

分子动力学计算液态金属性质的启发式教学方法

王海鹏 赵炯飞

(西北工业大学物理科学与技术学院, 陕西 西安 710072)

摘要 分子动力学已经成为液态金属物理性质研究的重要方法,并在许多方面具有实验研究不可替代的优势。利用分子动力学计算可以获得宽温度范围内液态金属精准的物理化学性质,对于扩展液态金属物理化学性质数据库,以及进一步加深人们对高温液态金属的认识具有重要的意义。本文通过典型案例启发式地介绍液态金属密度、比热、扩散系数以及表面张力的计算过程,由浅入深地讲授了分子动力学模拟输出量和宏观物理性质之间的联系,并结合上机实验深化同学们对此的认识。经过教学改革与实践,这一教学过程设计生动形象地讲授了分子动力学计算液态金属物理性质的课堂内容,深化了液态金属结构与性质的教学效果。

关键词 教学改革;教学法;分子动力学;液态金属

HEURISTIC TEACHING METHOD FOR MOLECULAR DYNAMICS CALCULATION OF LIQUID ALLOY PROPERTIES

WANG Haipeng ZHAO Jiongfei

(School of Physical Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072)

Abstract Molecular dynamics has become an important method to study the physical properties of liquid alloy, and has irreplaceable advantages in experimental research in many aspects. The accurate physical properties of liquid alloy in a wide temperature range can be obtained by employing the molecular dynamics, which is of great significance to expand the database of physical properties of liquid alloy and further deepening the understanding of high-temperature liquid alloy. Based on the type cases, the calculation process of the density, specific heat, diffusion coefficient and surface tension of liquid alloy have been heuristically introduced. The relationship between the outputs of molecular dynamics simulation with the macroscopic physical properties has been taught from the shallower to the deeper, and students' understands of this relationship are deepened by combining the computer experiments. After teaching reform and practice, the classroom contents of the physical properties of liquid alloy calculated by molecular dynamics can be vividly taught, and the teaching effect of the structure and properties of liquid alloy is also improved by using this teaching process design.

Key words educational reform; teaching methodology; molecular dynamics; liquid alloy

收稿日期: 2021-07-15; 修回日期: 2021-08-16

基金项目: 陕西省研究生教育综合改革研究与实践项目,西北工业大学 2021 年度校级教育教学改革研究项目(2021JGZ15)和西北工业大学学位与研究生教育研究基金(批准号:20GZ220101)。

作者简介: 王海鹏,教授,主要从事液态金属结构与性质领域的科学研究和人才培养工作, hpwang@nwpu.edu.cn; 赵炯飞,博士生,主要从事高温合金快速凝固研究, jfzhao@mail.nwpu.edu.cn。

引文格式: 王海鹏,赵炯飞. 分子动力学计算液态金属性质的启发式教学方法[J]. 物理与工程, 2022, 32(5): 64-70.

Cite this article: WANG H P, ZHAO J F. Heuristic teaching method for molecular dynamics calculation of liquid alloy properties[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(5): 64-70. (in Chinese)

创新人才培养是“双一流”建设和高等教育强国建设的重任。创新能力的培养是一项系统工程,必须贯穿本科和研究生教育全过程,通过教育模式改革,提高教师培养人才能力,促进学生创新能力的培养和提高^[1-10]。专业课程是建立学生主动探索和提高学生创新能力的重要课程,因此,专业课程教学方法创新显得尤为重要^[11-13]。在《液态金属结构与性质》课堂教学中,尤其是与分子动力学计算液态金属物理性质有关的知识体系,教与学均存在极大的难度,无论从教师还是学生角度,必须充分认识液态金属宏观物理性质的物理内涵以及其与分子动力学模拟输出量之间的关系。

液态金属的物理化学性质是理解液-固相转变的重要参数,同时对于认识和研究液态金属的主要特征和内在结构必不可少^[14]。然而,高温液态金属尤其是过冷液态的物理化学性质通常难以获取,严重制约了人们对液态金属的认识和应用。随着计算机技术和计算理论的发展,计算模拟在材料科学领域已经占据了十分重要的地位。作为常用计算方法的一种,分子动力学已经成为液态金属结构和性质研究的重要方法,并在许多方面具有实验研究不可替代的优势。利用分子动力学计算可以获得宽温度范围内液态金属精准的物理化学性质,对于扩展液态金属物理化学性质数据库,以及进一步加深人们对高温液态金属的认识具有重要的意义。

