

由光的频率变换谈光的多普勒效应

周 强 周明东 李 鹏

(山东科技大学电子信息工程学院, 山东 青岛 266590)

摘 要 在现行的物理学教材中,对真空中光的多普勒效应只给出了一个计算公式,其实还有一个。本文分别基于光的量子性和波动性导出这两个公式,并分析其一致性,最后作计算对比分析。其中用到光的频率变换的概念,其变换式可由光子四维动量的洛伦兹变换导出。光的多普勒效应本质上是光的频率变换的特例,与频率变换有正、逆两个变换一样,它也有两个计算公式。分别用这两个公式计算多普勒效应,繁简程度不同但结果一样。

关键词 四维动量的洛伦兹变换;频率变换;多普勒效应

FROM THE FREQUENCY TRANSFORMATION OF LIGHT TO THE DOPPLER EFFECT OF LIGHT

ZHOU Qiang ZHOU Mingdong LI Peng

(College of Electronic and Information Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590)

Abstract In the current physics textbooks, only one formula is given for the Doppler effect of light in vacuum, however there is actually another one. In this paper, the two formulas are derived based on the quantum and wave properties of light, and their consistency is analyzed. Then finally the calculation and comparative analysis are made. The concept of frequency transformation of light is used, and its transformation formulas can be derived from the Lorentz transformation of the photon's four-dimensional momentum. The Doppler effect of light is essentially special case of the frequency transformation of light, just like the frequency transformation has positive and inverse transformations, it also has two formulas too. Using these two formulas to calculate the Doppler effect respectively, the degree of complexity is different but the results are the same.

Key words Lorentz transformation of four-dimensional momentum; frequency transformation; Doppler effect

关于真空中光的多普勒效应,现行物理学教材中只给出了一个计算公式,其实还有一个。本文应用光的频率变换的概念^[1],并由其变换式分析光的多普勒效应的两个公式及其一致性。

1 量子性分析

如图 1、图 2、图 3 所示,惯性系 K 、 K' 间的相

收稿日期: 2021-10-29

基金项目: 山东科技大学教育教学研究“群星计划”项目(QX2020M43, QX2021ZKT03)。

作者简介: 周强,男,副教授,主要从事物理教学科研工作,研究方向为电磁场理论与技术, zhouqiang95@aliyun.com。

通讯作者: 李鹏,男,讲师,从事物理教学工作,主要研究方向为非线性动力学, lpsjh@163.com。

引文格式: 周强,周明东,李鹏. 由光的频率变换谈光的多普勒效应[J]. 物理与工程, 2022, 32(3): 26-28.

Cite this article: ZHOU Q, ZHOU M D, LI Peng. From the frequency transformation of light to the Doppler effect of light[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(3): 26-28. (in Chinese)

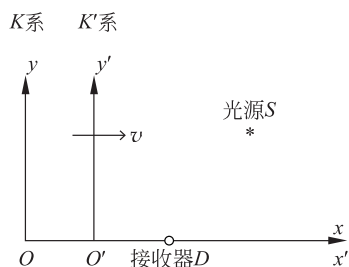


图1 光源、接收器在惯性系中的位置

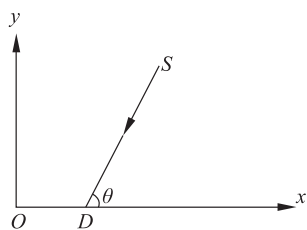


图2 光线相对于K系的传播方向

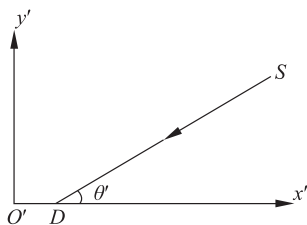


图3 光线相对于K'系的传播方向

对运动速度为 v 。若 K, K' 系中观察者测得光的频率分别为 ν, ν' , 观察到同一条光线的传播方向与 x, x' 轴的夹角分别为 θ, θ' , 则光子能量 $E = h\nu, E' = h\nu'$, 光子动量分量 $p_x = -h\nu \cos\theta/c, p'_x = -h\nu' \cos\theta'/c$ 。由四维动量的洛伦兹变换式 $E = \gamma(E' + vp'_x), E' = \gamma(E - vp_x)$ 得^[2]

$$\nu = \frac{1 - \beta \cos\theta'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \nu' \quad (1)$$

$$\nu' = \frac{1 + \beta \cos\theta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \nu \quad (2)$$

上述两式称为光的频率变换式。

比较上述两式还可得

$$\frac{1 + \beta \cos\theta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos\theta'} \quad (3)$$

此即为关于光的传播方向的角度变换式(光行差公式)。

若光源 S 相对 K, K' 系运动, 则 ν, ν' 均随光源的运动而变化。若以光源 S 为 K 系、接收器 D 为 K' 系, 则 ν 等于光源的发光频率, ν' 等于接收器

的接收频率, 分别将式(1)、式(2)改写为

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos\theta'} \quad (4.1)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1 + \beta \cos\theta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.2)$$

此即为光的多普勒效应的两个计算公式。

由以上分析可以看出: 光的多普勒效应是光的频率变换的特例, 与频率变换有正、逆两个变换式一样, 它也有两个计算式, 且由式(3)可见这两个计算式虽然形式不同实则相等。

