

从理想气体做功过程看热学与力学的衔接

邵怀华

(六盘水师范学院物理与电气工程学院, 贵州 六盘水 553000)

摘 要 利用基础力学和统计物理知识, 从微观上研究了理想气体绝热变化中的做功过程, 结合伽利略变换验证了气体膨胀做功的多少在数值上等于其分子总动能的减少量。作为一个热学与力学内容衔接的典型例子, 补充了除压强、温度和内能之外的又一个热学基础物理量——做功的详细微观力学描述, 进一步阐明了基础热学作为一门实验科学所具有的力学本质。其中, 在分子与移动活塞碰撞问题中用到了伽利略变换, 也是两个惯性系之间坐标变换的一个实际应用示例。

关键词 伽利略变换; 气体做功; 绝热过程

CONNECTION BETWEEN THERMODYNAMICS AND MECHANICS FROM THE WORK PROCESS OF IDEAL GASES

SHAO Huaihua

(School of Physics and Electrical Engineering, Liupanshui Normal University, Liupanshui, Guizhou 553000)

Abstract We conduct a microscopic analysis of the work done by an ideal gas in an adiabatic process using fundamental mechanics and statistical physics. Combined with Galilean transformation, it is verified that the amount of work done by gas expansion is numerically equal to the reduction of its total molecular kinetic energy. As a typical example of the connection between heat and mechanics, our work has a further improvement in the mechanical descriptions of the basic physical quantities of thermodynamics in addition to pressure, temperature and internal energy, and further expounds the mechanical essence of basic heat as an experimental science. The Galilean transformation is used in the collision analysis between the gas molecules and the moving piston, which is also a practical application example of the coordinate transformation between two inertial systems.

Key words Galilean transformation; work done by gas; adiabatic process

现在大部分大学物理教材在气体动理论部分都介绍了理想气体的压强、温度和内能的微观公式, 阐明了热学作为一门实验科学的力学理论基础。但是常用热力学基础物理量中做功和热量只简单介绍了微观图像, 并未详细推导其微观上的力学表示。热量传递可以通过从微观上重新定义热流密度加以讨论, 这里我们仅通过对做功的详细探讨进一步完善热学与力学的衔接。如图 1 所

示, 气缸内理想气体准静态膨胀过程中做功的描述普遍采用^[1,2]

$$dW = F dl = pA dl = p dV \quad (1)$$

式中 dl 为在气体压力 F 作用下活塞移动的位移微元, p 为气缸中气体的压强, A 为活塞面积, dV 为该过程中气体体积增量。接着, 利用热力学第一定律可知绝热过程中的气体对外做功的多少等于其内能的减小量, 即

收稿日期: 2021-09-30

基金项目: 六盘水师范学院教学内容与课程体系改革项目(LPSSYjg201931)。

作者简介: 邵怀华, 男, 副教授, 主要从事物理教学和科研工作, 研究方向为低维量子结构物理, nature_shh@outlook.com。

引文格式: 邵怀华. 从理想气体做功过程看热学与力学的衔接[J]. 物理与工程, 2022, 32(3): 131-133.

Cite this article: SHAO H H. Connection between thermodynamics and mechanics from the work process of ideal gases[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(3): 131-133. (in Chinese)

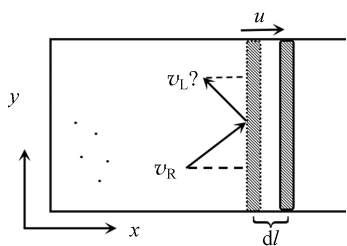


图1 气缸内气体分子与活塞碰撞示意图

$$dE = -dW = -p dV \quad (2)$$

而一般教材对这个结论的微观过程则鲜有描述。本文利用统计知识,结合伽利略变换,详尽地推导了这一过程,验证了理想气体膨胀做功的多少在数值上等于其分子总动能的减少量。这对初学者理解理想气体做功的微观图像是有所裨益的。同时,本文也是一个力学与热学内容衔接的典型例子。