作者在实际教学过程中发现尽管为同学们阐述清楚了分子动力学计算的基本原理,但是在讲授到计算实例时同学们仍然难以将分子动力学输出量与宏观物理量建立起联系,使得教学效果大打折扣。经过十五年教学过程的摸索,作者发展出一套由浅入深的启发式教学方法,在讲授该部分内容时通过逐步引入密度、比热、扩散系数以及表面张力等实例,同时配合上机实验使同学们能深刻理解分子动力学模拟输出量与液态金属性质之间关系。在讲授相关物理性质时深入分析其深层物理内涵,带领同学构建起模拟输出量与目标物理性质之间的有机联系,结合 Ni-Zr 液态合金以及液态纯 Si 物理性质计算实例的分析实现了很好的教学效果。

1 讲授方法

1.1 选取密度这一能直观建立模拟输出量与液态金属性质关系的物理性质作为切入点

高温合金的液态密度是其重要的基础性质之一,在实际工业生产和理论建模方面起到了至关重要的作用。为了能快速引起学生关于本部分学习的兴趣,选取计算过程中最为简单的密度作为切入点。首先从密度的定义出发,密度是特定体积内质量的量度,反映了物质内部排列的疏密度,其定义为

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

其中, m 为物质的质量; V 为物质的体积。

根据式(1)可知,在计算合金液态密度时需要求得质量和在固定温度下的体积。在分子动力学模拟过程中设置与实际测量环境相同的 NPT 系综,同时利用周期性边界条件消除表面原子对结果产生的影响。在分子动力学计算过程中通过监控超胞的边界进而可以求得超胞在特定温度下的体积。图 1 为分子动力学计算过程中体积计算的原理示意图,在建立好初始超晶胞的同时也确定好了坐标系,其初始体积 $V_0 = x_0 \times y_0 \times z_0$;在后续计算过程中需先将体系升温至高于其熔点的温度使其完全融化并弛豫达到完全平衡,而后降温至目标温度并完全弛豫后即可获得此温度下液态合金的体积 $V(T) = (x_{\max} - x_{\min}) \times (y_{\max} - y_{\min}) \times (z_{\max} - z_{\min})$ 。根据计算体系原子个数和相对原子质量即可知模拟体系的质量,结合原子体积利用式(1)即可求得模拟体系在特定温度下的密度。在引导同学们理解了密度计算原理后,为了让同学们对分子动力学计算有一个初步的认识,带领同学们开展上机实验,让同学们自主操作计算简单体系液态合金的密度。这里以 Ni-50 at. % Zr 合金为例,分析计算得到的密度数据。图 2 给出了液态 Ni-50 at. % Zr 合金在 2200-1000K 温度范围内的密度结果。由图可知,液态 Ni-50 at. % Zr 合金的密度在 2200K 时为 $7.01 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$,当温度降低至 1000K 时其密度线性的增加至 $7.29 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 。图 2 中菱形为王磊^[15]利用静电悬浮测量的液态 Ni-50 at. % Zr 合金的密度,可以发现分子动力学模拟结果与实验测量结果符合较

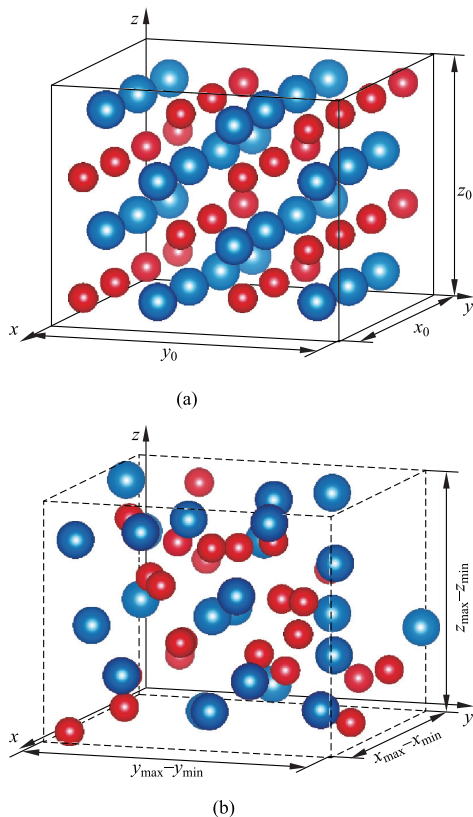


图1 密度计算原理

- (a) $T=300\text{K}$ 时 Ni-50 at. % Zr 合金的原子排布;
 (b) $T=1000\text{K}$ 时 Ni-50 at. % Zr 合金的原子排布

