

本期特稿

技术革命、内生增长与市场失灵

刘涛雄 刘卓昊 李帮喜*

【摘要】以生产力质变和跃迁、技术的革命性突破、全要素生产率短时间内大幅提升为特点的技术革命是新质生产力发展的重要表现。本文建立了一个将技术革命纳入内生增长模型的基本框架,并着重探讨了技术革命伴随着的市场失灵。引入技术革命后,经济均衡时处在周期增长路径上,既表现出长期内生增长,又表现出阶段性特征和周期性波动。本文研究了技术革命伴随的市场失灵,发现市场均衡会导致过度消费,投资不足,积累技术的动力不足,缺乏最优增长路径上的“赶工效应”,从而导致技术革命更晚发生。在许多情况下,尽管推动技术革命发生是社会的最优选择,但市场会放弃进行技术革命。本文的研究说明,仅仅依靠市场力量进行研发可能会带来比传统理论预言的更为严重的后果,政府必须作为决策主体将技术革命的发生时间作为内生变量进行决策,积极主动推动新质生产力的发展,才能让经济走向高质量发展之路。

【关键词】新质生产力;技术革命;内生增长;市场失灵

一、引言

习近平总书记指出,新质生产力“由技术革命性突破、生产要素创新性配

* 刘涛雄,清华大学社会科学学院经济学研究所教授;刘卓昊(通信作者),清华大学社会科学学院经济学研究所博士研究生,E-mail:liu-zh21@mails.tsinghua.edu.cn;李帮喜,清华大学社会科学学院经济学研究所所长聘副教授。

引文格式: 刘涛雄,刘卓昊,李帮喜. 2025. 技术革命、内生增长与市场失灵[J]. 政治经济季刊,4(4): 1-40.

Cite this article: LIU T X, LIU Z H, LI B X. 2025. Technological revolution, phased endogenous growth, and market failure[J]. *Political Economy Quarterly*, 4(4): 1-40. (in Chinese)

置、产业深度转型升级而催生,以劳动者、劳动资料、劳动对象及其优化组合的跃升为基本内涵,以全要素生产率大幅提升为核心标志,特点是创新,关键在质优,本质是先进生产力”^①。新质生产力发展和培育的动能在于创新,创新带来要素效率的演进和提升,形成新的产业革命(刘伟,2024),新的通用技术在技术革命的进程中转化为新质生产力(方敏和杨虎涛,2024),新质生产力是新技术革命条件下的生产力质态(孟捷和韩文龙,2024),以生产力质变和跃迁、技术的革命性突破及全要素生产率在短时间内大幅提升为特点的技术革命正是新质生产力发展的重要表现。

习近平总书记指出,“新质生产力已经在实践中形成并展示出对高质量发展的强劲推动力、支撑力”^②。新质生产力的强劲推动力,正是建立在席卷而来的以智能化、网络化、数字化为主要特点的新一轮技术革命和产业革命基础上的实践创新(任保平,2024)。无论是将这次技术革命称作“第四次工业革命”(贺正楚和潘红玉,2015),还是第三次工业革命中的后一个技术革命浪潮(贾根良,2016),新的技术革命的机遇都已经到来(Agrawal et al., 2019)。如果说以前的历次技术革命中,中国或者错过,或者扮演的是模仿者和学习者的角色,处在追赶型增长之中(连旭蓓等,2020;冯志轩和刘凤义,2020;吴利学,2021),那么,在当前新一轮技术革命中中国已经成为主力军(郭凯明等,2023),新质生产力正是在中国蓬勃发展。可以预期,在未来的技术革命中,中国有机会扮演原发者和引领者的角色。因此,从理论上深入探讨技术革命以及政府和技术革命中能够发挥的作用具有迫切的现实意义。

然而,当前主流的新古典增长理论对技术革命的纳入和严谨分析却严重不足。尽管不同文献的概念之间存在一些差异,研究技术进步的文献普遍将技术进步区分为渐进式进步和技术革命两种形式。前者往往是连续的逐步变化,影响局部或部分产业;后者往往是间歇性突变的,全局性地深刻改造经济系统^③。令人遗憾的是,现有的内生增长理论忽略了这种区分。自Romer(1986)提出基于知识溢出的内生经济增长模型以来,内生增长理论一直占据增长理论的主导地位。但无论这些理论模型是基于投入品扩展、产品创新、质量改进,还是熊彼特式创新(Aghion and Howitt, 1992, 1994; Acemoglu, 2009)的思想,技术进步都被建模为时间的连续函数。这些模型致力于得到一条平衡增长路径(Balanced Growth Path, BGP),在均衡和最优路径上,技术进步总是以恒定的

① 《习近平谈治国理政》第五卷,北京:外文出版社,2025年,第191页。

② 《习近平谈治国理政》第五卷,北京:外文出版社,2025年,第191页。

③ Helpman(1998)区分了渐进式创新和激进式创新,并将后者主要形式视为通用目的技术(General Purpose Technologies, GPTs);Mokyr(1990)将技术变化分为微观创新和宏观创新;Freeman and Louca(2001)把它们称为渐进过程和技术革命。

速度稳步增长。虽然在许多质量改进模型中,技术进步在产品层面呈现出不连续、阶梯式的形式,但总体经济的平均技术水平是连续和稳步增长的。因此,这些理论模型都只能刻画渐进的技术进步,不能刻画技术革命,尤其是没有抓住技术革命的间歇式和全局性两个关键特征。

首先,技术革命的间歇式、非连续性、不均匀性意味着长期增长和周期性波动是难以分割的一个硬币的两面。从经济史来看,技术革命无疑是长期增长的核心动力,甚至比渐进式技术进步更为重要。因为渐进式技术进步往往以重大技术革命为基础,在缺乏新的技术革命时,渐进式技术进步往往会逐渐枯竭,这一过程在 Freeman and Louca(2001)中有精彩的描述。另一方面,既然重大技术革命在表现形式上是一个间歇式突变的、非线性的过程,这必然使得经济呈现阶段性发展特征,带来经济的周期性波动(Rosenberg, 1982, 1994; Freeman et al., 1999; Sanchez-Choliz et al., 2008)。熊彼特本人在发展长波理论时,认为增长长波现象来源于技术进步在时空上的不均匀性,少数时间段内创新聚集出现带来了经济高速增长,创新枯竭之后,经济不可避免出现萧条(孟捷, 2001)。后熊彼特学派进一步回答了为何技术进步在时空分布上的不均匀性。他们认为在每次长波产生于关键技术的突破,重大产品创新产生的前向和后向影响直接推动了经济增长(Freeman and Louca, 2001)。马克思主义政治经济学也十分重视技术革命和经济波动的关系。康波理论认为,间歇式的技术革命导致了经济以 50~60 年为周期的长波。Mandel(1964)将马克思的平均利润率概念运用于长波理论,认为技术革命是造成利润率波动进而经济波动的重要因素。高峰(2018)认为需要从技术、制度与市场等三个要素综合分析资本主义经济长波现象。现有西方主流增长理论模型抛弃了对经济波动的考察,而经济周期理论又远离对长期增长的重视,使得增长和周期在理论中呈现割裂的状态^①。