微观上,由于忽略分子间作用力,理想气体的内能是所有分子的动能之和。那么气体膨胀做功,内能减少,分子的动能必然降低。在分子质量不变的前提下,只能是分子速率变小。那么这是如何实现的以及减小了多少呢?为了方便,以下讨论均假设气体分子为单原子分子。图1所示为气体分子以速度 $\mathbf{v}_R$ 撞向活塞的过程,若活塞静止,完全弹性碰撞后分子将以大小相同的速率反弹,即,反弹速率 $v_L = v_R$ 。但在气体膨胀过程中,活塞向右移动,减弱了碰撞效果,分子反弹速率应该要小一些。这里初学者往往并不熟悉小球撞击移动平板的完全弹性碰撞反弹速度问题。考虑到碰撞只改变分子速度的 x 分量, y 、 z 分量是不变的,很多时会想当然地以为反弹速度应为 $v_L = (-v_x + u, v_y, v_z)$ 。其实这是不正确的。要弄清楚这个问题从不同的参考系分析是个方便的方法。

1 伽利略变换在分子碰撞问题中的应用

若令相对于气缸及观察者静止的参考系记为 S ,相对以速度 u 移动的活塞静止的参考系记为 S' ,分别取合适的坐标系后,两惯性系的时空坐标满足伽利略变换

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad (3)$$

上式对时间求导,可得速度变换关系为

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \quad (4)$$

根据上式,当在 S 系中气体分子以速度 $\mathbf{v}_R = (v_x, v_y, v_z)$ 撞向活塞时,在 S' 系中,分子的撞击速度则变为 $\mathbf{v}'_R = (v_x - u, v_y, v_z)$ 撞向活塞。因为在 S' 系中活塞是静止的,这样利用小球撞击静止平板的经验,容易得到完全弹性碰撞后气体分子应以速度 $\mathbf{v}'_L = (-v_x + u, v_y, v_z)$ 反弹回去。这时,再回到相对于气缸及观察者静止的 S 系中,并只关注反弹速度的 x 分量 v_{Lx} ,则根据式(4)可得

$$\begin{aligned} v'_{Lx} &= v_{Lx} - u \\ \rightarrow v_{Lx} &= v'_{Lx} + u = (-v_x + u) + u = -v_x + 2u \end{aligned} \quad (5)$$

即,相对于观察者分子以速度 $\mathbf{v}_R = (v_x, v_y, v_z)$ 撞向以速度 u 沿 x 轴正方向移动的活塞时,弹性碰撞后反弹速度为 $\mathbf{v}_L = (-v_x + 2u, v_y, v_z)$ 。

2 气体膨胀时的内能损失

令 l 表示活塞的位置,某一时刻活塞移动速度大小为 $u = \frac{dl}{dt}$ 。则单个分子由于碰撞导致的动能变化

$$\begin{aligned} \delta\epsilon &= \frac{1}{2}m \left[\left(-v_x + 2\frac{dl}{dt} \right)^2 + v_y^2 + v_z^2 \right] - \\ &\quad \frac{1}{2}m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \\ &= -2mv_x \frac{dl}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

上式推导中舍去了 $(dl/dt)^2$ 项。因为准静态过程中活塞移动速率与分子热运动速率相比很小,二阶项可忽略^[3]。在活塞移动一个位移微元 dl 所用的时间 dt 内,可能与活塞发生碰撞的分子是那些一开始就位于靠近活塞的一个薄层内的分子。其数量可估计为

$$dN = \frac{1}{2}n(v_x dt - dl)A \quad (7)$$

式中 n 为分子数密度, $v_x dt - dl$ 是 dt 时间内能够发生碰撞的分子与活塞的最远距离,即薄层的厚度。因子 $1/2$ 是由于平均来说薄层内只有一半分子是朝活塞运动,从而能够发生碰撞的。

那么,发生碰撞的所有分子总的动能改变即

是单个分子因碰撞导致的动能变化与参与碰撞的总分子数目的乘积。它也是气体膨胀做功导致的气体内部能改变 dE , 因为未参与活塞碰撞的分子与外界没有能量交换。

$$dE = \delta \epsilon dN = -nmv_x \left(v_x - \frac{dl}{dt} \right) A dl$$

$$\approx -nmv_x^2 A dl \quad (8)$$

同样由于准静态过程中活塞移动速率与分子热运动速率相比很小, 上式中舍去了 dl/dt 项。考虑到每个分子速度都不一样, 式中的 v_x^2 应用所有分子的平均值 $\langle v_x^2 \rangle$ 代替

$$dE = -nm \langle v_x^2 \rangle A dl = -p dV \quad (9)$$

上式利用了理想气体压强公式 $p = nm \langle v_x^2 \rangle$ 。与式(1)对比, 最终从微观上验证了绝热过程中理想气体膨胀时分子总动能的减少在数值上等于其对外做功的多少。