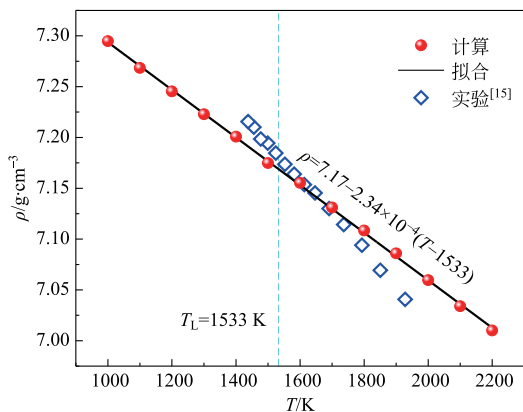


图2 分子动力学模拟计算得到的液态 Ni-50 at. % Zr 合金的密度随温度的变化关系

好,其二者在液相线温度处的密度仅相差 0.14%。根据 Ni-Zr 平衡相图可知 Ni-50 at. % Zr 合金的熔点为 1533K,在分子动力学计算中当温度降低至 1000K 时体系仍处于液态,向同学们强调实际测量过程中不可能获得如此大的过冷度,如图中所示测量的最大过冷度仅 100K,因此分子动力学

计算可以极大地扩展液态合金密度的温度范围。

1.2 引入比热的计算进一步探索建立模拟输出量和液态金属性质关系的流程

为了进一步引导学生建立起探索分子动力学输出量和液态性质关系的兴趣,选择液态合金比热这一物理性质进行讲授。比热衡量了物质吸热或者散热的能力,比热越大,物体的吸热或散热的能力越强。比热是物质的固有属性,同一物质的比热一般不随其质量、形状的变化而变化。比热分为两种,定压比热(C_p)和定容比热(C_v),通常情况下测量液态金属比热时外部压强不变,因此通常讨论的是定压比热。定压比热的定义是:在压强不变的情况下,单位质量的物质温度升高或者降低 1K 所需吸收或者放出的热量。这里,启发同学们思考:比热的定义如何与分子动力学计算的输出量建立联系,进一步讲授如何利用分子动力学计算比热。根据热力学相关知识可知,在等压过程中外界对系统做的功可以用 $W = -p\Delta V$ 表示,而系统热量的变化即由外界所做的功 W 和系统内能 U 变化两部分构成,因此定压比热可以根据下式求得

$$C_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta U + p\Delta V}{\Delta T} \right)_p \quad (2)$$

根据状态函数焓 H 的定义($H=U+pV$),因此定压比热可以表示为

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \quad (3)$$

式(3)即为利用分子动力学计算比热的基础。在分子动力学计算时能够根据原子的坐标和速度信息利用统计力学将其转化为体系的宏观物理量,比如内能,压强,体积等。讲到这里,启发引导同学们回顾统计力学中计算体系能量的方法,并思考如何利用分子动力学输出量计算比热。根据焓的定义可以求出体系的焓随温度的变化关系,再利用式(3)对温度求导即可得到体系比热随温度的变化。课堂上给出具体算例,图 3(a)为液态 Ni-50 at. % Zr 合金焓随温度的变化,由图可知液态 Ni-50 at. % Zr 合金的焓随着温度降低呈二次曲线下降。根据图 3(a)中拟合得到的焓随温度变化的公式并结合公式(3)即可求得液态 Ni-50 at. % Zr 合金比热随温度的演化关系,其结果如图 3(b)所示。从图 3(b)中结果,可知液态 Ni-50 at. % Zr 合金比热随着温度的降低线性地增加,并且在合金液

