

多重反射激光光杠杆法测金属线胀系数公式再修正

张园 宋宁 张雷明

(中国矿业大学徐海学院, 江苏 徐州 221008)

摘要 多重反射激光光杠杆法具有占用空间小、调节光路简单、灵敏度高等优点。但因多次反射的光路分析较为复杂, 现有的测量原理公式都做了较为粗略的近似。为消除理论公式上的误差, 本文对多重反射激光光杠杆法理论公式进行再次修正, 给出未做近似的精确测量公式, 并利用修正后的原理公式分析和处理实验数据, 得到铜金属线胀系数为 $1.87 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, 与同状态下黄铜的线胀系数相对误差仅为 0.91%; 用未修正前的原理公式对同组数据分析得到金属线胀系数为 $1.94 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, 与同状态下黄铜的线胀系数相对误差为 3.2%。修正后的多重反射光杠杆法原理公式提高了实验的精度, 也拓宽了公式的适用范围, 为获得更小、更精准的仪器装置提供了思路。

关键词 线胀系数; 多重反射; 光杠杆; 修正

CORRECTION OF THE FORMULA FOR MEASURING LINEAR EXPANSION COEFFICIENT OF METAL BY MULTIPLE REFLECTION LASER OPTICAL LEVER METHOD

ZHANG Yuan SONG Ning ZHANG Leiming

(Xuhai College, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008)

Abstract The multiple reflection light lever method has the advantages of small space occupation, simple adjustment of the optical path, and high sensitivity. However, due to the complexity of the optical path analysis of multiple reflection, the existing measurement principles and formulas have made a rough approximation. To eliminate errors in the theoretical formula, this article revises the theoretical formula of the multiple reflected light lever method again, and gives an accurate measurement formula without approximation. Using the revised principle formula to analyze and process the experimental data, it is obtained that the linear expansion coefficient of copper is $1.87 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, and the relative error of the linear expansion coefficient of brass is only 0.91%. The same set of data is analyzed with the principle formula before correction to get the metal linear expansion coefficient $1.94 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, and the relative error of the linear expansion coefficient of brass under the same state is 3.2%. The revised principle formula of the multiple reflected light lever method improves the accuracy of the experiment, and also broadens the scope of application of the formula, providing an idea for obtaining smaller and more accurate instruments.

Key words linear expansion coefficient; multiple reflection; light lever; correction

金属的线胀系数是表征金属热学特性的重要力学参量, 它是工程结构的设计中, 机械和仪器的

制造中, 材料加工中都必须要考虑的重要性能指标^[1-3]。在大学物理实验中, 常采用光杠杆法来测

收稿日期: 2021-04-02; 修回日期: 2021-11-16

基金项目: 江苏省高校“大学生劳动教育”“基础课程群”专项课题(编号: 2021JDKT102); 中国矿业大学徐海学院专业建设与教学改革一般项目(编号: YA2035)。

作者简介: 张园, 男, 讲师, 主要从事大学物理及实验的教学与研究工作, 研究方向为光子晶体, zhangyuancumt@126.com。

引文格式: 张园, 宋宁, 张雷明. 多重反射激光光杠杆法测金属线胀系数公式再修正[J]. 物理与工程, 2022, 32(5): 164-167.

Cite this article: ZHANG Y, SONG N, ZHANG L M. Correction of the formula for measuring linear expansion coefficient of metal by multiple reflection laser optical lever method[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(5): 164-167. (in Chinese)

量金属的线胀系数^[4,5],光杠杆原理在精密测量、材料、工程等方面都有着很多的应用^[6-8]。有别于传统的光杠杆原理,多次反射光杠杆法因占用空间小、光路调节简单、灵敏度高优点更能满足实验室的要求。但因为在反射光程中,多次反射的光路分析复杂,推导过程比较繁冗,因此用这种方法进行测量的其他参考文献[9,10]都用了较为粗略的近似。文献[9]没有考虑平面镜倾斜时,入(反)射点的位置变化,并且忽略了初始入射角。文献[10]在推导测量原理公式时,在偏转后的镜面入(反)射点考虑不正确,其用的是未偏转时的入(反)射点,多次反射后,误差累积起来会很大。当激光的初始入射角不是太小,或实验中反射次数 n 较大时,由于测量公式的不准确产生的系统误差不容忽视,甚至可能得到错误的结果。本文从基本的多次反射光杠杆法测量金属线胀系数原理出发,重新分析光路,再次修正理论公式,从而给出未做近似的精确的理论公式,所得线胀系数的结果也更为准确。

