

用平面声波方式实现颗粒悬浮的理论讨论

张 烨¹ 张师平¹ 牟天钰¹ 陈 可¹ 刘兴国² 裴艺丽³ 吴 平¹

(¹ 北京科技大学(北京)¹ 数理学院; ² 计算机与通信工程学院;

³ 北京科技大学自然科学基础实验中心, 北京 100083)

摘 要 平面相控阵技术是将多个换能器通过矩阵的形式排布在一块电路板上, 通过调节输入信号独立控制每个换能器发出声波实现声悬浮的方式。本文从声学的基础理论出发, 给出了所有平面相控阵单元相位相同时的声辐射势的计算表达式, 通过 MatLab 与 Comsol 仿真给出了空间中可能的悬浮点, 看到悬浮点排列呈现周期性, 并通过研究悬浮势阱的宽度性质解释了实现三维移动的原理, 最后我们通过实验证实了理论与仿真的可靠性。

关键词 声悬浮; 声辐射压; 声辐射势阱

THEORETICAL DISCUSSION ON PARTICLE SUSPENSION BY PLANE ACOUSTIC WAVE

ZHANG Ye¹ ZHANG Shiping¹ MU Tianyu¹ CHEN Ke¹ LIU Xingguo² PEI Yili³ WU Ping¹

(¹ College of Mathematics and Physics; ² School of Computer and Communication Engineering;

³ Basis experimental center of natural science, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083)

Abstract Plane phased array technology is a method of arranging multiple transducers on a circuit board in the form of matrix, and independently controlling each transducer to emit sound waves by adjusting input signals to achieve acoustic suspension. It is a kind of standing wave method. In this paper, based on the basic theory of acoustics, the expression of the acoustic radiation potential is presented for all planar phased array elements with the same phase. Through MATLAB and COMSOL simulation, the possible suspended points in the space are given, and it is found that the arrangement of suspended points presents periodicity. The principle of realizing three-dimensional movement is explained by studying the width property of the suspended potential well. Finally, the reliability of the theory and simulation is verified by experiments.

Key words acoustic suspension; acoustic radiation pressure; acoustic radiation potential well

声悬浮技术是处于不断发展完善阶段的一种前景广阔的无接触悬浮技术, 其可以通过稳定声场产生的声辐射压力抵消重力等外力作用, 使物体在空间中达到稳定悬浮。在 20 世纪 60 年代,

GORKOV^[1]和 NYBORG^[2]等人给出了声辐射力的理论计算模型后, 声悬浮技术迅速发展, 现在可以用于材料制备^[3-5], 分析化学与生物物理学^[6-8], 医药领域^[9]等需要精准控制与定位微小物体的研

收稿日期: 2021-02-25; 修回日期: 2021-06-03

基金项目: 教育部教学指导委员会 2020 年高等学校教学研究项目(DJZW202006hb)。

通讯作者: 张师平, 任北京科技大学大学物理实验课程负责人, 主要从事物理实验教学与研究工作, zhangshiping@ustb.edu.cn。

引文格式: 张烨, 张师平, 牟天钰, 等. 用平面声波方式实现颗粒悬浮的理论讨论[J]. 物理与工程, 2022, 32(2): 114-121.

Cite this article: ZHANG Y, ZHANG S P, MU T Y, et al. Theoretical discussion on particle suspension by plane acoustic wave[J]. Physics and Engineering, 2022, 32(2): 114-121. (in Chinese)

究领域。不同于电悬浮、磁悬浮等技术,声悬浮技术不受限于悬浮目标的导电性能,因此可悬浮的物质种类更丰富,近年来已经可以实现对小型动物的悬浮^[10,11],应用前景极为广阔。

目前较成熟的声悬浮模型主要有单轴^[12]与三轴^[13]声悬浮模型装置。单轴装置通过上下两块换能器振子产生超声波,在重力方向上产生一维周期性的驻波节点,这些驻波节点是物体可能稳定悬浮的位置,通过改变声波的相位、频率等属性,可以实现物体在两个单轴方向上的一维移动。而三轴声悬浮装置则是在单轴装置的基础上,在另外四个方向放置换能器板,从而实现水平和竖直方向的空间驻波节点。近 20 年来,随着换能器制备工艺的改进,换能器体积缩小,将多个换能器放置同一个平板上,形成矩阵排布,每个换能器独立地发出声波,通过调整每个换能器发出声波的相位,可以形成复杂的空间声场,这就是平面相控阵技术。在平面相控阵声悬浮的理论讨论中,由于空间声压场不再像单轴声悬浮一样通过两个相向的正弦波产生驻波,而是由多个换能器发出的声波相互叠加,整个空间声压场分布中驻波节点不再像单轴声悬浮一样明确,因此在理论中我们更加关心空间声辐射势的分布,后续仿真中讨论声压也是为了计算声辐射势。使用平面相控阵进行声悬浮的实验中,一种常用的方法是采用平面相控阵进行声聚焦^[14,15],这种方法可以得到很稳定的悬浮点。

