其余曲线的误差与之类似; (b) 对于不同的瓶颈出口尺寸, 也都呈现出“欲速则不达”效应, $V=6\text{cm/s}$

件下, 活性粒子流量与外界驱动速度成正比, 这表示粒子的整体加速, 而并非个体速度, 会有利于系统的流量增加, 类似的现象也在我们以前的工作中被观察到^[13]。我们知道, 流量的减少乃至中止是由于瓶颈前方的粒子堵塞成拱所引起。在这里, 力平衡模型指出堵塞拱中的粒子受周围粒子推力和摩擦力作用, 两力平衡, 堵塞拱保持稳定。这里推力和外界驱动速度成正比, 而摩擦力与粒子实际运动速度以及阻塞结构中个体之间的压缩成线性正比。如果推力随外界驱动速度持续增加, 阻塞结构中个体之间的压缩不足以平衡推力而使移动粒子减速, 堵塞拱很快就被破坏, 导致了流量随外界驱动速度增加而增加^[14]。在我们的模拟中, 我们将外界驱动速度从 2cm/s 增加到 10cm/s , 推力会大大增加, 而模拟中使用的活性粒子是硬球, 个体间的摩擦力可能赶不上推力的增加, 所以我们看到的现象背后的原因可能如上分析。图 2(b) 则展示了在不同的瓶颈出口大小情况下, 活性粒子流量都会随着自驱动力的增加而减少, “欲速则不达”现象一直存在。

如前所述, 在判断活性粒子流是否发生阻塞会面临实际困难。这是因为持续发生的内外部扰

动,使得自发解堵塞经常随机发生,造成堵塞时间长度波动非常大,理论上说任何时间长度都有可能,因此选择合适的堵塞时间长度从而判断堵塞发生是关键问题之一。如何定义阻塞时间继而判断堵塞事件发生的问题也出现在以前的羊群和人工活性粒子的堵塞研究中,并且得到了妥善解决^[13,15]。我们提取离开瓶颈出口相邻粒子之间的时间间隔 Δt ,得到 Δt 的互补累计分布函数 (CCDF),参见图 3(a),发现函数尾部符合幂率分布, $P(t \geq \Delta t) \propto \Delta t^{1-\alpha}$,这与其他系统的瓶颈流是一样的^[15-16]。我们利用 Clauset-Shalizi-Newman 方法得到曲线尾部的拟合幂率指数 α 和最小时间间隔 Δt_c ^[17],经此方法处理得到的 α 和 Δt_c 的结果如表 1。幂率指数 α 的大小可以告诉我们长期流动过程最终是倾向于流动还是阻塞状态,当 $\alpha \leq 2$ 时,流动过程倾向于堵塞状态,因为时间间隔 Δt 的平均值不收敛。而 $\alpha > 2$ 时,流动过程倾向于流动状态。最小时间间隔 Δt_c 被用于确定堵塞时间。当 $\Delta t < \Delta t_c$ 时,粒子处于流动状态,当 $\Delta t \geq \Delta t_c$,流动状态中断。在图 3(a)中,在自驱动力的作用下,系统倾向于流动状态,因为所有幂律指数

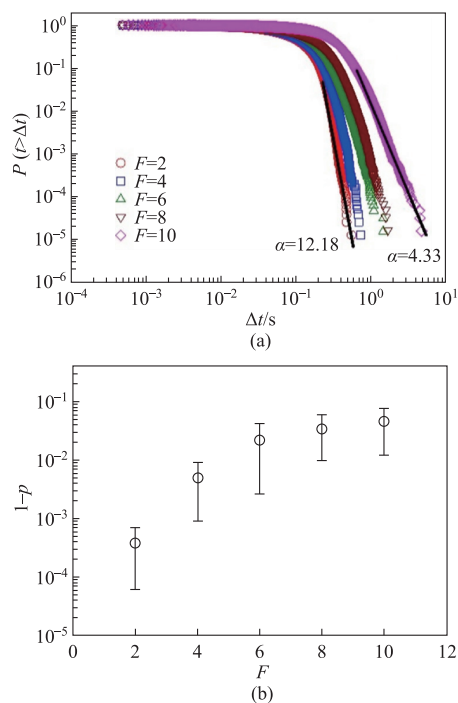


图 3 (a)不同自驱动力,通过出口的相邻粒子间的时间间隔 Δt 的互补累计分布函数。为图片显示清楚,只显示两条曲线尾部的幂律拟合直线,同时给出幂指数的值。(b)活性粒子在出口处相遇并形成阻塞的概率 $1-p$ 随粒子自驱动力的变化趋势,这时出口宽度 $D=4$,外场驱动速度 $V=2\text{cm/s}$