同时,技术革命的全局性说明它是一种集体行动的结果,而集体行动的困境往往需要政策之手来矫正市场失灵。技术革命意味着新技术范式的出现和扩散,其影响渗透整个经济系统,是全局性、整体性的变化。渐进性技术创新往往发生在局部产业,往往以现有技术范式为基础。比如电力革命从整体上推动人类进入了电气时代,而某一项具体的电机技术则以电力革命为前提,主要影响局部产业。一项电机技术可以得到专利保护,而电力革命本身则难以通过专利保护进行产权化。一项具体的电机技术可以由个别企业完成,而电力革命何

^① 新古典学派在宏观领域形成了所谓的“新共识宏观经济学”和真实经济周期理论,认为技术进步在长期保持一定的增长,但短期无法预测,所以宏观经济政策(货币政策和财政政策)不会影响长期产出水平,政府干预(主要是货币政策)能在短期熨平经济波动。这种观点显然人为割裂了技术进步对经济增长与经济波动的双重作用。

时发生则不是个别企业可以左右的,其涉及诸多产业的相互配套,诸多技术之间复杂的相互依赖和补充。因此,技术革命在一定意义上是一种集体行动的结果,不由经济中个别企业或家庭所左右。众所周知,集体行动存在奥尔森困境。那么,集体行动的困境对技术革命有何意义?市场均衡是否能解决技术革命中的集体行动问题?还是意味着存在市场失灵,同时政府应该在技术革命中扮演重要角色?

Helpman and Trajtenberg(1994)建立了一个关于新 GPT 和新 GPT 扩散效应的模型,这些模型是区分激进创新和渐进创新的重要尝试。然而,他们的模型将 GPT 的进步视为外生的,并不是成熟的一般均衡模型。Freeman et al.(1999)将技术革命的产生视为研发或投资基础设施的结果,他们出色地阐述了不连续技术进步所产生的经济周期,并提供了许多洞见。然而,他们的“分散经济”并不是一个真正的市场均衡,实际上只提供了中央计划者的结果,进而对技术革命产生的市场失灵无能为力。Liu and Liu(2022)解决了上述绝大多数困难,将技术革命内生化的,得出了内生增长和长期波动,并初步探讨了技术革命中的市场失灵,区分了赶工效应和红利效应。不过,该文对市场失灵的定性分析较少,特别是没有分析市场均衡对于技术革命“应有却无”的可能性以及不同参数条件下市场失灵的不同表现。

本文在 Liu and Liu(2022)的基础上进一步加以分析,将市场失灵的特点和性质加以补充完善。以 Romer(1986)的经典模型为基础,进一步假定技术进步包含渐进性进步和突变型革命两种方式,后者建立在量变引起质变的原则上,只有当技术积累至一定程度时才会以跳跃性的方式发生。此时,传统的平衡增长路径不再存在,经济增长呈现明显的阶段性。均衡时,经济既表现出长期内生增长(平均意义上),又表现出周期性波动。周期性波动也是内生的,其来自劳动生产率提高速度的周期性变化,根源于技术革命的间歇式发生。虽然本文经济周期的来源和真实经济周期(Real Business Cycle, RBC)理论类似,都源于技术的变化,但本文中周期是内生的,这一点不同于 RBC 中周期来自外生冲击。

本文比较了市场均衡增长路径和最优增长路径的不同,并发现普遍的市场失灵。在市场均衡中,对于每个家庭来说,技术革命对他们都是外生的,这导致在技术革命的时间点上,积累资本的个人收益和社会收益并不相同,进而造成三方面后果。第一,市场的整体储蓄水平低于社会最优的储蓄水平,即市场积累知识的动力不足。第二,市场在技术革命来临的前夕有些“无动于衷”,在等待技术革命“自然发生”;而中央计划者则会抓住技术革命来临前夕的契机,通过更大力度增加社会的总体技术水平来促进技术革命的发生。第三,在一些参

数条件下,尽管推动技术革命的发生是社会最优的选择,但在市场均衡中技术革命不会发生,这时经济增长会类似于 Ramsey 模型趋向于稳态,最终发生增长停滞;在另一些参数条件下也可能会发生市场均衡不存在的情况。

本文的结果说明,仅仅依靠市场力量进行研发可能会带来比传统理论预言的更为严重的后果。在以 Romer(1986)、Aghion and Howitt(1992,1994)等为代表的传统内生增长模型中,由于外部性、垄断竞争等带来的市场失灵往往只会造成增长率的高低问题,而在本文中,这些市场失灵改变了技术革命的价值,从而可能使得技术革命不会发生,最终带来长期增长的停滞。对于技术革命“应有却无”情况的探讨也是本文相较于 Liu and Liu(2022)的主要贡献。本文的理论意味着推动重大技术革命,仅仅依靠市场力量是不足的,需要通过合适的政策引导,在一段时间内相对集中精力和资源突破关键技术以实现重大技术革命。

这些发现一定程度上阐述了中国故事,解释了中国的发展实践,特别是对政府引领发展新质生产力、促进技术革命的政策实践有着重要意义。新质生产力的培育很重要的一方面就是发展新产业、新模式、新动能,改造提升传统产业、培育壮大新兴产业、布局建设未来产业,带来普遍的技术革命与产业革命。技术革命与产业革命的完成并不是任何一个企业单独可以完成的,必须由全社会、由整个产业体系的各个主体协同发展,实现科技创新和产业应用的融合。技术革命和产业革命的分散性质意味着由市场自发形成的均衡具有市场失灵,必须有政府协调各方、集中领导,将技术革命的成熟时间作为内生变量进行决策,积极主动培育发展新质生产力。例如,利用新型举国体制引领重大原创性科技成果攻关、突破“卡脖子”技术等(陈劲等,2021;蔡跃洲,2021)。同时,为了避免市场在确定技术革命时间上的失灵,政府必须建立有公信力的长远规划,引导市场对未来技术革命确立正确的预期(周济,2015)。

本文的分析方法和相关结论不仅仅适用于对技术革命和长期增长的分析,也可推广到诸多类似情形。如重大基础设施建设、重大制度变革等,因为它们和技术革命有类似动态特征,都需要长期投资和积累,都具有全局性,成功后会产生重大影响等。

本文其余部分作如下安排:第二节介绍模型设置;第三节分析市场经济均衡结果;第四节探讨最优增长路径,并和市场均衡路径作对比;最后一节作总结。一些技术性的数学证明放在附录。