除了设置平面相控阵的相位分布实现声聚焦,还有多种相位设置方式实现声悬浮。我们从理论上研究了当平面相控阵中所有换能器相位相同时空间的声场分布与声辐射势的计算表达式,采用 MatLab 与 Comsol 仿真的方式得到空间中悬浮点分布,并通过实验证实了理论与仿真的可靠性

1 声场理论

1.1 声辐射压

当声波在流体中传播时,将对流体媒介的微粒造成扰动,从而使流体内部的压强与密度偏离无声场扰动时的状态。当声场内部放入障碍物时,由于压强的变化,障碍物各处受到的压力大小不再相同,因此障碍物将受到合力。分析压强随着声场作用的偏离可知,压强的一阶小量满足波动方程,具有交变性,其作用在任意形状上障碍物

的压力对时间的平均值为 0,因此实际上对障碍物在声场中受力有贡献的是压强变化的高阶非线性的压强分量。二阶非线性的压强分量产生的作用力又称为声辐射力,这是因为压强的二阶非线性分量也与声场的传播和辐射相关。

假设空气介质是一种无黏性可压缩的流体,在不受外界扰动时,空气质点的速度 $u_0 = 0$,空气内部的压强与密度均为常数,记为 ρ_0, p_0 。当声波入射时,此时三个参量记为 u, ρ, p 。在温度不变的情况下,考虑在声场扰动时速度、压强与密度的二阶修正^[16]

$$u = u_1 + u_2, \quad p = p_0 + p_1 + p_2, \quad \rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 \quad (1)$$

由于空气微粒的速度场为一个无旋场,因此可以引入一个标量势 Φ ,使速度 $u = \nabla \Phi$,而将修正量带入流体的连续性方程、动量守恒方程与物态方程,可以得到压强与速度势的一阶修正量满足波动方程

$$\nabla^2 p_1 = \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \Phi_1 = \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} \quad (2)$$

一阶修正量 p_1 即为声压,由于声压满足波动方程,可以分离变量: $p_1(\mathbf{r}, t) = p_1(\mathbf{r})e^{i\omega t}$ 。因此声压的时均值 $\langle p_1 \rangle = 0$ 。当声波的频率超过检测设备的响应度,在实际中检测到的是声压的时均值,因此刚性物体在声场中的受力采用压强的平均值

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= - \oint \langle p_0(\mathbf{r}, t) \rangle + \langle p_1(\mathbf{r}, t) \rangle + \\ &\quad \langle p_2(\mathbf{r}, t) \rangle \hat{n} dS \\ &= - \oint \langle p_2(\mathbf{r}, t) \rangle \hat{n} dS \end{aligned} \quad (3)$$

对于可压缩的物体,除了声辐射压对受力的影响,还有一项与可压缩物体表面速度有关的一项,具体可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{rad} &= - \oint \langle p_2(\mathbf{r}, t) \rangle \hat{n} dS - \\ &\quad \oint \rho_0 \langle \hat{n} \cdot \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{u}_1 dS \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\hat{n}$ 表示物体表面外法线单位向量,从上式可以看出物体在声场中受力主要是压强的二阶修正量 p_2 引起的, p_2 称为声辐射压,通过二阶微扰修正,可以通过声压与一阶速度场得到声辐射压的时均值^[16]

$$\langle p_2(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{2\rho_0 a_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle u_1^2 \rangle \quad (5)$$

当物体放入声场中,会对声场进行散射,因此在空气中的总压强分为两部分:入射声场 p_{in} 与散射声场 p_s ,总声场可以写成 $p = p_{in} + p_s$ 。空气微粒速度也可以由两部分贡献组成: $u = u_{in} + u_s$ 。 p_1 与 u_1 都包含入射声场与散射声场两部分,计算起来十分复杂。GORKOV^[1] 给出了可压缩小球在声场中声辐射力的简化表达式,仅通过入射声场的信息就可以得到半径为 R 的小球的声辐射力

$$\mathbf{F}_{rad} = -2\pi R^3 \cdot$$

$$\nabla \left[\frac{f_1}{3\rho_0 a_0^2} \langle (p_{1,in})^2 \rangle - \frac{f_2 \rho_0}{2} \langle (u_{1,in})^2 \rangle \right] \quad (6)$$

其中, $f_1 = 1 - \frac{\rho_0 a_0^2}{\rho_p a_p^2}$, $f_2 = 2 \left(\frac{\rho_p - \rho_0}{2\rho_p + \rho_0} \right)$

在该式中 ρ_0 与 ρ_p 分别表示空气与物体的密度, a_0 与 a_p 分别表示空气中与物体内的声速。从表达式中也可以看出,可以写成 $\mathbf{F}_{rad} = -\nabla U_{rad}$ ^[16] 的形式

$$U_{rad} = 2\pi R^3 \left[\frac{f_1}{3\rho_0 a_0^2} \langle (p_{1,in})^2 \rangle - \frac{f_2 \rho_0}{2} \langle (u_{1,in})^2 \rangle \right] \quad (7)$$