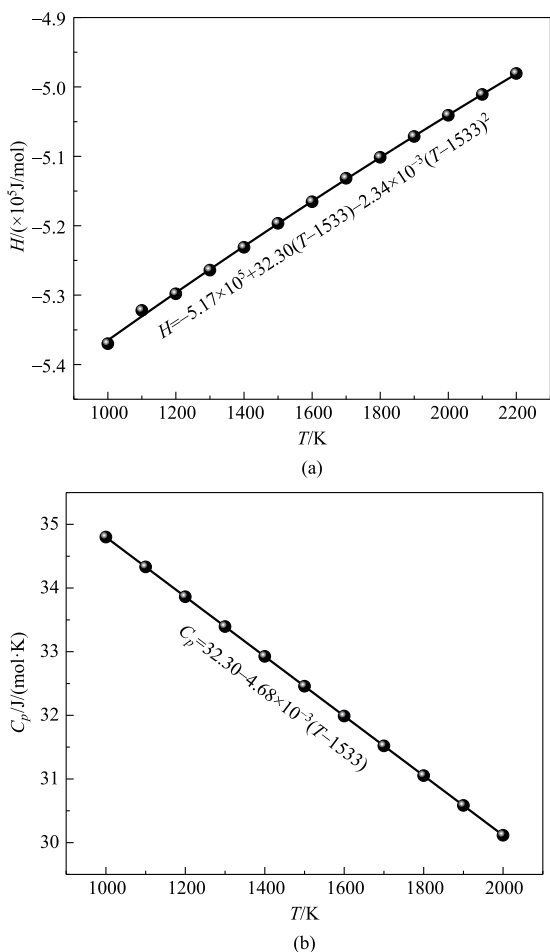


图3 分子动力学计算的液态 Ni-50 at. %Zr 合金焓和比热
(a) 焓随温度的变化关系; (b) 比热随温度的变化关系

相线温度处液态合金的比热为 $32.30 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 。

1.3 引出扩散系数计算强化构建模拟输出量和液态金属性质关系的过程

在介绍完液态高温熔体比热计算原理后,为了进一步强化学生对模拟输出量和液态金属性质关系的理解,选取扩散系数这一液态金属典型特征物理参数进行讲授。首先,向同学们介绍定义:根据布朗运动理论可知,随机运动的粒子其移动距离平方的平均数(均方位移, MSD)与时间成正比。而均方位移随时间的导数与原子的扩散系数成正比。均方位移的定义为

$$\text{MSD}(t) = \frac{1}{N} \left\langle \sum_{i=1}^N [r_i(t) - r_i(0)]^2 \right\rangle \quad (4)$$

其中, $r_i(0)$ 是第 i 个原子的初始位置; $r_i(t)$ 是经过时间 t 后的位置, $\langle \rangle$ 表示平均值。向同学们强调,由于在三维空间中原子可以朝 6 个方向运动,因此扩散系数定义为均方位移随时间导数的 $1/6$,即

$$D = \frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial t} \text{MSD}(t) \quad (5)$$

在分子动力学中直接输出量为原子坐标和动量,因此,启发同学们根据公式(4)结合原子坐标可以求得各原子均方位移,进而根据公式(5)便可求得特定温度下原子的自扩散系数。由于计算均方位移时需要统计单个原子在每一时刻的位移并平方求和,计算过程比较复杂,为了保证同学们能够理解,带领同学们从编程开始,计算合金的液态扩散系数,这里仍然以 Ni-50 at. % Zr 合金为例进行讲授。图 4 给出了利用分子动力学计算的液态 Ni-50 at. % Zr 合金的扩散行为随温度变化关系的结果。为了保证计算的均方位移在低温时仍准确,将计算时间设置到 100ps,图 4(a)给出了部分温度下总体原子的平均均方位移随时间的变化关系,可以看出各个温度下均方位移随时间的增加均呈现线性增长,同一时段其数值随着温度的降低不断的降低。大的均方位移表明快速的原子迁移速率,亦即大的扩散系数,因此扩散系数随着温度的降低不断的减小。图 4(b)为计算得到的扩散