表 1 不同自驱动力下,利用 Clauset-Shalizi-Newman 方法得到拟合幂率指数 α 和最小时间间隔 Δt_c

自驱动力 F	幂律指数 α	$\Delta t_c/s$
2	12.18	0.25
4	9.50	0.25
6	6.44	0.30
8	5.36	0.30
10	4.33	0.30

都大于 2。但幂律指数随着自驱动力的增加而减少,暗示活性粒子的阻塞发生的数量不断增加,这和所对应的流量减少是一致的,说明流量随自驱动力增加而减少的“欲速则不达”效应可能源自堵塞事件的增加。

在确定堵塞时间来区分堵塞状态与流动状态后,我们可以进一步引入一些物理量来描述系统堵塞特性。两次堵塞状态之间的所包含的流动粒子数目被称为雪崩量 s 。在获取所有自驱动力的雪崩量后,可以计算出每个自驱动力所对应的雪崩量的概率密度函数的直方图以及平均雪崩量 $\langle s \rangle$ 。根据以前模型^[13,18], $\langle s \rangle = \frac{p}{1-p}$,这里 p 是粒子穿过瓶颈出口时没有形成堵塞的概率,我们可以研究粒子阻塞概率 $1-p$ 与自驱动力之间的关系。图 3(b)清晰显示,随着粒子自驱动力的增大,粒子在出口处相遇形成阻塞的概率会显著上升,自驱动力 $F=10$ 时活性粒子的阻塞概率 $1-p$ 是 $F=2$ 时的 120 倍,约上升两个数量级,这也说明了随着自驱动力增加,粒子运动速度确实明显增强,但带来的结果是更容易堵塞,反而降低了整体流量。

在获取所有自驱动力的雪崩量后,还可以进一步得到雪崩量的概率质量函数,我们定义一个标度雪崩量 $s^* = s/\langle s \rangle$,可以看到所有标度后的雪崩量分布都重叠到一起,呈指数下降的趋势,如图 4 所示。指数下降规律与以往工作中所观察到的羊群或者行人穿过窄门,以及竖直漏斗流的标度雪崩量行为是一致的^[15-16],这表示不同系统中的堵塞问题可被同样物理规律描述,它们之间的堵塞确实具有某些共性。

“欲速则不达”效应指出复杂系统中的个体最优化并不一定能使整体效率最优,反而经常会造成系统整体表现性能下降,而个体效率不那么出众反而带来整体表现最优。这类系统包括人群紧急疏散,交通运输,生态演化等。这些系统的共性

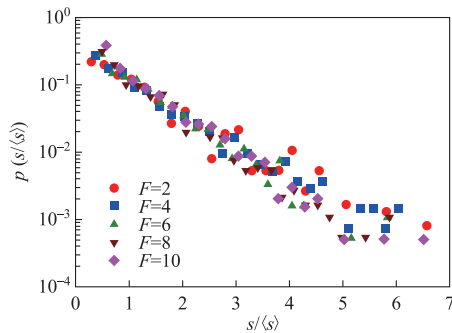


图4 对所有自驱动力的雪崩量进行标度,标度雪崩量的概率质量函数。这时出口宽度 $D=4$,外场驱动速度 $V=2\text{cm/s}$

是要至少有两个状态,一个状态是高效率态,另一个是低效率态,其中高效率态往往是不稳定的,系统总倾向于在低效率态终止。为了避免终结在低效率态,系统中个体必须要远离不稳定点,这意味着个体要做出一定牺牲,并不处于最优状态,但作为回报,整体效率是最优。瓶颈出口的活性粒子流看似简单,但它就是这样一个复杂系统。系统有两个态,流动态(高效率态)和堵塞态(低效率态),我们希望系统尽量保持流动状态。但是,流动状态总是会被打断,系统进入到堵塞态并且维持很长时间,造成总体流量极大下降。为减少欲速则不达效应,我们需要寻找合适的方法来调整个体间相互作用,例如降低粒子活跃程度,减少粒子密度,扩大出口尺寸,减少出口上方粒子之间压力等,从而达到远离不稳定点,实现系统最佳性能的目标。

活性粒子的瓶颈堵塞与疏散行为也代表了一类重要的物理问题,即活性粒子如何应对极端受限环境进行响应。高粒子密度、受限边界以及复杂环境对活性粒子的堵塞与疏散有着强烈的影响,通过改变边界或环境中障碍物的结构和物性就能实现对活性粒子疏堵的调控和引领,其机制的澄清可能会对粒子群体,机器人集群、编队无人机等穿越复杂瓶颈起到启发和指导作用,甚至可与其他学科交叉融通,如为设计建筑物新型出口结构以消除或减轻堵塞,或者为制定紧急疏散的安全规则提供思路。