由此我们就得到了声辐射势 U_{rad} ,这是一个标量势,表示了物体在声场中能量,对其求梯度就可以得到物体在声场中受到的声辐射力。

1.2 相控阵声场理论分析

平面相控阵技术中,每个相控板由许多换能器构成进行矩阵排布,每个换能器可以独立地发出声波,所有换能器发出的声波在空间中的相互干涉形成了复杂的空间声辐射势场分布,其中每个势阱对应于一个稳定悬浮点。

通过无黏性可压缩流体的连续性动量守恒方程,结合微扰修正式(1),取一阶微扰时,可以得到^[16]

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 \quad (8)$$

根据式(2)关于入射速度势与入射速度势的波动方程中,这些方程得到的均是一阶微扰修正量,因此有 $\mathbf{u}_{1,in}(\mathbf{r}, t) = \nabla \phi_{1,in}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}_{1,in}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}$ 与 $p_{1,in}(\mathbf{r}, t) = p_{1,in}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}$,代入方程(8)后得到

$$i\omega \rho_0 \mathbf{u}_{1,in} = -\nabla p_{1,in} \quad (9)$$

将该方程代入式(7)中

$$U_{rad} = 2\pi R^3 \left[\frac{f_1}{3\rho_0 a_0^2} \langle (p_{1,in})^2 \rangle + \frac{f_2}{2\omega^2 \rho_0} \langle (\nabla p_{1,in})^2 \rangle \right] \quad (10)$$

在相控阵中,超声波一般是由换能器中压电陶瓷的振动产生的,由于每个换能器都呈圆柱形状,因此可以近似认为每个换能器产生的声场的方式与圆柱形活塞振动^[17]产生的声场相同,单个换能器在空间任意点的入射声压大小为

$$p_{1,in} = i \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi h} u_a \iint e^{i(\omega t - kh)} dS \quad (11)$$

其中 h 为换能器振动面的每个积分面元到空间点 (x, y, z) 的间距, k 为波数, ω 为超声波频率, u_a 是等效成的圆形活塞速度振幅, i 为虚数单位。假定每个换能器的发出声波的圆面半径为 R ,在不研究近场悬浮的情况下,一般可认为 $h \gg R$,在这一远场近似的条件下^[17],以上积分可以近似写成

$$p_{1,in} = i \frac{a^2 \rho_0}{2r} u_a \frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} e^{i(\omega t - kr)} \quad (12)$$

式中 r 是每个换能器圆形面中心到空间点的距离, a 是换能器圆面的半径, θ 是换能器中心与空间点的连线与规定 z 轴的夹角。在实际应用中,一般采用换能器的频率 $f = 40\text{kHz}$,换能器的直径一般在 1cm 左右,悬浮点的高度为 10cm 左右,令 $x = ka \sin\theta$,实验中 x 在 0.1 的数量级内,图 1 绘出贝塞尔因子 $\frac{J_1(x)}{x} \sim x$ 的趋势图。

从图中可以看出在实际情况下,贝塞尔因子 $\frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta}$ 可以近似认为是一个约为 0.5 左右的常数,因此每一个换能器发出的声辐射压可以写成球面波形式: $p_{in} = \frac{A}{r} e^{i(\omega t - kr + \varphi)}$ 。其中参数 A 可以认为是与换能器振动能量有关的参数, φ 是每个换能器发出声波的初相位。在平面相控阵中,考虑所有换能器产生的声辐射压时

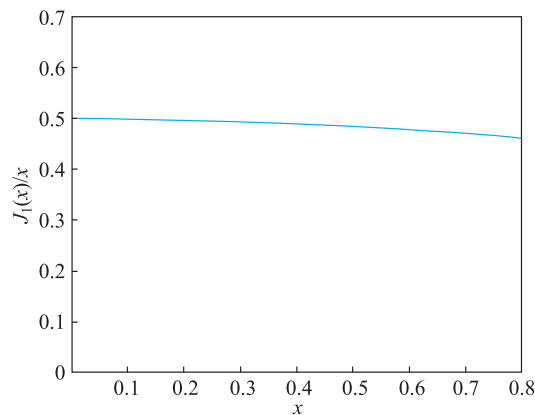


图 1 贝塞尔因子 $\frac{J_1(x)}{x} \sim x$ 的趋势图

$$\begin{aligned}
 p_{in} &= 0.5i \sum_{p,q} \frac{a_0^2 \rho_0}{2r_{pq}} u_a e^{i(\omega t - kr_{pq} + \varphi_{pq})} \\
 &= \tilde{A} \sum_{p,q} \frac{1}{r_{pq}} e^{i(-kr_{pq} + \varphi_{pq})} \quad (13)
 \end{aligned}$$

式中求和下标表示第 p 行 q 列的换能器。上式中 $\tilde{A}$ 是将时间因子 $e^{i\omega t}$ 并入的复振幅,当声辐射压计算势能时,需要采用时均值的平方,因此可以认为时间因子对空间的声辐射势分布不会产生影响。在计算 Gov 势前,由于使用的是超声波,可以对势能公式进行适当的近似,对每个换能器发出的入射声压求梯度并平方

$$(\nabla p_{in})^2 = \left(-ik p_{in} + \tilde{A} \sum_{p,q} \frac{1}{r_{pq}^2} e^{i(-kr_{pq} + \varphi_{pq})} \right)^2 \quad (14)$$