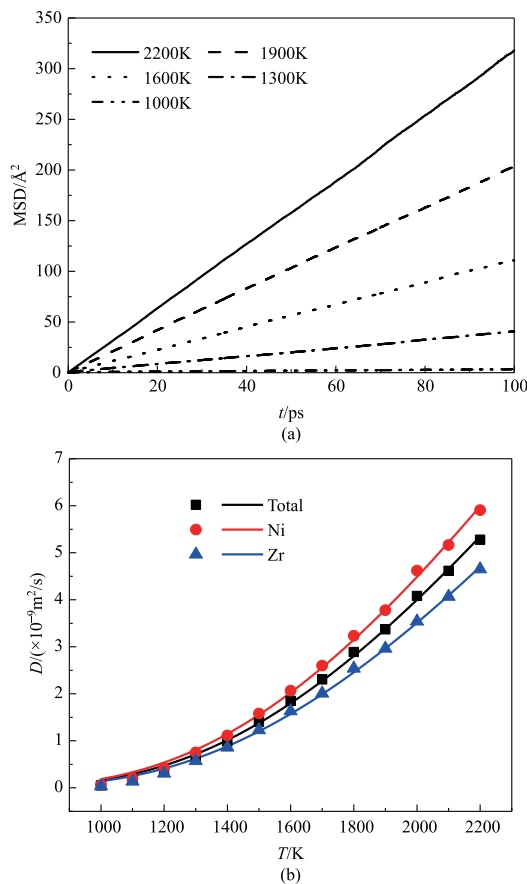


图4 分子动力学计算液态 Ni-50 at. % Zr 合金的扩散系数
(a) 总均方位移随温度的变化关系; (b) 扩散系数随温度的变化关系

系数随温度的变化关系,根据图中结果可以看出扩散系数随温度降低指数式下降,实线是根据 Arrhenius 公式拟合的结果,可以发现二者符合 Arrhenius 关系。为了使同学们对扩散系数有一个更深刻的认识,教学过程中对图 4(b)中的细节进行进一步分析。可以看出,在整个温度范围内, Ni 原子的扩散系数始终大于 Zr 原子的扩散系数,这表明在液态 Ni-50 at. % Zr 合金中 Ni 原子的运动速度较快。原子迁移速率和其扩散激活能相关,小的扩散激活能使得在同一温度下原子运动的更剧烈,因此,启发同学们理解在液态 Ni-50 at. % Zr 合金中 Ni 原子的扩散激活能要小于 Zr 原子的扩散激活能。

1.4 通过表面张力的计算深化构建模拟输出量和液态金属性质关系的基本理念

通过前面对密度、比热以及扩散系数的讲授,使同学们对分子动力学模拟输出量与液态金属性质之间的关系有了较为深刻的认识。为了进一步深化对二者之间关系的理解,同时探索建立目标宏观性质和计算输出量联系的基本思想,课堂上选取表面张力这一液体重要的物理化学质进行讲授。对于高温液态合金而言,表面张力的研究有助于加深对冶金、焊接、凝固等过程的进一步理解。

首先,从宏观的液泡、毛细现象引出表面张力在日常生活中的作用,为了使同学们理解表面张力的物理机理,加深对其的认识,进一步从原子、分子尺度进行分析。处于液体内部的原子其周围均匀的分布着其他原子,因此合外力为零,其可以在液体内部自由移动。相反处于液体表面的原子因外部空气对其施加的引力远小于内部原子对其产生的引力,因此导致液体表面产生了指向液体内部的压力。表面张力源于液体表面原子受到内部原子吸引产生的力,其定义为:在液体表面的切面上,垂直作用于表面上任意单位长度切线的表面紧缩力。由于液体表面原子受到内部原子的吸引力,在扩展液体表面时,一部分原子需从液体内部移动到液体表面,因此必须克服向内吸引力而做功。若扩展为可逆过程,则外界做的功等于吉布斯自由能的增量。在恒温恒压条件下,增加单位表面积而引起的吉布斯自由能的增量即为表面能。由此可知,尽管表面能和表面张力的物理意义不同,但其二者在数值上是完全相等的。在引