1 实验原理

绝大多数固体物质会出现热胀冷缩的特性,为了定量研究这个性质,引入了线胀系数这一物理量来表征物质的热膨胀。由于大多数物质的热膨胀特性存在各向异性,通常将物体做成一维线杆,当温度不太高时,随着温度的升高,棒长将会呈线性的增加,这就是固体的线膨胀现象。设温度为 t_1 ℃时金属棒长为 L_1 ;当温度增加到 t ℃时棒长为 L 。实验证明,棒的伸长量 ΔL 与原长 L_1 成正比,与温度的增加 Δt 也成正比,即

$$\Delta L = L - L_1 = \alpha L_1 (t - t_1) \quad (1)$$

式中比例常数称为线胀系数。由(1)得

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_1 (t - t_1)} \quad (2)$$

由于 ΔL 随温度变化非常小,不易直接测量,通常采用光杠杆的方法来测量,多次反射光杠杆法在原来的基础上进行改进^[9,10],更具优势。

1.1 多次反射光杠杆法的实验装置

多次反射光杠杆法利用多次反射将微小的伸长量 ΔL 进行放大,如图1所示。通过调节使激光发射器以一定的初始角度入射,激光在平面镜A和B之间多次反射后,投射到标尺上。当铜杆被加热(或降温)长度将发生变化,带动放在铜管上的平面

镜B的前足尖发生位移,从而使固连的平面镜镜面B转动微小的角度,这样激光在标尺上的位置将会有较大的位移,这一变化与铜杆的伸长量 ΔL 有着定量关系。因此,测出不同温度下标尺上的读数,就可以计算出所用材料的线胀系数 α 。

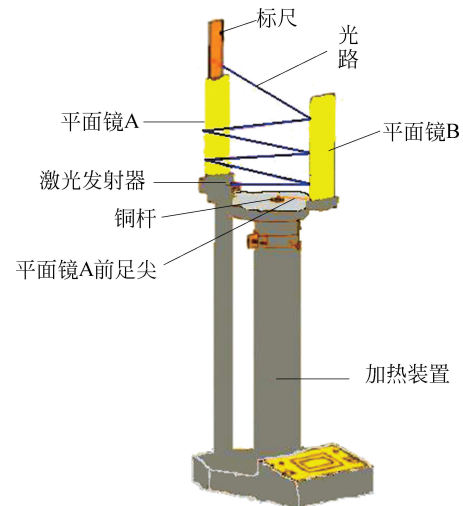


图1 实验装置示意图

1.2 修正后多次反射光杠杆法的测量原理

多次反射光杠杆光路如图2所示,激光以一定的角度 θ_0 入射,当铜杆长度未发生变化时,经过平面镜B的1~3次反射后,投射在标尺上的纵坐标分别为 y_1, y_2, y_3 ;当铜杆长度受热发生变化后,假设平面镜B转过微小的角度 θ ,此时经过1~3次反射后,在平面镜B上的横坐标,即反射点分别为 x_1, x_2, x_3 ,在标尺上的纵坐标分别为 y'_1, y'_2, y'_3 ,其中 $\angle 1 = \theta + \theta_0$ 、 $\angle 2 = 3\theta + \theta_0$ 、 $\angle 3 = 5\theta + \theta_0$ 。