3 结语

在本研究中,我们模拟研究了外界速度驱动下,活性粒子瓶颈堵塞的“欲速则不达”效应。我们研究了不同外界驱动速度、出口大小的条件下,

活性粒子自驱动力对粒子通过瓶颈的流量影响。发现随着自驱动力的增加,粒子流量持续减少。通过水平粒子流的理论模型,对离开瓶颈出口相邻粒子间的时间间隔的互补累积分布函数以及活性粒子的阻塞概率进行分析。随着自驱动力的增加,粒子的阻塞概率能被升高两个数量级,而且互补累积分布函数的拟合幂律指数也不断降低,这解释流量随自驱动力增加而减少的“欲速则不达”效应可能源自堵塞事件的增加。最后,雪崩量的标度行为与不同系统中雪崩量的标度规律一致,这表示不同系统中的堵塞问题可被同样物理规律描述,它们之间的堵塞确实具有某些共性。

通过瓶颈出口的活性粒子流是一类典型的复杂系统,可以指导学生理解个体最优化并不一定能使整体效率最优的思想,对学生进行非线性物理学习起到很好的启蒙作用。并且该模拟系统也很方便转化为教学实验系统,其具有成本经济、操作简单、调控参数灵活及拓展性较强等优势,同时该效应的实验结果对数据处理统计分析水平要求较高,而且兼之背后的物理思想比较深刻,属于多个学科的交叉领域,这对本科生学术技能的训练,科学素养的培养很有帮助。

参 考 文 献

- [1] 施夏清,马余强. 活力物质的非平衡结构和动力学[J]. 物理, 2012, 41(1):31-38.
SHI X Q, MA Y Q. Non-equilibrium structure and dynamics of active matter[J]. Physics, 2012, 41(1): 31-38. (in Chinese)
- [2] 陈雷鸣. 干活性物质的动力学理论[J]. 物理学报, 2016, 65(18):186401-1-186401-8.
CHEN L M. Hydrodynamic theory of dry active matter[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(18): 186401-1-186401-8. (in Chinese)
- [3] BECHINGER C, LEONARDO R D, LÖWENH, et al. Active particles in complex and crowded environments[J]. Reviews of Modern Physics, 2016, 88, 045006-1-045006-50.
- [4] 陆坤权,刘寄星. 颗粒物质(上)[J]. 物理, 2004, 33(9):629-635.
LU K Q, LIU J X. Granular Matters (I) [J]. Physics, 2004, 33(9): 629-635. (in Chinese)
- [5] 国家自然科学基金委员会,中国科学院编. 中国学科发展战略·软凝聚态物理学[M]. 科学出版社, 2020.
- [6] 郑志刚. 系统的涌现动力学-从同步到集体输运[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
- [7] HELBING D, MOLNAR P. Social force model for pedestrian dynamics[J]. Physical Review E, 1995, 51(5): 4282-4286.
- [8] PASTOR J M, GARCIMARTÍN A, GAGO P A, et al. Experimental proof of faster-is-slower in systems of frictional particles flowing through constrictions[J]. Physical Review E, 2015, 92, 062817-1-062817-6.

(下转第 188 页)