出表面张力与表面能的关系后,引导同学们思考在利用分子动力学计算表面张力时如何建模。可以通过构建真空-液-真空界面直接计算液体的表面压力张力,也可以通过分离液体构建界面计算界面能进而获得表面张力。图 5 展示了上述第一种计算液体表面张力方法的原理示意图^[16],当液体在特定温度弛豫平衡之后,扩展 z 轴长度构建真空-液体-真空界面模型,而后使构建的模型在 NVT 系综下弛豫。通过统计液体各个表面的压力根据式(6)即可得到液态合金的表面张力

$$\sigma = \frac{V}{2A} \left(P_{zz} - \frac{1}{2}(P_{xx} + P_{yy}) \right) \quad (6)$$

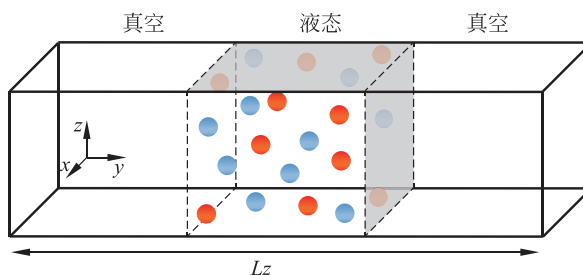


图5 表面张力计算原理:构建真空-液体-真空模拟长方体超胞

为了扩宽同学们对分子动力学计算体系的认识,课堂上选择了液态纯 Si 的表面张力计算为例来具体讲授其在液体表面张力方面的应用^[16]。图 6 给出的是利用两种势函数计算得到的液态 Si 在 1300~2300K 温度范围内的表面张力结果。通过 SW 势函数和 MEAM 势函数计算的结果在熔点分别等于 $0.853 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 和 $0.759 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, 温度系数分别等于 $-0.113 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 和 $-0.134 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 。可以看出,SW 势函数的计算结果比 MEAM 模型的计算结果大 11%。

为了让同学们认识到表面张力研究的复杂性,评估当前的计算结果,在计算值和可用实验值之间进行了比较,它们一起显示在图 6 中,这里,尤其是讲授如何比较数据。显然,不同的测量方法和研究人员的结果显示出很大的差异。Yuan^[17]的表面张力和温度系数绝对值是最大的,而这些结果中的最小值分别是 Zhou 的^[18]和 Rhim 的^[19]。通过 SW 势函数获得的结果,熔点温度处的差异在 2%~15%之间,并且大于 MEAM 势函数。计算结果位于 Zhou^[18]和 Yuan 的^[17]值之间,最大差异仅为 15%。在熔点温度

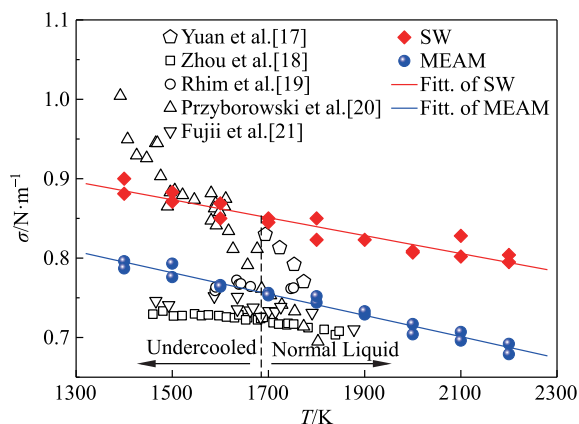


图6 不同势函数计算得到的液态 Si 的表面张力^[16]

处,通过 MEAM 势函数获得的表面张力值比 Przyborowski^[20]和 Yuan^[17]的早期研究小 3%~9%,比 Zhou^[18]和 Fujii^[21]的大 3%~5%。Rhim 的^[19]值与我们的计算结果非常吻合,最终表面张力值所涉及的总差异估计在±0.9%以内。从上面的分析,启发同学们评价计算结果的准确性。

在讲授分子动力学在计算液态金属性质中的应用这部分内容的同时,为同学们安排了分子动力学模拟实验课程,带领同学们自主操作完成上述液态金属性质的计算,加深同学们对分子动力学计算流程和其输出量与宏观性质联系的理解。