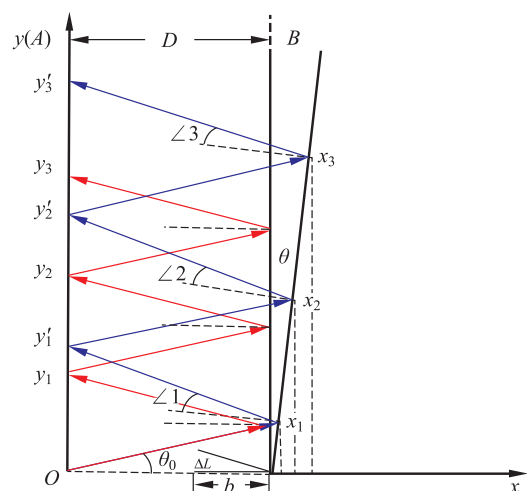


图2 多次反射光杠杆原理图

经平面镜 B 反射 1 次后的定量计算

$$\begin{cases} y = x \tan \theta_0 \\ y = xc \tan \theta - Dc \tan \theta \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{D}{1 - \tan \theta_0 \tan \theta} \quad (3)$$

$$y_1 = 2D \tan \theta_0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} y'_1 &= x_1 [\tan \theta_0 + \tan(2\theta + \theta_0)] \\ &= \frac{D [\tan \theta_0 + \tan(2\theta + \theta_0)]}{1 - \tan \theta_0 \tan \theta} \end{aligned} \quad (5)$$

由式(3)~式(5)可得反射 1 次后标尺上的纵坐标变化为

$$y'_1 - y_1 = y'_1 - 2D \tan \theta_0 \quad (6)$$

经平面镜 B 反射 2 次后的定量计算

$$\begin{cases} y = x \tan(\theta_0 + 2\theta) + y'_1 \\ y = xc \tan \theta - Dc \tan \theta \end{cases} \Rightarrow x_2 = \frac{D + y'_1 \tan \theta}{1 - \tan(\theta_0 + 2\theta) \tan \theta} \quad (7)$$

$$y_2 = 2y_1 = 4D \tan \theta_0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} y'_2 &= y'_1 + x_2 [\tan(2\theta + \theta_0) + \tan(4\theta + \theta_0)] \\ &= y'_1 + \frac{D + y'_1 \tan \theta}{1 - \tan(\theta_0 + 2\theta) \tan \theta} \cdot \\ &\quad [\tan(2\theta + \theta_0) + \tan(4\theta + \theta_0)] \end{aligned} \quad (9)$$

由式(7)~式(9)可得反射 2 次后标尺上的纵坐标变化为

$$y'_2 - y_2 = y'_2 - 4D \tan \theta_0 \quad (10)$$

经平面镜 B 反射 3 次后的定量计算

$$\begin{cases} y = x \tan(\theta_0 + 4\theta) + y'_2 \\ y = xc \tan \theta - Dc \tan \theta \end{cases} \Rightarrow x_3 = \frac{D + y'_2 \tan \theta}{1 - \tan(\theta_0 + 4\theta) \tan \theta} \quad (11)$$

$$y_3 = 6D \tan \theta_0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} y'_3 &= y'_2 + x_3 [\tan(4\theta + \theta_0) + \tan(6\theta + \theta_0)] \\ &= y'_2 + \frac{D + y'_2 \tan \theta}{1 - \tan(\theta_0 + 4\theta) \tan \theta} \cdot \\ &\quad [\tan(4\theta + \theta_0) + \tan(6\theta + \theta_0)] \end{aligned} \quad (13)$$

由式(11)~式(13)可得反射 3 次后标尺上的纵坐标变化为

$$y'_3 - y_3 = y'_3 - 6D \tan \theta_0 \quad (14)$$

经平面镜 B 反射 n 次后,由上述可以归纳为

$$\begin{cases} y = x \tan [\theta_0 + 2(n-1)\theta] + y'_{n-1} \\ y = xc \tan \theta - Dc \tan \theta \end{cases} \Rightarrow x_n = \frac{D + y'_{n-1} \tan \theta}{1 - \tan [\theta_0 + 2(n-1)\theta] \tan \theta} \quad (15)$$

其中 $y'_0 = 0$ 。

$$y'_n = y'_{n-1} + x_n \{ \tan [2(n-1)\theta + \theta_0] + \tan(2n\theta + \theta_0) \} \quad (16)$$

反射 n 次后标尺上的纵坐标变化为

$$\begin{aligned} \Delta y_n &= y'_n - 2nD \tan \theta_0 \\ &= y'_{n-1} + x_n \{ \tan [2(n-1)\theta + \theta_0] + \\ &\quad \tan(2n\theta + \theta_0) \} - 2nD \tan \theta_0 \end{aligned} \quad (17)$$