二、模型设置

本节首先提出刻画含有渐进性技术进步和技术革命两种技术进步方式的

基本做法,并在此基础上建立基本内生增长模型。

(一) 知识溢出: 技术进步与技术革命

基于 Romer(1986)关于技术外溢的思想^①,假定单个企业的技术进步可以外溢至全社会,则单个企业的技术水平即为全社会的技术水平。设市场上有 N 家(连续统)企业,单个企业 j 的生产函数为

$$Y_j(t) = f(k_j(t), l_j(t)) = (k_j(t))^a (A(t)l_j(t))^{1-a} \quad (1)$$

其中 $A(t)$ 为全社会的技术水平,为哈罗德中性形式, $l_j(t)$ 、 $k_j(t)$ 为企业的劳动力和资本。为了简洁,后文在不引起歧义时省略自变量 t 。Romer(1986)假定企业的技术进步和资本存量成正比,并简化为资本的线性函数,这样刻画了技术的连续进步。本文的关键设定则是将技术进步区分为连续和不连续两个部分。如在引言中所说,假定技术进步由渐进性进步和间歇式的技术革命两部分构成。回顾人类社会的技术革命史,可以认为,技术革命改变了基本的技术范式 and 经济发展阶段,而渐进性技术进步则反映了在既定的技术范式的基础上技术的逐步改进(Mokyr, 1990; Helpman, 1998; Freeman and Louca, 2001)。因此,这里假定技术革命为突变式,可以用阶梯函数 A_d 来刻画,其中 $d = 1, 2, \dots$, 设其取值为 $A_1 < A_2 < \dots < A_n < \dots$ 。设渐进性技术进步成分为 A_c , 可以连续变化。设总技术水平为 A , 且

$$A = A_c^\gamma A_d^{1-\gamma} \quad (2)$$

上述函数体现了在既定的技术范式 A_d 之下,渐进性成分 A_c 的进步对总技术水平的边际贡献是递减的,而技术革命带来的技术范式跃迁则会突变式提升总技术水平,且提升 A_c 对总技术水平的边际贡献。上式取对数之后就是一个凸组合,即 $\log A = \gamma \log A_c + (1-\gamma) \log A_d$, 说明连续部分和不连续部分的增长率共同决定了整体技术的增长率。

承袭 Romer(1986)关于技术外溢且外溢程度和资本存量线性相关的思想,假定 A_c 及 A_d 都由总资本存量 K 决定。且 A_c 和 K 呈线性关系,可简单假设

$$A_c = K \quad (3)$$

而 A_d 则为 K 的阶梯函数,对于第 n 次技术革命,需要社会总资本积累到某个程度 K_n , 才会产生跳跃式的进步,假设

$$A_n = BK_n, \quad K \in [K_n, K_{n+1}) \quad (4)$$

^① 关于技术进步的思想,主要由 Romer(1986, 1990)和 Aghion and Howitt(1992)给出,分别通过技术外溢、中间品拓展和质量创新给出了技术进步的模式。这三个模型在数学上具有一定的相似性,将其中一个作为基础分析清楚后容易推广到其他情况,因此本文采用 Romer(1986)模型作为基础以简化分析,这种分析也适用于基于 Romer(1990)和 Aghion and Howitt(1992)等文献的思想构建的模型。

其中, $K_{n+1} = K_n \xi = \xi^n K_0$ 。这一设定反映出, 随着 n 的增加, 技术革命所需要积累的资本存量跨度越来越大、技术革命所产生的效果也越来越大。每当资本积累到一个节点 K_n 时, 技术水平就突变为之前的 ξ 倍。由式(2)、(3)及(4)可得全社会的技术水平为

$$A = K^\gamma (BK_n)^{1-\gamma}, \quad K \in [K_n, K_{n+1}) \quad (5)$$

技术水平和资本水平间的关系图如图 1 所示。特别地, 如果 $\gamma = 1$, 那么技术进步完全是连续的, 模型等同于 Romer(1986) 的模型; 如果 $\gamma = 0$, 那么技术进步完全是跳跃式的, 社会总资本只在技术革命时有外溢作用。而技术发生突变跳跃的时间, 就是技术革命发生的时间。本文称生产技术发生第 n 次突变的时间

$$t_n = \min\{t : K(t) \geq K_n\} \quad (6)$$

为第 n 次技术革命发生的时间, 将时间段 $[t_n, t_{n+1})$ 称作第 n 个技术周期。

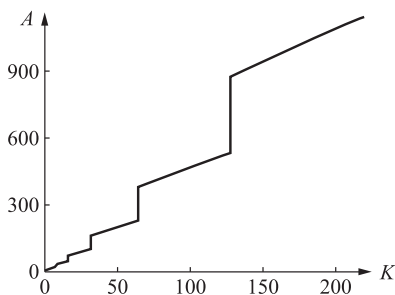


图 1 技术水平和资本水平间的关系 ($\gamma=0.5$)

(二) 企业行为

现分析经济各个主体的行为。企业向家庭雇佣劳动力、租用资本, 生产函数为式(1)。企业的利润最大化问题为

$$\max_{k_j, l_j} f(k_j, l_j) - (r + \delta)k_j - \omega l_j \quad (7)$$

其中 $r + \delta$ 是租金率, ω 是工资率。 δ 是资本的折旧率。一阶条件为

$$r + \delta = \alpha \left(\frac{Al_j}{k_j} \right)^{1-\alpha}, \quad \omega = (1 - \alpha) \left(\frac{Al_j}{k_j} \right)^{-\alpha}$$

社会总资本存量为

$$K = \int_0^N k_j dj$$

设社会总劳动力数量 L 为常数, 有

$$L = \int_0^N l_j dj$$

在相同的价格下, 每个企业的劳动-资本比是相同的, 因此社会总产出

$$Y = \int_0^N y_j dj = K^a (AL)^{1-a} \quad (8)$$

上式是社会总资本、社会总人口和技术水平的函数。同理,工资率和利率也是社会总资本、社会总人口和技术水平的函数,即

$$r + \delta = \alpha \left(\frac{AL}{K} \right)^{1-a}, \quad w = (1-\alpha) \left(\frac{AL}{K} \right)^{-a} \quad (9)$$

在技术革命发生时,由于社会总资本是连续积累的,而技术是突变跳跃的,因此利率 $r(t)$ 和工资率 $w(t)$ 都会突变跳跃。

技术水平 A 是社会总资本的函数,由式(5)及(8)有

$$Y = K^a (AL)^{1-a} = K^\beta (BK_n)^{1-\beta} L^{1-a}, \quad K \in [K_n, K_{n+1}) \quad (10)$$

其中

$$\beta = \alpha + (1-\alpha)\gamma, \quad 1-\beta = (1-\alpha)(1-\gamma) \quad (11)$$

其中, $(1-\alpha)\gamma$ 部分衡量了社会总资本产生技术外溢的连续部分,即渐进式技术进步对总产出的贡献份额; $1-\beta = (1-\alpha)(1-\gamma)$ 衡量了不连续部分,即导致技术革命而对总产出的贡献份额。

(三) 家庭选择

经济中有测度为 1 的连续统同质家庭,每个家庭有 L 单位的劳动力。代表性家庭的终身效用为

$$U(t) = \int_0^{+\infty} e^{-\rho t} \log c(t) dt$$

假设家庭直接持有资本,将其收入用于消费或积累资本,则家庭预算需满足

$$\dot{k}(t) = r(t)k(t) + w(t)L - c(t), \quad t \in [t_n, t_{n+1}) \quad (12)$$

因此,对于某个初始时间 t_0 和给定的初始禀赋

$$k(t_0) = k^0 \quad (13)$$

家庭的效用最大化问题为

$$v(k^0, t_0) = \max_{c(t)} \int_{t_0}^{+\infty} e^{-\rho t} \log c(t) dt$$

s. t. (12), (13),

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} k(t) \geq 0$$

其中条件 $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} k(t) \geq 0$ 为无庞氏条件^①。对单一家庭而言,经济系统的

① 在预算约束(12)下,无庞氏条件等同于终身消费小于等于终身收入的约束,即

$$\int_{t_0}^{+\infty} e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} C(t) dt \leq k_0 + \int_{t_0}^{+\infty} e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} w(t)L dt$$