由于 $a_0 = \omega/k$, 并且对于超声波的情况下,采用国际单位制时在表值上有: $\omega \gg a_0$, 在计算 Gov 势的时候仅要考虑 $k^2 (p_{in})^2$ 项,另外两项可以忽略不计,在物体内声速与密度远大于空气声速与密度时

$$f_1 \approx f_2 \approx 1, \text{ 并且使用公式 } \langle AB \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(AB^*),$$

可以得到 GOVKOV 势的近似公式

$$\begin{aligned}
 U_{rad} &= -\frac{\pi R^3}{3\rho_0 a_0^2} \langle (p_{in})^2 \rangle = -\frac{\pi R^3}{6\rho_0 a_0^2} \text{Re}(p_{in} \times p_{in}^*) \\
 &= -\frac{\pi R^3}{6\rho_0 a_0^2} |p_{in}|^2 \quad (15)
 \end{aligned}$$

在实验中,通过调整输入给换能器的信号幅值可以改变上式中的 A ,而通过改变不同换能器的相位 φ_{ij} 可以使声势阱发生移动,从而改变空间悬浮点的位置。

因此,要想控制物体在空间指定点悬浮并进行移动,就是选定一组合理的相位参数集 $\{\varphi_{ij}\}$,使空间中产生声辐射势阱点,通过缓慢改变多个换能器的相位,使势阱点缓慢移动,由于物体偏离势阱中心时会受到回复力,因此物体也会跟着势阱一同移动,进而实现物体的空间移动。

通过尝试其余相位进行声悬浮实验,我们发现当所有换能器同相位时,即

$$\varphi_{ij} = C \quad (16)$$

也可以在空间中产生稳定的悬浮点,并且通过改变常相位 C 的值时,直接可以实现物体上下移动。实际上,当所有换能器相位相同时,平面相控阵发出声波的波前与平面波的几何形状类似,但每个换能器发出的仍是球面波,将产生与平面波声势场不同的性质,如图 2 所示。

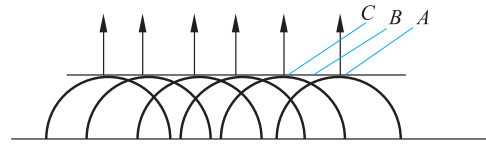


图 2 同相位换能器的波前

对于单轴声悬浮装置,上下两个换能器在远离边缘处发出的声波将近似为平面波,因此两个平面波的相干叠加将在垂直方向上形成稳定的驻波场,而在同一水平面内声辐射势相同,因此小球只能受到垂直方向的声辐射力,而在水平方向上将不会受到声场的作用力。而对于同相位时平面相控阵发出的声波,由于相控阵并不是铺满整个平面,存在一定的空隙,球面波相干叠加后虽然具有平面波几何形状的波前,但同一平面内各点的粒子振幅并不相同,导致同一平面内的声辐射势场在各点也是不同的,如图中 A 、 B 和 C 三点的声辐射是不同的,但 A 、 C 两点的势能将十分接近,但与 B 点势能有很大差异,通过调整合适的相位,可以使 A 和 C 位置处出现势阱,而 B 位置则为势垒,当小球处于 A 、 C 两点将受到很强的水平方向的约束力,将稳定悬浮在水平面的同一位置处。

正是通过平面相控阵在水平面上也产生了势阱的性质,并结合后面所述的分区控制方法,可以实现小球在水平面内的移动,而单轴声悬浮由于在水平面内不存在势阱与势垒,无法实现小球在水平面的移动。

2 实验验证

基于以上的理论分析,我们搭建了图 3 所示的基于平面相控阵的声悬浮与三维移动装置,其中发出超声波的主要部分为上下两块 8×8 尺寸的平面相控阵板,每次开启其中 4×4 尺寸的区域,相距 20.0cm ,每个换能器单元的直径为 1.0cm ,相邻两个换能器间距 1.1cm 。换能器通过内部的主要由压电陶瓷构成,压电陶瓷通过压电效应,将从稳压源输入的电信号转化为超声波发出,实验中超声波的频率为 40.00kHz 的超声波,通过改变稳压源的电压可以控制发出超声波的振幅,而相位的改变可以通过程序控制实现。