2 结论

本文通过启发式教学逐步讲解密度、比热、扩散系数以及表面张力的计算,深入浅出的讲授了分子分子动力学计算在液态金属物理性质研究中的应用。通过液态 Ni-50 at. % Zr 合金和液态 Si 的实例分析,启发同学们对分子动力学在液态金属研究中的认识。同时,结合上机实验使同学们强化了对分子动力学模拟输出量与液态金属性质之间的关系的认识,并初步掌握了分子动力学计算的基本方法,使同学们掌握知识的同时更加注重原理的理解和方法的构建。

参考文献

[1] 卫建国. 大学课堂教学改革的理念与策略[J]. 高等教育研究, 2018, 39(4): 66-70.
WEI J G. On the idea and strategy of the university classroom teaching reform[J]. Journal of Higher Education, 2018, 39(4): 66-70. (in Chinese)

[2] 赵作斌, 牛换霞. 开发·内化·创新——高校课堂教学模式新探[J]. 中国高等教育, 2019, (Z2): 37-39.
ZHAO Z B, NIU H X. Development·internalization·innovation—A new exploration of classroom teaching mode in colleges and universities [J]. China Higher Education, 2019, (Z2): 37-39. (in Chinese)
[3] 周光礼. 建设世界一流工程学科:“双一流”高校的愿景与挑战[J]. 现代大学教育, 2019, (3): 1-10+112.
ZHOU G L. Building universities with world-class engineering disciplines in China: Strategies and challenges[J]. Modern University Education, 2019, (3): 1-10+112. (in Chinese)
[4] 赵菊珊. 以教学学术化支撑一流本科教育[J]. 中国高等教育, 2021, (6): 51-53.
ZHAO J S. Support first-class undergraduate education with academic teaching[J]. China Higher Education, 2021, (6): 51-53. (in Chinese)
[5] 刘振天. 高校课堂教学革命:实际、实质与实现[J]. 高等教育研究, 2020, 41(7): 58-69.
LIU Z T. Class teaching innovation in colleges and universities: The reality, essence and realization[J]. Journal of Higher Education, 2020, 41(7): 58-69. (in Chinese)
[6] 刘建波, 董礼, 曹宇, 等. 课堂教学改革应落实“以学生成长为中心”教育理念[J]. 中国高等教育, 2017, (Z3): 58-59.
LIU J B, DONG L, CAO Y, et al. Classroom teaching reform should implement the educational concept of “student growth as the center”[J]. China Higher Education, 2017, (Z3): 58-59. (in Chinese)
[7] 周序. 大学知识的确定性与教学改革的方向[J]. 现代大学教育, 2017, (5): 9-17+112.
ZHOU X. Certainty of knowledge and its implications for teaching reform in higher education institutions[J]. Modern University Education, 2017, (5): 9-17+112. (in Chinese)
[8] 段利兵, 郑建邦, 尹剑波, 等. 大学物理教学与考核模式改革实践[J]. 物理与工程, 2014, (S1): 35-36.
DUAN L B, ZHENG J B, YIN J B, et al. Reform and practice of college physics teaching and assessment model[J]. Physics and Engineering, 2014, (S1): 35-36. (in Chinese)
[9] 洪志忠, 别敦荣. 学习素养视域下的大学教学改革[J]. 高等教育研究, 2020, 41(6): 64-71.
HONG Z Z, BIE D R. Reform of university teaching and learning from the perspective of learning literacy[J]. Journal of Higher Education, 2020, 41(6): 64-71. (in Chinese)
[10] 夏文斌. 教育教学改革的新契机[J]. 中国高等教育, 2020, (7): 13-15.
XIA W B. New opportunities for educational reform[J]. China Higher Education, 2020, (7): 13-15. (in Chinese)
[11] 戴玉蓉, 董科, 周雨青. 新工科项目引领下大学物理及实验课程体系的改革与探索[J]. 物理与工程, 2021, 31(4): 15-19.