价格,即整个利息率 $r(t)$ 和工资率 $w(t)$ 的演进路径都是外生的,家庭最优决策下的效用仅与初始条件 (k^0, t_0) 有关,因而可以写成 $v(k^0, t_0)$ 的形式。

这里需要更加深入分析家庭的决策问题。因为,在技术革命发生时,尽管 $k(t)$ 是连续的,利息率 $r(t)$ 和工资率 $w(t)$ 都会发生突变。家庭必须考虑在这些价格量突变时的决策问题,因此现在家庭优化问题要面对不连续的路径,这是现有的动态优化经济学模型求解方法不能直接处理的。

因为技术革命的发生取决于全社会的总资本存量,对单个家庭而言是无法改变的,家庭决策时只能将技术革命发生的时间 $\{t_n\}_{n \geq 1}$ 作为外生变量或约束条件。因此,家庭需要考察两部分,即技术革命发生时(发生前后) t_n 和技术周期内 (t_n, t_{n+1}) 的决策问题。

1. t_n 处的角点条件

先仔细考察家庭在第 n 次技术革命发生的时间 t_n 处的效用最大化问题。根据动态优化的递归特性,这可以写成贝尔曼方程的形式:

$$v(k^0, t_0) = \max_{k_n} w(k^0, t_0; k_n, t_n) + v(k_n, t_n), \quad t_n \text{ 给定} \quad (15)$$

其中 $v(k_n, t_n)$ 代表了第 n 次技术革命发生后的效用,此时的初始资本存量为 $k(t_n) = k_n$ 。 $w(k^0, t_0; k_n, t_n)$ 为本次技术革命之前的效用,具体为

$$w(k^0, t_0; k_n, t_n) = \max_{c(t)} \int_{t_0}^{t_n} e^{-\rho t} \log c(t) dt$$

s. t. (12)

$$k(t_0) = k^0$$

$$k(t_n) = k_n$$

式(15)的最优化条件为^①:

$$\frac{\partial}{\partial k_n} w(k^0, t_0; k_n, t_n) + \frac{\partial}{\partial k_n} v(k_n, t_n) = 0 \quad (16)$$

因这一条件在突变处发生,本文称为角点条件(corner condition)。角点条件也称 Erdmann-Weierstrass 条件。上述角点条件有清晰的经济学含义。在技术革命发生时,如果家庭增加此时的资本存量 k_n ,那么会产生两方面作用:

一方面,在 t_n 处的初始资本存量增加,会增加此后的未来终身效用 $v(k_n, t_n)$ 。因此, $\frac{\partial}{\partial k_n} v(k_n, t_n)$ 是第 n 次技术革命发生时,家庭积累资本的边际收益(边际效用意义的收益),即

$$MR = \frac{\partial}{\partial k_n} v(k_n, t_n) \quad (17)$$

① Hull(2013)用变分法也得到了数学上和下文一致的条件。

另一方面,为了能够积累更多的资本,家庭必须抑制此前的消费。因此,增加 k_n 会减少技术革命之前的效用 $w(k^0, t_0; k_n, t_n)$ 。因此, $-\frac{\partial}{\partial k_n} w(k^0, t_0; k_n, t_n)$ 是第 n 次技术革命发生时家庭积累资本的边际成本,即

$$MC = -\frac{\partial}{\partial k_n} w(k^0, t_0; k_n, t_n)$$

对于家庭来说,选择一个最优的资本的数量意味着积累资本的边际收益和边际成本相等,即

$$MR = MC$$

这就是角点条件(16)的经济学含义,是家庭最优决策的结果。设家庭的最优条件得出的选择为

$$k_n^*(t_n) = \operatorname{argmax}_{k_n} w(k^0, t_0; k_n, t_n) + v(k_n, t_n) \quad (18)$$

若此时市场处于均衡,则反过来要求所有家庭在作出这一最优决策时,第 n 次技术革命确实在此时发生,即

$$\int_{i \in [0, 1]} k_n^*(t_n) di = K_n$$

由于家庭是同质的,这意味着

$$k_n^*(t_n) = K_n \quad (19)$$

2. 区间 (t_n, t_{n+1}) 内的条件

通过求解家庭在区间 (t_n, t_{n+1}) 内的效用最大化问题可以得出增长理论中常见的欧拉方程,即

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = r(t) - \rho, \quad \forall t \in (t_n, t_{n+1}) \quad (20)$$

即

$$x(t_0^-) = \lim_{t \rightarrow t_0^-} x(t), \quad x(t_0^+) = \lim_{t \rightarrow t_0^+} x(t)$$

它们分别代表一个变量的左极限和右极限。根据区间内的一阶条件,角点条件式(16)可以进一步化简为

$$c(t_n^+) = c(t_n^-) \quad (21)$$

此式和家庭资产的演进约束(12)构成了每个技术周期内的动力系统。

最后,家庭最优化还需满足横截性条件,即

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^{-\rho t} k(t)}{c(t)} = 0 \quad (22)$$

这一条件的含义是终身消费等于终身收入,即

$$\int_{t_0}^{+\infty} e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} C(t) dt = k_0 + \int_{t_0}^{+\infty} e^{-\int_{t_0}^t r(s) ds} w(t) L dt$$

三、市场均衡

结合家庭和企业的最优化行为,即可刻画经济的市场均衡。但是,因为跳跃性、全局性的技术革命的存在,本文定义的市场均衡和传统增长模型的均衡有一些不同。因此,本节首先给出本文求解的市场均衡的明确定义,然后对均衡结果进行探讨。

(一) 市场均衡的刻画

这里的市场均衡的基本定义包括两方面的条件:(1)给定一组价格路径 $[r(t), w(t)]_{t=t_0}^{\infty}$, 家庭和企业分别如上一节中所述采用效用最大化和利润最大化的选择,并使得市场出清。(2)家庭预期技术革命在时间 t_n 发生,并把 t_n 看成外生的作最优化选择,同时家庭的选择反过来使得技术革命正好在 t_n 处发生。

上述第一个条件是标准的动态均衡条件,而第二个条件则是本文的特殊设定,即式(19)。第二个条件有两方面的含义,一是如前所述,技术革命何时发生决定于整个经济系统的情况,不是个别家庭可以改变的,因此家庭把 t_n 看成外生的;二是家庭的预期是自洽的,即一旦每个家庭以技术革命在 t_n 发生为前提来安排终身消费,反过来,由此决定的经济路径必然使得技术革命恰好在 t_n 发生,即家庭的积累行为会使式(19)恰好成立。由于本文没有引入信息不完全,即假设家庭是理性预期的,既然家庭的预期是准确的,其预期的自洽性显然是均衡的必然要求。

进而,均衡时市场出清如下。

(1) 要素市场出清,

$$L = \int_0^{N(t)} l_j(t) dj, \quad k(t) = K(t) = \int_0^N k_j(t) dj \quad (23)$$

(2) 产品市场出清,供给侧有

$$Y(t) = K(t)^\beta (BK_n)^{1-\beta} L^{1-\alpha}, \quad K(t) \in [K_n, K_{n+1}) \quad (24)$$