- [6] 余宏亮. 建设教材强国: 时代使命、主要标志与基本路径[J]. 课程. 教材. 教法, 2020, 40(3): 95-103.
YU H L. On the construction of a powerful country in textbooks: historical mission, landmark achievements and promotion paths[J]. Curriculum, Teaching Material and Method, 2020, 40(3): 95-103. (in Chinese)
- [7] 蔡瑶. 优化高校思政课课堂教学的“启拓教学”改革探索[J]. 思想理论教育导刊, 2018(6): 111-115.
CAI Y. Exploration and reform of cultivation and development in the teaching ecology of college ideological and political courses[J]. Leading Journal of Ideological & Theoretical Education, 2018(6): 111-115. (in Chinese)
- [8] 王海鹏. 液态金属结构与性质[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021: 321-322.
- [9] DAHLBORG U, KRAMER M J, BESSER M, et al. Structure of molten Al and eutectic Al-Si alloy studied by neutron diffraction[J]. Journal of Non-Crystalline Solids, 2013, 361: 63-69.
- [10] SRIRANGAM P, KRAMER M J, SHANKAR S. Effect of strontium on liquid structure of Al-Si hypoeutectic alloys using high-energy X-ray diffraction[J]. Acta Materialia, 2011, 59(2): 503-513.
- [11] LEE J, RODRIGUEZ J E, HYERS R W, et al. Measurement of density of Fe-Co alloys using electrostatic levitation[J]. Metallurgical and Materials Transactions B, 2015, 46(6): 2470-2475.
- [12] 谢曼, 干勇, 王慧. 面向 2035 的新材料强国战略研究[J]. 中国工程科学, 2020, 22(5): 1-9.
XIE M, GAN Y, WANG H. Research on new material power strategy by 2035 [J]. Strategic Study of CAE, 2020, 22(5): 1-9. (in Chinese)
- [13] 坚增运, 朱满, 介万奇. 金属熔体结构及其控制技术的研究进展[J]. 中国材料进展, 2010, 29(7): 20-26, 41.
JIAN Z Y, ZHU M, JIE W Q. Progress in the research of melt structure and its controlling technology[J]. Materials China, 2010, 29(7): 20-26, 41. (in Chinese)
- [14] 翟薇, 常健, 耿德路, 等. 金属材料凝固过程研究现状与未来展望[J]. 中国有色金属学报, 2019, 29(9): 1953-2008.
ZHAI W, CHANG J, GENG D L, et al. Progress and prospect of solidification research for metallic materials[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2019, 29(9): 1953-2008. (in Chinese)
- [15] 王海锋, 苏海军, 张军, 等. 熔体过热处理技术及其在镍基高温合金中的应用研究进展[J]. 精密成形工程, 2017, 9(3): 55-64.
WANG H F, SU H J, ZHANG J, et al. Progress on melt overheating treatment technology and its application in Ni-based superalloys[J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2017, 9(3): 55-64. (in Chinese)
- [16] 师昌绪, 仲增墉. 我国高温合金的发展与创新[J]. 金属学报, 2010, 46(11): 1281-1288.
SHI C X, ZHONG Z Y. Development and innovation of superalloy in China[J]. Acta Metallurgica Sinica, 2010, 46(11): 1281-1288. (in Chinese)
- [17] 蔡建明, 弭光宝, 高帆, 等. 航空发动机用先进高温钛合金材料技术研究与发展[J]. 材料工程, 2016, 44(8): 1-10.
CAI J M, MI G B, GAO F, et al. Research and development of some advanced high temperature titanium alloys for aero-engine [J]. Journal of Materials Engineering, 2016, 44(8): 1-10. (in Chinese)
- (上接第 147 页)
- [9] LIN P, MA J, LIU T Y, et al. An experimental study of the “faster-is-slower” effect using mice under panic[J]. Physica A, 2016, 452, 157-166.
- [10] TIAN B, SUN W P, LI M, et al. Flowrate behavior and clustering of self-driven robots in a channel[J]. Chinese Physics B, 2018, 27(3), 038902: 1-6.
- [11] BAROIS T, BOUDET J F, LANCHON N, et al. Characterization and control of a bottleneck-induced traffic-jam transition for self-propelled particles in a track[J]. Physics Review E, 2019, 99, 052605-1-052605-9.
- [12] 麻礼东, 杨光辉, 张晟, 等. 三维漏斗中颗粒物质堵塞问题的数值实验研究[J]. 物理学报, 2018, 67(4): 112-117.
MA L D, YANG G H, ZHANG S, et al. Numerical experiment studies of clogging during the discharge of granular matter in a three-dimensional hopper[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(4): 112-117. (in Chinese)
- [13] YU Q C, ZHENG N, SHI Q F. Clogging of granular materials in a horizontal hopper; Effect of outlet size, hopper angle, and driving velocity[J]. Physical Review E, 2021, 103, 052902-1-052902-10.
- [14] STICCOIM, CORNESH E, FRANK G A, et al. Beyond the faster-is-slower effect[J]. Physical Review E, 2017, 96, 052303-1-052303-9.
- [15] GARCIMARTÍN A, PASTOR J M, FERRERL M, et al. Flow and clogging of a sheep herd passing through a bottleneck[J]. Physical Review E, 2015, 91, 022808-1-022808-7.
- [16] ZURIGUELI, PARISID R, HIDALGO C, et al. Clogging transition of many-particle systems flowing through bottlenecks[J]. Scientific Reports, 2014, 4(7324): 1-8.
- [17] CLAUSETA, SHALIZIC R, NEWMAN M E J. Power-law distributions in empirical data [J]. SIAM Review, 2009, 51(4): 661-703.
- [18] JANDA A, ZURIGUELI, GARCIMARTÍN A, et al. Jamming and critical outlet size in the discharge of a two-dimensional silo [J]. Europhysics Letters, 2008, 84, 44002-p1-44002-p6.