在实验中,我们将所有换能器输入信号的初相位设置为同相位,悬浮的实验结果如图 4 所示。我们观察到在区块中心轴线上可以同时悬浮多个

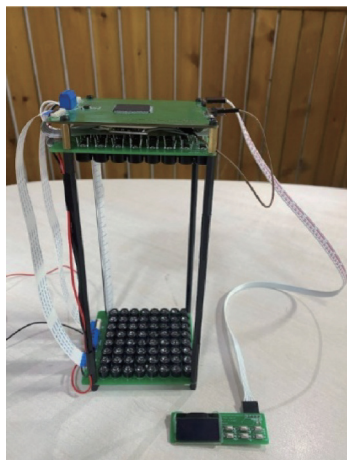


图3 声悬浮移动装置

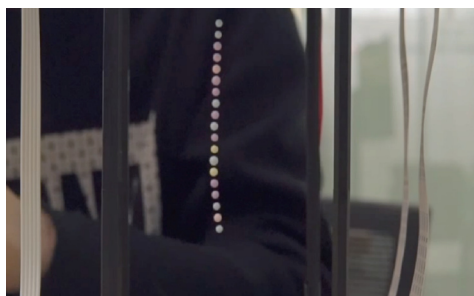


图4 势阱的准周期性排布

彩色小球,并且所有小球的悬浮位置接近在同一条直线上,小球的悬浮位置具有周期性,造成下部略微偏差的主要原因是小球声波的反射,从而造成对原有声场的微扰。通过测量图4中10个悬浮小球的位置,我们得到相邻两个小球的间距为 (0.44 ± 0.02) cm。小球在水平方向与垂直方向移动的实物照片如图5与图6所示,在图中的空心的黄色边框小球代表移动前的位置。

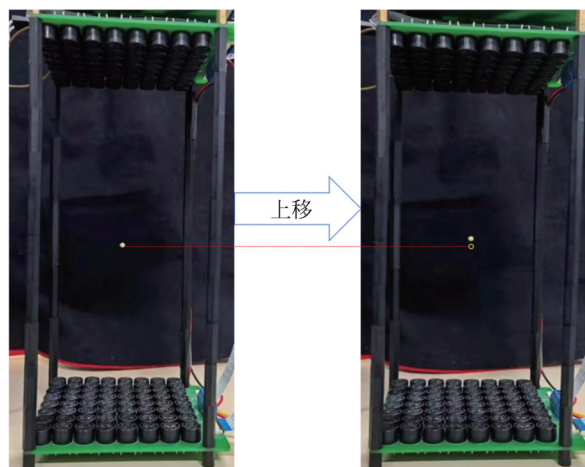


图5 小球的垂直移动

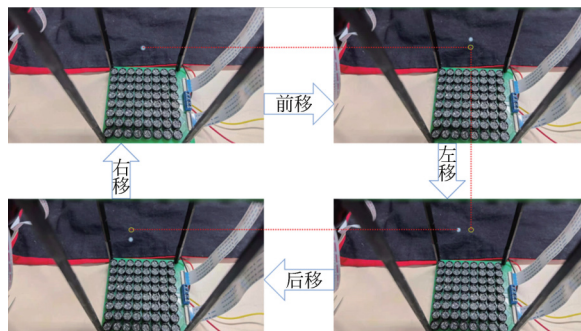


图6 小球的水平移动

3 对实验装置的仿真计算

3.1 仿真建模

在实验中,每一次我们只开启了 4×4 矩阵换能器的阵列,作为一个分区。因此在对实验装置进行仿真计算时,我们仅需要计算 4×4 规模的换能器阵列产生的势能分布。仿真计算模型如右图7所示,该模型与实际实验装置尺寸一致,考虑了相邻两个换能器由于工艺原因并不密接,存在0.1cm间隔,上下两个换能器板间距20.0cm。每个换能器的高度为0.7cm,为了保证远场条件,在仿真中我们仅对高度 $h = 10.0$ cm附近区域感兴趣,从实验中也可知,这一区域小球垂直排布的周期性最为明显,而在接近换能器的区域虽然也有悬浮点,但已经与周期性产生偏离。在Matlab仿真中,我们主要通过前面发展起来的理论作为计算基础,

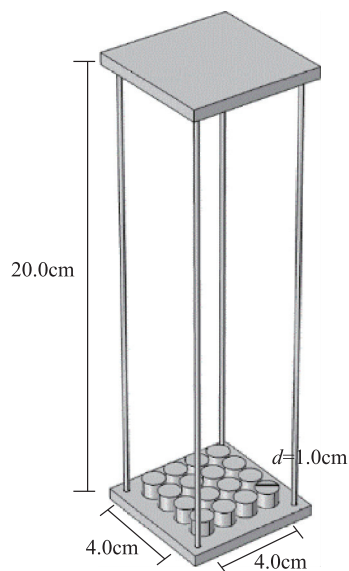


图7 仿真模型

计算在实验条件下空间的声辐射势分布,并给出具有典型性的结果。而在 Comsol 仿真中,我们可以通过压力声学模块,直接求解声学的基本方程得到空间的声压分布。最后我们将通过仿真结果,说明同相位情况下实现平面移动的基本原理。

3.2 MatLab 理论计算

图 8 给出了 MatLab 计算的流程图,将式(13)与式(15)联立,我们可以得到在同相位情况下空间的声势场分布,但在这两个公式中存在许多参数在实验中时不变的,可认为是常数,即声辐射势 $U_{rad} \propto -|p_{in}|^2$ 。在理论分析中,我们忽略了压电陶瓷换能器产生声波的复杂细节,认为每个换能器产生声波的原理与圆形活塞产生的声波相同,后面仿真与实验结果的符合也证实了这一近似的可行性,因此等效得到的活塞的振动速度 u_a 实际上是未知的,因此我们无法通过这一理论得声辐射势的具体数值,但我们可以得到空间势能的相