2 波动性分析

光源 S 在本征时间 dt_s 内发出 νdt_s 次光振动, 接收器 D 在本征时间 dt'_D 内接收 $\nu' dt'_D$ 次光振动。若光源发出的光脉冲全部被接收器接收, 则有^[3]

$$\nu dt_s = \nu' dt'_D \quad (5)$$

以光源 S 为 K 系, 如图4所示。设发光的初、末时刻分别为 $t_s, t_s + dt_s$, 在该过程中 S 保持静止; 接收的初、末时刻分别为 $t, t + dt$, 在时间 dt 内接收器运动了一段距离 $v dt$, 其位置由 D 到 D' 。则 S 在 t_s 时发出的光传播到 D 时, 接收时刻为

$$t = t_s + \frac{\overline{SD}}{c}$$

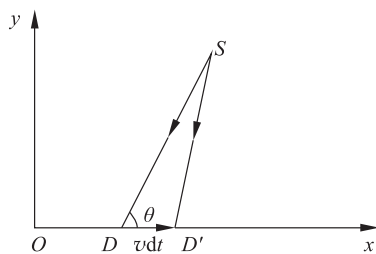


图4 在光源系中观察光的传播及接收器的运动

S 在 $t_s + dt_s$ 时发出的光传播到 D' 时, 接收时刻为

$$t + dt = t_s + dt_s + \frac{\overline{SD'}}{c}$$

两式相减得

$$dt = dt_s + \frac{\overline{SD'} - \overline{SD}}{c} = dt_s - \frac{v \cos\theta}{c} dt$$

整理得

$$dt_s = \left(1 + \frac{v \cos\theta}{c}\right) dt = (1 + \beta \cos\theta) dt$$

另外根据时间膨胀效应,有 $dt = \gamma dt'_D$,代入上式得

$$dt_S = \gamma(1 + \beta \cos \theta) dt'_D$$

代入式(5)即得式(4.2)。

以接收器 D 为 K' 系,如图5所示。设发光的初、末时刻分别为 t' 、 $t' + dt'$,在时间 dt' 内光源运动了一段距离 $v dt'$,其位置由 $S \sim S'$;接收的初、末时刻分别为 t'_D 、 $t'_D + dt'_D$,在该过程中 D 保持静止。则光源在 t' 时发出的光由 S 传播到 D 时,接收时刻为

$$t'_D = t' + \frac{\overline{SD}}{c}$$

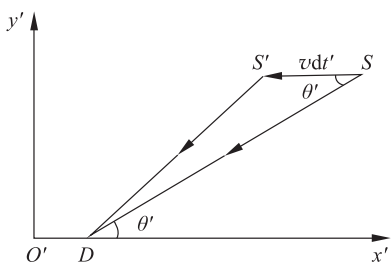


图5 在接收器系中观察光的传播及光源的运动

光源在 $t' + dt'$ 时发出的光由 S' 传播到 D 时,接收时刻为

$$t'_D + dt'_D = t' + dt' + \frac{\overline{S'D}}{c}$$

两式相减得

$$\begin{aligned} dt'_D &= dt' + \frac{\overline{S'D} - \overline{SD}}{c} = dt' - \frac{v \cos \theta'}{c} dt' \\ &= (1 - \beta \cos \theta') dt' \end{aligned}$$

另外根据时间膨胀效应,有 $dt' = \gamma dt_S$,代入上式得

$$dt'_D = \gamma(1 - \beta \cos \theta') dt_S$$

代入式(5)即得式(4.1)。

3 计算对比分析

对纵向多普勒效应,由式(3)得 $\theta' = 0, \pi$ 时 $\theta = 0, \pi$,分别代入式(4.1)、式(4.2),均可得出

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}}.$$

对横向多普勒效应,将 $\theta' = \frac{\pi}{2}$ 代入式(3)得 $\cos \theta = -\beta$,将此结果代入式(4.2),或直接将 $\theta' = \frac{\pi}{2}$ 代入式(4.1),均可得出 $\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{1 - \beta^2}$ 。

一般情况,如 $\beta = 1/2, \theta' = \pi/3$,代入式(3)得 $\theta = \pi/2$,将此结果代入式(4.2),或直接将 $\theta' = \pi/3$ 代入式(4.1),均可得出 $\frac{\nu'}{\nu} \approx 1.2$ 。

由上述计算分析可看出:计算纵向多普勒效应,用式(4.1)或式(4.2)没有区别;计算其他情况(包括横向)的多普勒效应,用式(4.1)比用式(4.2)更简便。总体来看,由于用接收器测出的角度是 θ' ,故用式(4.1)的形式更直接,因此现行物理学教材中只有该式。

4 结语

光的频率变换是光子相对论效应的表现形式之一,其变换式可由光子四维动量的洛伦兹变换(任一变换式)导出。

光的多普勒效应本质上是光的频率变换的特例,正因为如此,它才有两个计算公式。而计算光的多普勒效应,用式(4.1)的形式更直接、更简便。

参考文献

- [1] 罗凌霄. 光频率变换公式的跃迁辐射解释以及光子概念的实质[J]. 大学物理, 2016, 35(4): 11-14.
LUO L X. The transition radiation explanation about the frequency conversion formula of light and the essence of photon concept[J]. College Physics, 2016, 35(4): 11-14. (in Chinese)
- [2] 赵凯华, 罗蔚茵. 新概念物理教程力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1995: 395-396.
- [3] 舒幼生. 力学(物理类)[M]. 北京: 北京大学出版社, 2005: 327-328.