需求侧(由代表性家庭)有

$$Y(t) = I(t) + c(t) = I(t) + C(t) \quad (25)$$

其中资本演进服从

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) \quad (26)$$

由资本演进的方程(26)和产品的供需方程(24)、(25),可得社会总资本的演进方程。由欧拉方程(20)、利息率方程(9)和产出方程(24)可得社会总消费的演进方程。由角点条件(21)可知社会总消费是处处连续的。由初始条件

(13)和横截条件(22)可得社会加总的初始条件和横截条件。上述方程可以化简为如下方程组

$$\begin{cases} \frac{\dot{C}}{C} = \alpha \left(\frac{K_n B}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho, \\ \dot{K} = K^\beta (K_n B)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta K - C, \end{cases} \quad K \in [K_n, K_{n+1}) \quad (27)$$

$C(t), K(t)$ 关于时间连续

$$K(t_0) = k^0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\rho t} \frac{K(t)}{C(t)} = 0 \quad (28)$$

方程(27)是经济在技术周期内部 $t \in (t_n, t_{n+1})$ 运动的微分方程组。消费的运动遵循欧拉方程,消费增长率等于利息率减去效用贴现率 $r - \rho$;资本一方面通过储蓄等于投资 $Y - C = I$ 而积累,另一方面也会发生折旧。在角点处,资本是连续积累的;消费根据家庭的选择而连续。给定 $K(t_0) = k^0$ 的初始条件,可选择的 $C(t_0)$ 的路径有很多,这些路径中只有满足横截条件(28)的路径才是市场均衡路径;满足横截条件意味着家庭的终身消费等于终身收入,即取得了最优解。

(二) 分阶段增长和周期增长路径(CGP)

在经典的经济增长理论中,一个很重要的概念是“平衡增长路径”(Balanced Growth Path, BGP)。在平衡增长路径上,消费增长率和利息率是常数,经济保持不变的的增长率持续稳定增长。不过,在本文的模型中,由(9)和(25),

$$r(t) = \alpha \left(B \frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta, \quad K(t) \in [K_n, K_{n+1}) \quad (29)$$

而 $\frac{K_n}{K(t)} \in \left(\frac{1}{\xi}, 1 \right]$ 会随着资本的积累经历减小、突变提高、减小、突变提高的往返过程;由方程(20),消费增长率 $g_C = r(t) - \rho$ 因此也会进行这样的往返运动。于是,显然平衡增长路径是不存在的。

本文仍然需要考察一类特殊而又典型、便于分析的路径。在这里消费增长率随着资本积累进行往返运动,其中最特殊的就是周期运动。而且,幸运的是,在合适的参数条件下,本文模型有一个简洁的周期增长路径。

定义 1(周期增长路径) 在上述模型中,周期增长路径(CGP)指 $\{C(t), K(t)\}$ 满足方程(27)和(28),且消费增长率 $\frac{\dot{C}(t)}{C(t)}$ 是关于时间 t 的周期函数。

一个周期增长路径一定是一个市场均衡。因为 $\frac{\dot{C}}{C}$ 是关于时间的周期函数时,则 $\frac{\dot{K}}{K}$ 也是关于时间的周期函数,进而 $\frac{C(t)}{K(t)}$ 也是周期函数,从而可以满足横

截条件(28),从而市场均衡路径。

(三) 均衡性质

为了更好地了解市场均衡的性质,不妨从某一次技术周期的起点即某个 t_n 出发进行分析。假设此时(对于单个企业)资本的边际净产出^① $\alpha B^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta$ 大于家庭效用的贴现率 ρ ,这使得家庭有意愿积累资本。如果此后不考虑技术革命的发生,式(27)决定经济系统表现为新古典增长的拉姆齐模型,存在一个稳态和收敛到稳态的鞍轨路径。稳态时有 $\dot{C}=0$,根据式(27),稳态时的资本存量为

$$K^{\text{steady}} = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} K_n B L^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}} \quad (30)$$

因此,如果不考虑技术革命的发生,根据拉姆齐模型,经济的相图如图2所示。

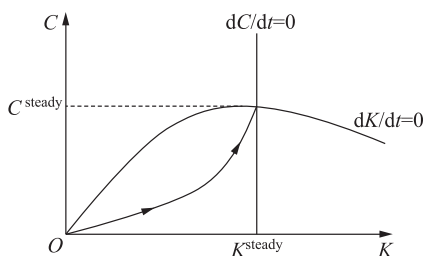


图2 不考虑技术革命的相图

另一方面,下一次技术革命发生的条件是,资本存量需从现有的 K_n 积累到 $K_{n+1} = \xi K_n$ 。给定其他参数,参数 ξ 决定了一次技术革命需要积累的资本的数量。由式(30)可知,当 $\xi < \xi_2 = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} B L^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}}$ 时,即使经济按照新古典模型收敛到稳态的路径运行,也必然会实现下一次技术革命。反过来,如果消费水平过高,那么经济将很快运行到负增长的路径,技术革命则终将不会发生^②。

如果一次技术周期内包含稳态资本存量,即 $\xi \geq \xi_2$ 时,就存在着这样一种市场均衡,使得经济在收敛到稳态的路径上运行。这样的路径当然符合无庞氏

① 对于单个企业来说,资本的边际净产出为

$$\frac{\partial(y_j - \delta k_j)}{\partial k_j} = r = \alpha \left(B \frac{K_n}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta$$

上式由方程(7)和(30)得。在技术革命的起点, $K = K_n$ 。

② 对于每一个可能实现技术革命的路径(资本水平能够积累到 K_{n+1}),这些路径的时间长度都是有限的,因此此时下一次技术革命发生的时间 t_{n+1} 存在一个上界。

条件和横截条件,因此构成一个市场均衡。在这样的参数条件下,如果要想实现技术革命,必须走在“过度积累”的路径上,如图 3 所示。不过,过度积累的路径不会在市场均衡中实现,本文接下来立足经济学直觉,从家庭终身收入的角度出发进行简洁分析。严格的数学证明在后面给出。

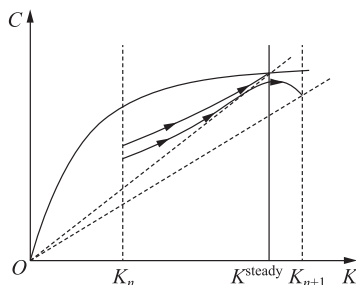


图 3 需要过度积累的参数条件

在市场均衡中,下一次技术革命是否发生取决于物质资本的积累能否达到下一次的技术革命所需的水平 K_{n+1} ,而积累取决于消费、消费取决于预期的终身收入,预期的终身收入的高低则取决于预期之中技术是否革命。如果家庭预期到未来会发生技术革命,那么技术革命对应的终身收入就更高,于是当期消费更高,积累更低,技术革命就更容易发生。反过来,如果家庭预期到未来不发生技术革命,不技术革命对应的终身收入更低,当期消费更低,积累更高,技术革命更容易发生。