对大小,因此在仿真计算中我们忽略声辐射势与声压关系中的比例系数,仅采用 $U_{rad} = -|p_{in}|^2$,这样便可以得到声辐射势的空间分布,而势阱位置则是可能的悬浮点,在实验中我们可以通过调整压电陶瓷换能器的输入信号幅值控制这一比例参数,实现物体在势阱位置的悬浮。因此在 Matlab 模拟中我们不考虑声辐射势能的绝对大小,仅采用相对单位,每一单位代表的就是这个比例参数。在势能图中我们仅关心势阱的位置,因为势阱的位置就是可能的悬浮点。

从图 9(a)中可以看出,所有换能器同相位时在垂直方向上都具有准周期性,势阱与势垒交替出现,并且相邻两个悬浮点的间距为 0.44cm,与实验值符合。但由于球面波的衰减性质,每个势阱与势垒的大小并不相同。从图 9(b)中可以看到,同相位情况下蓝色区域代表的势阱的半径超过 1.1cm,而实验中换能器的直径恰好为 1.0cm,因此同相位情况下产生的势阱恰好可以覆盖最近邻的 4 个换能器的中心,这一性质是下面将要叙述的“分区移动”方式实现物体的水平移动的基础。

3.3 Comsol 有限元计算

为了验证以上计算理论的有效性,我们采用 Comsol 进行仿真分析,并将结果进行比较。在计算中只考虑开启 4×4 个换能器作为一个区块时的声场分布,将每个换能器等效为圆形活塞的振动发出声波,声波频率为 40.00kHz,采用的流体介质为空气,采用室温下的声速 343m/s。在 Comsol 仿真中由于也将换能器等效为圆形活塞振动发出声波,因此关于在建立模型中圆形活塞振动的参数也是需要实验测定才能给出的,声压分布图中的绝对大小并无实际意义,有意义的是相对大小。

在 Comsol 有限元计算过程中,我们采用了 Comsol 自带求解声波散射问题的压力声学模块,该模块主要求解在频域中的关于一阶声压的亥姆赫兹方程,以得到空间的声压场分布。在边界条件设置中,值得注意的是我们忽略了压电陶瓷换能器通过压电效应产生声波的具体过程,采用了法向位移的边界条件,这一条件将每个压电陶瓷换能器近似认为是纵振动的圆柱体,而对于电路板等位置,我们忽略了材料对声波的吸收,近似的认为电路板对声波将完全反射。仿真结果表明这