- DAI Y R, DONG K, ZHOU Y Q. Reform and exploration of the curriculum system of university physics and physics experiment courses under the guidance of "new engineering and technical disciplines" projects[J]. *Physics and Engineering*, 2021, 31(4): 15-19. (in Chinese)
- [12] 何丽娟, 陈春天, 杨文龙, 等. 物理教学中开展研究性教学模式的探索[J]. *物理与工程*, 2018, 28(S1): 192.
- HE L J, CHEN C T, YANG W L, et al. Exploration of research teaching model in physics teaching[J]. *Physics and Engineering*, 2018, 28(S1): 192. (in Chinese)
- [13] 杨兵初, 徐富新, 周聪华. 课堂教学方法改革是创新教育的关键[J]. *物理与工程*, 2020, 30(04): 42-47.
- YANG B C, XU F X, ZHOU C H. Reforming the classroom instruction method is the key of the innovation education[J]. *Physics and Engineering*, 2020, 30(4): 42-47. (in Chinese)
- [14] 王海鹏. 液态金属结构与性质[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021.
- [15] 王磊. 静电悬浮条件下液态锆与钛基合金的快速凝固过程研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2020.
- [16] WANG H P, LUO B C, WEI B. Molecular dynamics calculation of thermophysical properties for a highly reactive liquid[J]. *Physical Review E*, 2008, 78(4):
- [17] YUAN Z F, MUKAI K, HUANG W L. Surface tension and its temperature coefficient of molten silicon at different oxygen potentials[J]. *Langmuir*, 2002, 18(6): 2054-2062.
- [18] ZHOU Z, MUKHERJEE S, RHIM W-K. Measurement of thermophysical properties of molten silicon using an up-graded electrostatic levitator [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2003, 257(3): 350-358.
- [19] RHIM W-K, OHSAKA K. Thermophysical properties measurement of molten silicon by high-temperature electrostatic levitator; Density, volume expansion, specific heat capacity, emissivity, surface tension and viscosity[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2000, 208(1): 313-321.
- [20] PRZYBOROWSKI M, HIBIYA T, EGUCHI M, et al. Surface tension measurement of molten silicon by the oscillating drop method using electromagnetic levitation [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1995, 151(1): 60-65.
- [21] FUJII H, MATSUMOTO T, NOGI K, et al. Surface tension of molten silicon measured by the electromagnetic levitation method under microgravity[J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2000, 31(6): 1585-1589.
- (上接第 63 页)
- [10] 王畅, 蒋礼林, 王乐新, 等. 计算机辅助大学物理实验的实践与探索[J]. *贺州学院学报*, 2011(3): 146-148.
- WANG C, JIANG L L, WANG L X, et al. Practice and exploration of computer aided university physics experiments[J]. *Journal of He Zhou University*, 2011(3): 146-148. (in Chinese)
- [11] 何学敏, 李斌, 陈伟, 等. 浅论软件作图在物理实验数据处理中的必要性[J]. *科教文汇(上旬刊)*, 2020, No. 490(4): 76-77.
- HE X M, LI B, CHEN W, et al. On the necessity of software mapping in data processing of physical experiments [J]. *Science, education and culture (Early Issue)*, 2020, No. 490(4): 76-77. (in Chinese)
- [12] 张弘强. 大学物理实验数据处理方法改革的探索与实践[J]. *赤峰学院学报: 自然科学版*, 2015(8): 255-257.
- ZHANG H Q. Exploration and practice of the reform of data processing methods for university physics experiments [J]. *Journal of Chifeng University: Natural Science Edition*, 2015(8): 255-257. (in Chinese)
- [13] 董朝贤. 大数据时代下计算机软件技术的应用分析[J]. *信息与电脑*, 2019, 421(3): 82-83.
- DONG C X. Application analysis of computer software technology in the era of big data[J]. *Information and Computer*, 2019, 421(3): 82-83. (in Chinese)
- [14] 于晓科, 孙伟峰, 程明, 等. 课堂教学中学生自主学习能力的培养策略研究[J]. *神州*, 2019(10): 186-186.
- YU X K, SUN W F, CHENG M, et al. Research on the cultivation strategies of students' autonomous learning ability in classroom teaching[J]. *Shenzhou*, 2019(10): 186-186. (in Chinese)
- [15] 翟焕香, 王泽云, 马立振. 学生自主学习能力培养研究[C] 教师教学能力发展研究科研成果集(第八卷). 2017.
- [16] 徐冬梅. 浅谈学生自主学习历史能力的培养[J]. *新教育时代电子杂志(教师版)*, 2017, 000(27): 153.
- XU D M. Talking about the cultivation of students' autonomous learning history ability[J]. *New Education Times Electronic Journal (Teacher Edition)*, 2017, 000(27): 153. (in Chinese)