如果预期技术革命会发生时,家庭在此预期之下的行为反过来会导致技术革命发生,它就构成周期增长路径;如果预期技术革命不会发生时,家庭行为也不会导致技术革命的发生,它就构成收敛到稳态的均衡。如果家庭预期技术革命发生时其储蓄行为相应地会导致技术革命的实现,而即使家庭预期技术革命不发生,因为其对应的积累率水平更高,此时技术革命仍然会发生,那么技术革命发生的均衡就是唯一的均衡。反过来,如果预期技术革命不发生时家庭的储蓄行为会导致技术革命真的不会发生,且即使家庭预期技术革命会发生,但因为此时对应的积累率过低,仍然导致技术革命不会发生,那么技术革命不发生的均衡就是唯一的均衡。当然,这要求不发生技术革命时所出现的稳态资本存量 $K^{\text{steady}} \in (K_n, \xi K_n]$,即在这一技术周期相应的资本存量范围内。如果这一条件不满足,那么在市场均衡的前提下,技术革命一定不会不发生^①。以上两种情况出现任何一种时,市场均衡都是唯一的。这里注意到, $\xi \geq \xi_2$ 时,存在一个不革命的市场均衡。因此,这时不革命的市场均衡就是唯一的“过度

① 这不代表技术革命一定会发生,因为还有可能前提本身不成立,即可能没有市场均衡。

积累”的路径不可能在市场中被实现^①。

在特定的参数条件下,还有可能出现这样的情况:如果家庭预期发生技术革命,而在此预期之下的家庭行为仍然积累不足而难以导致发生技术革命;同时如果家庭预期不发生技术革命,而此时的家庭行为又会导致积累足够而发生技术革命。这时,市场均衡就不存在了,预期无法被理性地实现。由于 $\xi \geq \xi_2$ 时市场均衡存在,因此这种参数条件一定对应 $1 < \xi < \xi_2$ 的某个范围。

实际上,总结上述分析,可以严格证明下述定理。

定理 1 设 $\alpha B^{1-\beta} L^{1-\alpha} > \delta + \rho$ ^②, 存在参数 $1 < \xi_1 < \xi_2 = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} B L^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}}$

使得

(a) 若 $\xi \in (1, \xi_1]$, 经济存在唯一市场均衡, 且均衡是不断进行技术革命的周期增长路径。

(b) 若 $\xi \in (\xi_1, \xi_2)$, 经济不存在市场均衡。

(c) 若 $\xi \in [\xi_2, +\infty)$, 经济等同于拉姆齐模型, 即存在唯一市场均衡, 且均衡路径不进行任何技术革命, 收敛到稳态, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} K(t) = K^{\text{steady}}$ 。

$$\text{且 } \frac{\partial \xi_1}{\partial \log B} > 0, \frac{\partial \xi_1}{\partial \log L} > 0。$$

证明见附录。

根据定理 1(a), 当 $\xi \in (1, \xi_1]$ 时, 经济均衡是周期增长路径, 因此 $\frac{C(t)}{K(t)}$ 是关于时间的周期函数, 任意两次技术革命发生时的消费资本比是相等的, 如图 4 所示。

当 $\xi \in (\xi_1, \xi_2)$ 时, 经济不存在均衡, 也就不存在周期增长路径。根据定理 1(b) 的证明, 如图 5 所示, 如果经济能够跨越本次技术革命, 那么 $\frac{C(t_{n+1})}{K(t_{n+1})} < \frac{C(t_n)}{K(t_n)}$, 从而消费资本比不断降低, 最终会违反横截性条件, 家庭终身消费低于终身收入, 从而不是家庭最大化效用的结果。而如果经济不能够跨越本次技术革命, 那么在本次技术周期内, 家庭的消费持续增长而资本持续下降, 最终将违反无庞氏条件, 家庭终身消费高于终身收入。在这种情况下, 任何一个由一阶条件和角点条件得到的可能的路径都意味着家庭的终身消费不等于终身收入,

① 在世代交叠模型(OLG)中, 经济有时会产生过度积累。将世代交叠模型和本文的模型结合起来研究过度积累的技术革命路径能否在市场均衡中实现, 可作为未来的一个研究方向。

② 经济学含义是在技术革命的起点, 家庭有动力积累资本。

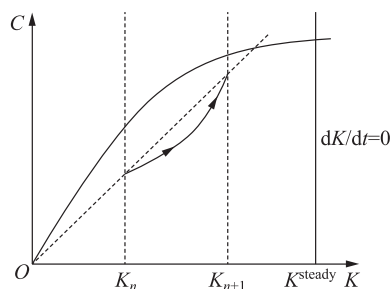


图 4 周期解

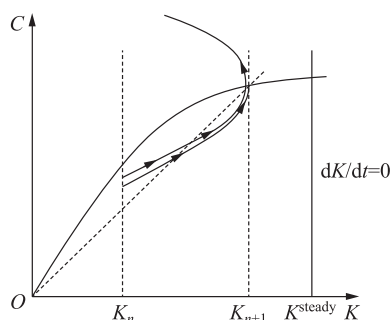


图 5 均衡不存在

都不是家庭效用最大化的结果。实际上,这就是市场均衡不存在的表现。

现对定理 1 的经济含义进行进一步分析。设技术革命发生时,周期增长路径的周期长度为 $T = t_{n+1} - t_n$ 。注意到未来的平均租金率

$$\frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} (r(t) + \delta) dt = \frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \alpha \left(B \frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} dt$$

在其他参数不变时, ξ 越大, $\frac{K_n}{K(t)} \in \left(\frac{1}{\xi}, 1 \right]$ 的平均值就越小,未来的平均租金率就越小,积累资本的边际收益就越小。因此, ξ 越大,积累资本的边际收益越小,家庭就越没有储蓄的意愿。当储蓄意愿低到一个程度时,技术革命就不会发生了。

从实际经济意义出发, K_n 由 (K_0, ξ) 决定,是由技术革命客观上所需要的技术积累确定的。 α 是生产函数中资本的份额, $\gamma = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha}$ 是技术进步中的连续

成分, δ 是资本折旧率。而 ξ_1 和 $\xi_2 = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} BL^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}}$ 却涉及 (ρ, B, L) 这三个并不是由技术条件决定的参数。当 $\xi_1 > \xi$ 时,市场均衡是实现技术革命的均衡。因此,在 (K_0, ξ) 不变的情况下, ξ_1 和 ξ_2 越大,越有可能能够实现技术革命。根

据定理 1, ξ_2 关于 ρ 单调递减, ξ_1, ξ_2 关于 B, L 单调递增。

参数 ρ 代表了经济中家庭的储蓄意愿, 家庭对未来的消费评价越高, 效用的贴现率 ρ 就越小。这一参数往往由社会文化确定, 其他参数不变时, ρ 越大, 储蓄意愿越强, 越有可能达到收敛到稳态的均衡而不是技术革命的均衡。

参数 L 代表了经济的规模。在内生经济增长中, 经济规模越大, 技术创新的动力就越强, 相同的劳动生产率水平下, 资本存量的规模越大, 技术革命的上限 ξ_1 就越大, 越有可能引起技术革命的质变。