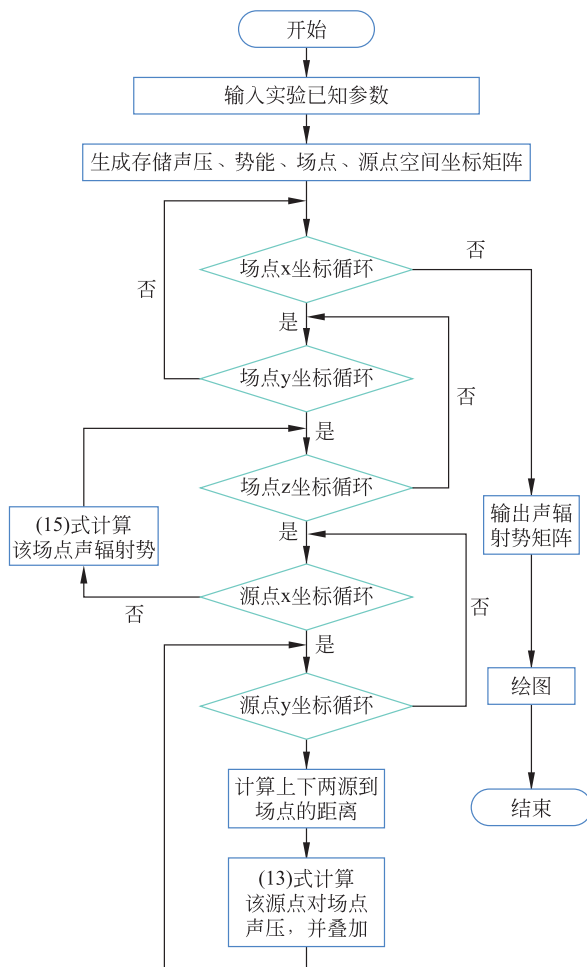


图 8 MatLab 理论计算流程图

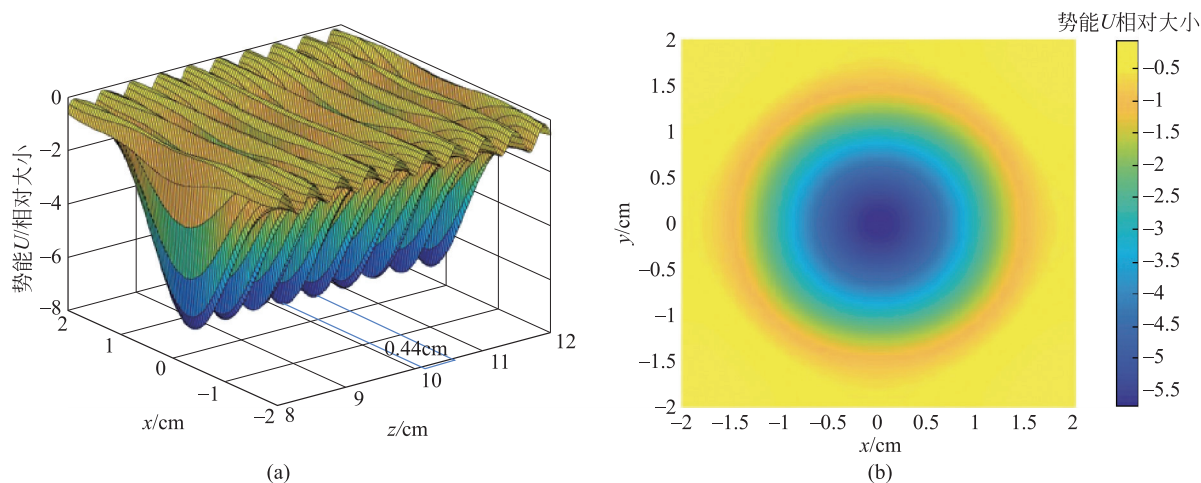


图9 MatLab 仿真计算结果

(a) 同相位势能 z 轴分布图; (b) 同相位势能平面分布 ($h=10.0\text{cm}$)

些近似具有一定的合理性。

从图 10(a) 的仿真结果可以看出, 相邻两个悬浮点的间距为 0.45cm , 在实验结果不确定度范围内, 当所有换能器同相位时可以在垂直方向上产生具有准周期性的驻波声压场, 这就是一阶的入射声压场 p_{in} 。而在本实验中, $U_{rad} = -|p_{in}|^2$, 因此图中的极大值与极小值处都是声辐射势阱的位置, 即图 10(b) 中的区域 A 和区域 B 都对应于声辐射势的势阱, 是实际可能的悬浮位置, 而区域 C 的声压接近于 0, 并不是声辐射势阱的位置, 因此区域 C 不可悬浮, 对比实验结果图 4 可以更清晰的看出。从图 10(b) 中也可以得出势阱宽度恰好能覆盖最近邻的四个换能器的中心。

通过 Comsol 的有限元计算与 MatLab 的理论计算, 分别得到相邻悬浮小球的间距为 0.44cm

与 0.45cm , 得到结果相近, 使这两种计算方法相互印证。同时两种仿真结果均在实验测得相邻小球间距的不确定度范围内, 进一步说明了理论与计算结果的正确。

3.4 平面移动原理

从实验结果与仿真中都得到了在同相位时的一个重要的性质: 在同相位时势阱恰能覆盖最近邻的 4 个换能器的中心。这使得通过分区开关换能器阵列就能够实现物体的水平移动, 图 11 是平面移动原理的示意图。

考虑将 4×4 换能器阵列作为一个区块, 根据计算结果可知在 $z=10\text{cm}$ 高度的平面这一区块的中心将产生一个较深的势阱, 记此时为 t_1 时刻运行区, 从图中可见物体正处于深色势阱的阱底, 处于稳定悬浮的状态。在 t_2 时刻开启相邻区块