通过对上式分析发现,标尺上的坐标变化与平面镜 B 的偏转角 θ 并不是简单的线性关系,只有当 n, θ_0 不太大时,后面包含三角函数项的部分约等于 0,才能近似看作线性关系,因此简单的线性关系所表示的测量公式^[9]不适用反射次数多、初始入射角较大的情况。并且,式(17)和测量公式^[10]差别较大,这是因为文献[10]没有考虑镜面 B 偏转后其上的入(反)射点发生变化。当多次发射后,入(反)射点 x_3 与 B 镜面竖直放置时入射点 x'_3 误差较大,不能忽略。此外,由式(17)进一步化简后发现反射次数 n 越大,标尺上坐标变化 Δy_n 越大,实验中越容易精确测量,但 n 较大时,测量公式求解过程过于麻烦,通常实验中使 $n \leq 5$,这样既能满足精度要求,计算过程也相对简单。

实验中先要测出未受热膨胀时的多次反射后初始位置 y_0 及确定反射的次数 n ,接着测量随温度变化引起的坐标变化 Δy_n ,最后测量实验装置的不变量平面镜间的距离 D 、平面镜前足尖长度 b ,由式(17)可算出偏转角 θ

$$\theta = \frac{\Delta L}{b} \quad (18)$$

进而由式(18)求出固体的伸长量 ΔL ,最后由式(2)得到金属的线胀系数 α 。

2 实验数据及处理

调整激光的初始入射角可以选择反射的次数 n ,本文使 $n=3$ 。实验中先将铜管由室温(25.2℃)加热到 90℃,然后开始降温,在降温过程中测量每降低 5℃时标尺上的读数,所得数据如表 1 所示。

表 1 每降低 5℃ 标尺读数

$t/^\circ\text{C}$	85	80	75	70	65	60	55	50
y/cm	10.76	10.55	10.35	10.16	9.97	9.75	9.55	9.33

调节激光初始入射角 θ_0 ,使铜杆未受热膨胀时(两平面镜平行时,反射三次后)标尺上的初始位置为 $y_0 = 8.73\text{cm}$,测得两平面镜间距离 $D = 28.72\text{cm}$,由式(12)可算出 $\theta_0 = 2.90^\circ$ 。由式(14)、式(18)并利用 Matlab 计算不同温度下的偏转角 θ 及相对于室温下铜杆原长的长度增量 Δl_i (其 $b =$

12.00cm),由逐差法求出每改变 20℃时长度增量的平均值 $\overline{\Delta L}$ 。

表 2 Δy_3 、 θ 、 Δl_i 、 ΔL 与温度的关系

$t/^\circ\text{C}$	$\Delta y_3/\text{cm}$	$\theta/10^{-3}$	$\Delta l_i/\text{mm}$	$\Delta L = \Delta l_{i+4} - \Delta l_i/\text{mm}$	$\overline{\Delta L}/\text{mm}$
85	2.26	4.339	0.5207	0.1817	
80	2.05	3.937	0.4724		
75	1.85	3.553	0.4264	0.1841	
70	1.66	3.189	0.3827		
65	1.47	2.825	0.3390	0.1841	-0.1852
60	1.25	2.403	0.2884		
55	1.05	2.019	0.2423	0.1912	
50	0.83	1.596	0.1915		

由式(2)可得金属线胀系数

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_1(t - t_1)} = \frac{0.1852}{494.6 \times 20} = 1.8727 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$$

(其中 $L_1 = 494.6\text{mm}$)

结合式(2)计算出金属线胀系数 $\alpha = 1.87 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$,结果与标准气压下 25℃ 的黄铜(62% Cu,38% Zn)的线胀系数 $1.89 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ 相比较^[2],相对误差仅仅为 0.91%。同一实验数据用文献^[9]的测量公式 $\Delta y_n = 2Dn^2\theta$ 计算(如表 3 所示)得到金属线胀系数 $\alpha = 1.94 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$,相对误差为 3.2%,修正后的测量公式误差更小,不会因为原理公式的近似产生误差,精度更高。