参数 B 代表了经济效率。在这里, 技术转化的效率、资源配置的效率、市场运行的效率等因素都会影响到 B 。而 B 足够大时, 才能有技术革命的均衡发生。

考虑具有不同参数的经济体, 如不同国家。即使大家面临着同样的 ξ , 但因为其他参数的不同面对不同的 ξ_1 和 ξ_2 , 从而产生不同的经济增长的图景。对于 $\xi_1 < \xi$ 较小的国家, 他们处于不断进行技术革命、尽管波动但长期不断增长的均衡。对于 ξ_1 较大的国家, 均衡中没有技术革命发生, 即无法通过市场自身的力量实现技术革命, 可能需要政策的介入。当然, 除了在给定的参数条件下进行政策引导以外, 对经济效率 and 市场规模本身的培育也至关重要。提高市场运行的效率、降低交易成本、促进人口增长和人口质量的提高等政策, 都能对 B, L 起到促进作用, 从而促进技术革命在市场条件下发生。

一个特殊的情况是, 假设某个国家的市场效率即 B 不够大, 从而 ξ_1 和 ξ_2 不够大, 使得 ξ 落在了 ξ_1 和 ξ_2 之间。然而, 当 $\xi \in (\xi_1, \xi_2)$ 时, 经济是不存在市场均衡的。这时, 我们推测市场本身就要发生严重的不均衡和动荡, 这些动荡往往会导致生产力的破坏和市场效率的进一步恶化, 从而进一步降低 B 。直到 ξ_2 进一步缩小, 以至于 $\xi \geq \xi_2$ 时, 经济的均衡变为不进行技术革命的、收敛到某个稳态水平的均衡。那么, 这些经济体就终于恢复了“稳定”, 但是是增长停滞的一个“稳定”。反之, 如果在这一过程中政府能够通过政策工具引导人们的预期和投资行为, 那这种不存在均衡的情况就不会发生。

(四) 周期性波动

定理 1 说明, 在合适的参数条件下, 经济的均衡增长路径既包含周期性波动, 又表现出长期增长。这也是本文最感兴趣的均衡解, 下面着重分析这一市场均衡即周期增长路径(CGP)的特点。

1. 技术革命之间, 即 $t \in (t_n, t_{n+1})$

在本模型中, 在两次技术革命的间歇期, 系统运动方程由式(27)给出。随着资本的不断积累, 资本的边际收益(包括资本引起的知识外溢)递减, 从而消费增长率不断下降。这类似于拉姆齐模型的运动方程, 仅相差一个连续外溢系

数 γ 。特别的,如果没有连续外溢的部分,那么技术是恒定的,劳动生产率的提高仅仅是因为资本的积累而非技术的进步。因此,在技术革命的间歇期,经济按照相似于新古典模式的逻辑运行。

无论是在拉姆齐模型中,还是在本模型中,消费都是资本存量的一个政策函数,当期消费取决于当期资本存量。本文利用政策函数,记收敛到稳态的新古典路径(也就是俗称的“鞍轨路径”)为 $(C^{\text{Saddle}}(K^{\text{Saddle}}(t)), K^{\text{Saddle}}(t))$, 周期增长路径为 $(C^{\text{CGP}}(K^{\text{CGP}}(t)), K^{\text{CGP}}(t))$ 。依据式(28),可以看出各经济变量在技术周期内的波动特点,可概括为如下定理。

定理 2 在周期 $t \in (t_n, t_{n+1})$ 内,消费增长率逐渐下降;消费资本比 $\frac{C}{K}$ 先下降后上升,使得 $\frac{C(t_n)}{K(t_n)} = \frac{C(t_{n+1})}{K(t_{n+1})}$ 。对于每个资本水平 K , CGP 路径上的消费水平都高于收敛到稳态的新古典路径的消费 $C^{\text{CGP}}(K) > C^{\text{Saddle}}(K)$ 。当连续外溢部分 $\gamma = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} = 0$ 时,储蓄率 $s = \frac{Y - C}{Y}$ 在周期内下降。

证明请见附录。

上述定理的含义是直观的。首先,由于效率 B 是常数,资本积累导致资本的边际产出不断降低,利息率 $r = \alpha \left(\frac{BK_n}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta$ 逐渐下降,于是消费增长率不断下降。

再者,在连续外溢部分为 0 时^①,可以证明储蓄率在周期内呈现下降态势。这是因为消费更多取决于终身收入,其相对于瞬时收入较为平滑。而瞬时收入随技术周期发生较大的波动,在技术革命发生后,瞬时收入处于较高位置;在技术革命发生前夕,瞬时收入处于较低位置。因此,储蓄率也就是当期储蓄占当期产出的比重,因消费的平滑和产出的显著波动而产生较大幅度的波动。需要注意的是,这种储蓄行为并非最优的,因为家庭在进行储蓄决策时把技术革命的时间当成既定的,并没有考虑其储蓄多少会影响到后续技术革命的时间,这一点在后文和最优增长路径的对比中将变得更加清晰。

消费—资本比 $\frac{C}{K}$ 呈现出周期运动的形态,在周期内先下降后上升。这与新古典模式不同,新古典模式的消费资本比持续上升直到稳态。一个特别的情况是连续外溢部分为零,即 $\gamma = 0$ 的情况,此时全要素生产率 $(BK_n)^{1-\alpha}$ 是一个常

^① 也可以理解为企业个别资本的边际产出等于社会总资本对当期产出的连续的边际产出,即在周期内市场具有较高的效率时。

数。那么,市场的运动模式和新古典的运动模式相同,有 $r = \alpha \left(B \frac{K_n}{K} \right)^{1-\alpha} - \delta$, 即利息率等于资本的净边际产出,而消费和资本遵循新古典的运动方程

$$g_c = r - \rho, \quad \dot{K} = Y - \delta K - C$$

最后,周期行为与新古典模式不同的地方在于,若不发生技术革命,新古典增长路径 $(C^{\text{Saddle}}(K^{\text{Saddle}}(t)), K^{\text{Saddle}}(t))$ 收敛于稳态 $(C^{\text{steady}}, K^{\text{steady}})$; 而周期增长路径的消费大于新古典增长路径的消费,即 $C^{\text{CGP}}(K(t)) > C^{\text{Saddle}}(K(t))$ 。这是因为对于家庭来说,消费取决于预期的终身收入,而技术革命发生的路径上,终身收入更多,因此消费就更多。

2. 跨越技术革命

当技术革命发生时,即 t_n 处,经济从原技术周期跨越至新的技术周期。由角点条件可以分析各个经济变量此时的特点。

首先,由式(21)可知,总消费在此处得到平滑,即

$$C(t_n^+) = C(t_n^-)$$

而由式(24)可知,产出则因生产率的突变而提高,由生产函数有

$$\frac{Y^+}{Y^-} = \frac{K_n^{1-\beta}}{K_{n-1}^{1-\beta}} = \xi^{1-\beta}$$

消费连续意味着产出突变提高的部分全部变成了投资,即

$$I^+ - I^- = Y^+ - Y^-$$

并且投资的突变程度高于产出的突变程度,即

$$\frac{I^+ - I^-}{I^-} = \frac{Y^+ - Y^-}{I^-} > \frac{Y^+ - Y^-}{Y^-} = \xi^{1-\beta} - 1$$

同时,储蓄率也向上突变,

$$\frac{s^+}{s^-} = \frac{I^+/Y^+}{I^-/Y^-} > 1$$

这些结果的现实含义可以理解为对应着重大的技术革命发生后的经济在一段时间暴发出的相对繁荣。在关键技术取得突破后,全要素生产率短期大幅提高,这种生产效率的提高提升了资本的边际报酬,导致资本积累加速,即 $I^+ > I^-$, 而消费在技术革命前后是连续的,意味着消费的繁荣相对平缓,滞后于资本的快速积累。同时,投资的迅速增加也带动产出显著提升,整个经济表现出繁荣景象。