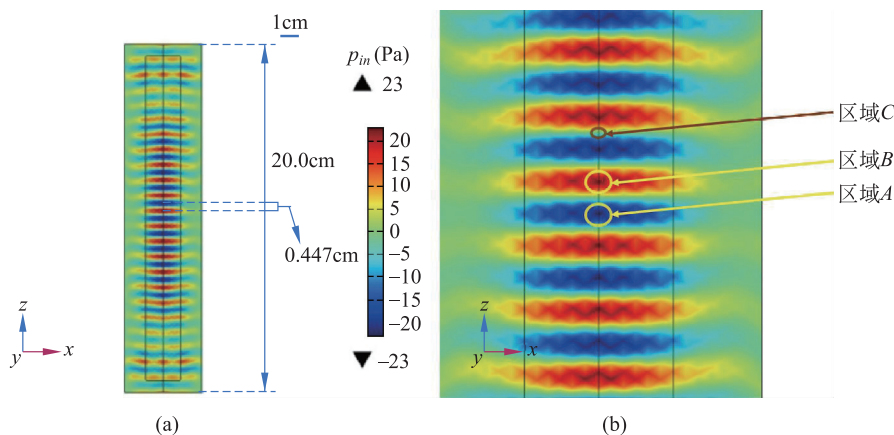


图10 Comsol 同相位中心轴线声压场仿真模拟

(a) 仿真结果; (b) 悬浮位置示意图

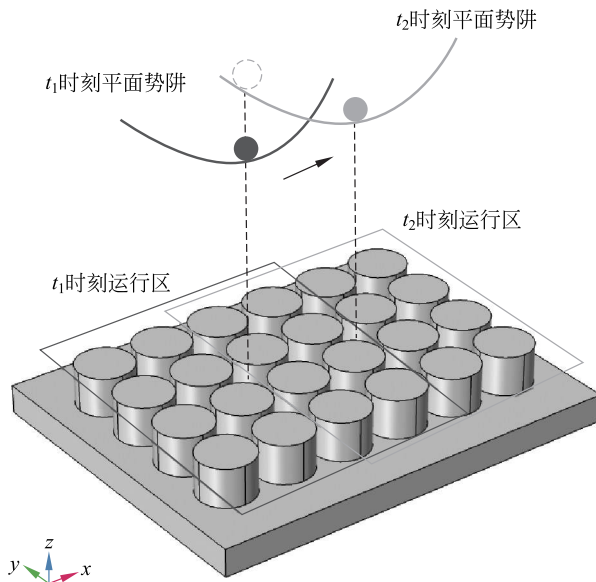


图 11 分区移动原理示意图

的作为 t_2 时刻运行区,此时运行区块在 t_2 时刻相对 t_1 时刻向右移动 1cm 距离。由于因此在 $\varphi_{ij} = 0$ 时势阱的半宽度 $\frac{L}{2} > 1\text{cm}$,因此在 t_2 时刻物体将处于浅色势阱内,但并不处于阱底,受到回复力的作用,物体将在浅色势阱的阱底附近作微小振动,直至最后稳定在浅色势阱的阱底,进而实现了物体在水平面内的移动。

4 结语

本文给出了当平面相控阵所有换能器单元发出的声波相位相同时计算声辐射势的表达式,通过仿真研究发现同相位时将在空间中产生周期性排布的悬浮点,并在实验中验证了小球在声场中的周期性排布。可以将本文引入大学物理/大学物理实验中,有利于学生加深对声悬浮基础理论的理解,填补物理实验(教学)中声学部分的缺失。

参 考 文 献

- [1] GOR'KOV L P. On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid[C]//Sov. Phys. Dokl. 1962, 6: 773-775.
- [2] NYBORG W L. Radiation pressure on a small rigid sphere[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1967, 42(5): 947-952.
- [3] 焦晓阳. 超声驻波悬浮及材料无容器处理研究[D]. 长春: 吉林大学, 2012.
- [4] 耿德路, 解文军, 洪振宇, 等. 声悬浮条件下 Ag-Cu 共晶合金的无容器凝固研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41(03): 227-235.
GENG D L, XIE W J, HONG Z Y, et al. Container free solidification of Ag-Cu eutectic alloy under acoustic suspension[J]. Science in China: Physics Mechanics Astronomy, 2011, 41(3): 227-235. (in Chinese)
- [5] GAO J R, CAO C D, Wei B. Containerless processing of materials by acoustic levitation[J]. Advances in Space Research, 1999, 24(10): 1293-1297.
- [6] PRIEGO-CAPOTE F, DE CASTRO L. Ultrasound-assisted levitation: Lab-on-a-drop[J]. TrAC Trends in Analytical Chemistry, 2006, 25(9): 856-867.
- [7] SANTESSON S, NILSSON S. Airborne chemistry: acoustic levitation in chemical analysis[J]. Analytical and bioanalytical chemistry, 2004, 378(7): 1704-1709.
- [8] SCHEELINE A, BEHRENS R L. Potential of levitated drops to serve as microreactors for biophysical measurements[J]. Biophysical chemistry, 2012, 165: 1-12.
- [9] BENMORE C J, WEBER J K R. Amorphization of molecular liquids of pharmaceutical drugs by acoustic levitation[J]. Physical Review X, 2011, 1(1): 011004.
- [10] SUNDAVIK M, NIEMINEN H J, SALMI A, et al. Effects of acoustic levitation on the development of zebrafish, *Danio rerio*, embryos[J]. Scientific reports, 2015, 5(1): 1-11.
- [11] XIE W J, CAO C D, LU Y J, et al. Acoustic method for levitation of small living animals[J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(21): 214102.
- [12] 解文军, 曹崇德, 魏炳波. 声悬浮的实验研究和数值模拟分析[J]. 物理学报, 1999(2): 61-67.
XIE W J, CAO C D, WEI B B. Experimental study and numerical simulation analysis of acoustic levitation[J]. Journal of Physics, 1999(2): 61-67. (in Chinese)
- [13] 解文军, 魏炳波. 声悬浮研究新进展[J]. 物理, 2002(9): 551-554.
XIE W J, WEI B B. New Progress in Acoustic Levitation[J]. Physics, 2002(9): 551-554. (in Chinese)
- [14] HOSHI T, TAKAHASHI M, IWAMOTO T, et al. Non-contact tactile display based on radiation pressure of airborne ultrasound[J]. IEEE Transactions on Haptics, 2010, 3(3): 155-165.
- [15] OMIROU T, MARZO A, SEAH S A, et al. LeviPath: Modular acoustic levitation for 3D path visualisations[C]//Proceedings of the 33rd Annual ACM Conference on Human Factors in Computing Systems. 2015: 309-312.
- [16] ANDRADE M A B, PEREZ N, ADAMOWSKI J C. Review of progress in acoustic levitation[J]. Brazilian Journal of Physics, 2018, 48(2): 190-213.
- [17] 朱哲民, 龚秀芬, 杜功焕. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2012: 223-231.