表 3 Δy_3 、 θ 、 Δl_i 、 ΔL 与温度的关系

$t/^\circ\text{C}$	$\Delta y_3/\text{cm}$	$\theta/\times 10^{-3}$	$\Delta l_i/\text{mm}$	$\Delta L = \Delta l_{i+4} - \Delta l_i/\text{mm}$	$\overline{\Delta L}/\text{mm}$
85	2.26	4.375	0.5250	0.1835	
80	2.05	3.968	0.4762		
75	1.85	3.581	0.4297	0.1858	
70	1.66	3.213	0.3856		
65	1.47	2.846	0.3415	0.1858	-0.1930
60	1.25	2.420	0.2904		
55	1.05	2.033	0.2439	0.2169	
50	0.83	1.607	0.1687		

3 结语

计算结果表明,再次修正后的测量公式能更好

的满足实验要求,消除了因为测量公式不准确带来的系统误差,使金属线胀系数的测量更为精确,并且对于反射次数较多或激光初始入射角较大时,修正公式同样适用,适用范围更广;另外,利用归纳出的递推公式,实验中可选用反射次数 n 较大的光路进行实验,装置所占空间将进一步减小,对于此时的复杂计算,可以利用专业的数学软件如 Matlab、Origin 等来求解,这不但拓宽了测量公式的应用,而且帮助学生熟悉一些数学软件的使用,同时为将仪器装置做到更小、更精准提供了一种思路。

参 考 文 献

- [1] 于建勇. 物理实验教程[M]. 江苏:中国矿业大学出版社, 2007:44-47.
- [2] 李长江. 物理实验[M]. 北京:化学工业出版社,2003:130-133.
- [3] 谢行恕,康士秀,霍剑青. 大学物理实验[M]. 北京:高等教育出版社,2001:23-27.
- [4] 姜悦,吴官东. 基于迈克耳孙干涉仪与线阵 CCD 的金属丝杨氏模量测量方案[J]. 物理与工程,2019,29(4):93-96.
JIANG Y, WU G D. A method of measuring Young's modulus of wire based on Michelson interferometer and Linear CCD[J]. Physics and Engineering, 2019, 29(4): 93-96. (in Chinese)
- [5] 周曼. 大学物理实验[M]. 北京:中国农业出版社,2010:71-73.
- [6] 胡振江,郑兴华,孙涛,等. AFM 光杠杆系统在刻画深度控制中的应用分析[J]. 纳米技术与精密工程,2006,4(3):230-234.
HU Z J, ZHENG X H, SUN T, et al. Application analysis of AFM optical lever system in control of stretching depth [J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2006, 4(3): 230-234. (in Chinese)
- [7] 阎文,姚建国,李荣祥. 基于光杠杆的火炮身管内径测量系统[J]. 火炮发射与控制学报,2009(2):89-91.
YAN W, YAO J G, LI R X. Gun barrel inner diameter measuring system based on optical lever[J]. Journal of Artillery Launching and Control, 2009(2): 89-91. (in Chinese)
- [8] 张会玲,鲍丙豪,吴迪,等. 基于 PSD 光杠杆自平衡精密电磁天平的研究[J]. 传感技术学报,2019(32):779-783.
ZHANG H L, BAO B H, WU D, et al. Research on self-balancing precise electromagnetic balance based on PSD and optical lever[J]. Journal of Sensor Technology, 2019(32): 779-783. (in Chinese)
- [9] 骆敏,骆泽如,陈蕾,等. 多重反射激光光杠杆测量金属线胀系数[J]. 物理实验,2018(7):14-16.
LUO M, LUO Z R, CHEN L, et al. Multiple reflection laser optical lever to measure metal linear expansion coefficient[J]. Physical Experiment, 2018(7): 14-16. (in Chinese)
- [10] 于莉莉,黄雷,李茂义,等. 多次反射光杠杆法测金属线胀系数的公式修正[J]. 大学物理实验,2019(32):6-8.
YU L L, HUANG L, LI M Y, et al. Modification of the formula for measuring linear expansion coefficient of metal by multiple reflected light lever method[J]. Physics Experiment of College, 2019(32): 6-8. (in Chinese)