3 结语

本文结合伽利略变换和统计知识从微观上研究了理想气体绝热变化中的做功过程, 验证了气体膨胀做功的多少在数值上等于其分子总动能的

减少, 补充了又一个常用热力学基础物理量——做功的微观力学基础, 进一步完善了热学与力学内容的衔接。研究中避免了使用一些教科书上处理类似问题时常见的忽略分子间的碰撞, 使分子在气缸内闭和活塞之间来回撞击的方便做法, 这种图像是不恰当的。因为标准状况下, 空气分子平均自由程仅为 $\sim 10^{-8}$ m。另外, 从推导过程中多次舍掉 dl/dt 及其高阶项, 也让我们从微观上认识了理想气体做功公式只有在活塞移动速率与气体分子热运动速率相比很小的准静态过程中才成立。

参 考 文 献

- [1] 祝之光. 物理学[M]. 5版. 北京: 高等教育出版社, 2018: 114.
- [2] 费恩曼 R P, 莱顿 R B, 桑兹 M. 费恩曼物理学讲义(第1卷)[M]. 郑永令, 华宏鸣, 吴子仪, 等, 译. 上海: 上海科学技术出版社, 2005: 462.
- [3] 侯吉旋, 司黎明, 翁华. 从微观角度看理想气体的绝热过程[J]. 大学物理, 2017, 36(3): 14-15.
- HOU J X, SI L M, WENG H. Deducing adiabatic equation of ideal gas via kinetic theory of gas[J]. College Physics, 2017, 36(3): 14-15. (in Chinese)
- [11] BISOGNI V, CATALANO S, GREEN R J, et al. Ground state oxygen holes and the metal-insulator transition in the negative charge transfer rare-earth nickelates[J]. Nature Communications, 2016, 7, 13017.
- [12] PARK H, MILLIS A J, MARIANETTI C A. Total energy calculations using DFT+DMFT: Computing the pressure phase diagram of the rare earth nickelates[J]. Phys. Rev. B, 2014, 89, 245133.
- [13] JARAMILLO R, HA S D, SILEVITCH D M, et al. Origins of bad-metal conductivity and the insulator-metal transition in the rare-earth nickelates [J]. Nature Physics, 2014, 10, 304.
- [14] PARK H, MILLIS A J, MARIANETTI C A. Site-selective mott transition in rare earth element nickelates[J]. Phys. Rev. Lett., 2012, 109, 156402.
- [15] ZHAO H J, LIU X Q, CHEN X M, et al. Effects of chemical and hydrostatic pressures on structural, magnetic, and electronic properties of $R_2\text{NiMnO}_6$ (R =rare-earth ion) double perovskites [J]. Phys. Rev. B, 2014, 90, 195147.
- [16] ZHAO H J, REN W, YANG Y, et al. Near room-temperature multiferroic materials with tunable ferromagnetic and electrical properties[J]. Nature Communications, 2014, 5, 4021.
- [17] ZHAO H J, BELLAICHE L, CHEN X M, et al. Improper electric polarization in simple perovskite oxides with two magnetic sublattices[J]. Nature Communications, 2017, 8, 14025.
- [18] ZHAO H J, INIGUEZ J, CHEN X M, et al. Origin of the magnetization and compensation temperature in rare-earth orthoferrites and orthochromates[J]. Phys. Rev. B, 2016, 93, 014417.
- [19] ZHAO H J, ZHOU H, CHEN X M, et al. Predicted pressure-induced spin and electronic transition in double perovskite $R_2\text{CoMnO}_6$ (R =Rare-earth ion) [J]. J. Phys.: Condens. Matter., 2015, 27, 226001.
- [20] KATSUFUJI T, OKIMOTO Y, ARIMA T, et al. Optical spectroscopy of the metal-insulator transition in NdNiO_3 [J]. Physical Review B, 1995, 51(8): 4830-4835.