(五) 长期增长

在 CGP 上,尽管经济是波动的,总产出在平均意义上仍然可以表现出长期增长。因此,当 $\xi \in (1, \xi_1]$ 时,长期增长率 G 就是一个周期的平均增长率,考虑

周期 $t \in (t_n, t_{n+1})$, 即

$$G = \frac{\log \xi}{T} = \frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} (\alpha \left(B \frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho) dt \quad (31)$$

其中, ξ 是整个周期的增长幅度, $T = t_{n+1} - t_n$ 是周期长度。上式第二个等号的来源是, 在 CGP 上, 经济的平均增长率比和消费的平均增长率相等, 上式最后一项即为消费的平均增长率。

式(31)中, 技术-资本比 $\frac{K_n}{K(t)} \in [\xi^{-1}, 1]$ 。注意到 $K_n = K_0 \xi^n$ 。因此, K_0 不变的情况下, ξ 越大, $\frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left(\frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} dt$ 越小。反过来, 如果 $K_0 \xi$ 不变, $1 \leq \frac{K_n \xi}{K(t)} \leq \xi$, ξ 越大, $\frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left(\frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} dt$ 越大。在其他参数 $(\alpha, \beta, B, L, \rho, \delta)$ 不变时, $\frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left(\frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} dt$ 越大, 长期增长率 G 越大。特别地, 如果 (K_0, ξ) 使得 $\frac{1}{T} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left(\frac{K_n}{K(t)} \right)^{1-\beta} dt$ 不变, ξ 增大, 那么长期增长率 G 不变, 而增长幅度 ξ 变大, 于是周期长度 $T = \frac{\log \xi}{G}$ 增大。

在实际经济中, 若 $(K_0, \xi, \alpha, \beta, \delta)$ 给定, 则不同经济体间的区别在于参数 (B, L, ρ) 。这时, 长期增长率 G 关于经济效率 B 和规模 L 单调递增, 说明效率越高, 经济的长期增长率就越高; 经济规模越大, 研发的溢出效应就越强, 长期增长率越高。同时, 长期增长率 G 关于效用贴现率 ρ 单调递减。并且, 因为 ξ 不变, G 越大, T 就越小, 即周期的长度随着长期增长率增加而减小。

仅就 CGP 路径而言, 本模型的长期平均增长性质和 Romer(1986)模型的性质非常接近。但本模型中的经济增长还伴随着周期性波动。另外一个重要的不同在于“是否能实现长期增长”, 这同样由效率和经济规模导出。结合定理 1 可知, 只有效率和经济规模足够大, 经济才能维持长期增长, 否则经济就会收敛到稳态, 甚至出现不存在均衡的情况。其中, 当 $\xi \geq \xi_2$ 时, 均衡是收敛到稳态的拉姆齐增长路径, 长期增长率

$$G = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\log Y(t) - \log Y(0)}{t} = 0$$

即收敛到 0^①。

① 进一步分析可知, 这里表现出一个有趣的“相变”过程。经济的长期增长率在 B 足够大时是严格正的, 随着 B 的减小而减小; 在 B 下降到低于某个值 $\underline{B} > 0$ 后, 经济的长期增长率突然变为 0。在这中间, 有许多长期增长率的值是无法被取到的。

四、最优路径与市场失灵

探讨了市场均衡的性质之后,本节研究最优解的性质,并分析市场均衡和最优增长路径之间的区别与联系。

(一) 中央计划者问题

在市场经济中,每个家庭的决策都对其他家庭有外部性,除了知识外溢的连续部分类似 Romer(1986),家庭的资本存量水平会改变社会当期的技术水平外(即这里的连续性技术进步),这里家庭的资本存量还会影响到下一次技术革命时间的早晚。后一种外部性在每个技术周期的内部都无法体现,只有在技术革命的时候才会表现出来。为了分析市场均衡的福利性质,需求解社会最优路径,即中央计划者问题。

不同于市场均衡,中央计划者不再视技术革命的时间为既定的,而是可以通过改变资本存量进行调整的,因此是内生的。中央计划者直接将产出在消费和投资中进行分割,最优化问题为

$$\begin{aligned} V(K^0, t_0) &= \max_{C(t)} \int_{t_0}^{+\infty} e^{-\rho t} \log C(t) dt \\ \text{s. t. } \dot{K}(t) &= K(t)^\beta (BK_n)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta K(t) - C(t), \\ K &\in [K_n, K_{n+1}) \\ K(t_0) &= K^0 \end{aligned} \quad (32)$$

其中, $Y = K^\beta (BK_n)^{1-\beta} L^{1-\alpha}$ 是总产出。注意上式和市场均衡中家庭面临的问题(14)类似,仍然是一个不连续路径下的优化问题。但现在的约束条件和家庭面临的约束条件(12)相比较,连续区间的表述由 $t \in [t_n, t_{n+1})$ 变成了 $K \in [K_n, K_{n+1})$, 因为现在 t_n 是可变的。

用类似上一节的技术,先解中央计划者问题在角点处的行为。设第 n 次技术革命前的效用为

$$\begin{aligned} W(K^0, t_0; K(t_n), t_n) &= \max_{c(t)} \int_{t_0}^{t_n} e^{-\rho t} \log C(t) dt \\ \text{s. t. } \dot{K}(t) &= K(t)^\beta (BK_n)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta K(t) - C(t), \\ K &\in [K_n, K_{n+1}) \\ K(t_0) &= K^0 \\ K(t_n) &= K_n \end{aligned} \quad (33)$$

则计划者在考虑第 n 次技术革命发生前后的安排时,面临如下问题:

$$V(K^0, t_0) = \max_{t_n, K(t_n)} W(K^0, t_0; K(t_n), t_n) + V(K(t_n), t_n) \quad (34)$$

$$\text{s. t. } K(t_n) = K_n$$

这里和市场解中家庭问题(18)相比, t_n 不再是外生的, 而这里受到约束的是第 n 次技术革命发生时的社会总资本存量 $K(t_n) = K_n$ 。上述问题的一阶条件为

$$\frac{\partial}{\partial t_n} W(K^0, t_0; K(t_n), t_n) + \frac{\partial}{\partial t_n} V(K(t_n), t_n) = 0 \quad (35)$$

写成拉格朗日函数后,

$$\mathcal{L} = W(K^0, t_0; K(t_n), t_n) + V(K(t_n), t_n) + \theta(K(t_n) - K_n)$$

其中 θ 是角点约束的影子价格, 根据包络定理, 这一影子价格反映了积累资本对技术革命的促进作用。可以得到计划者在角点附近关于积累资本的一阶条件

$$\frac{\partial}{\partial K(t_n)} W(K^0, t_0; K(t_n), t_n) + \frac{\partial}{\partial K(t_n)} V(K(t_n), t_n) + \theta = 0 \quad (36)$$

本文称式(35)为中央计划者问题(最优路径)的角点条件。最优路径和市场均衡的角点决策有关键性区别。最优路径上, 技术革命何时到来由积累决策决定; 而在市场均衡中, 技术革命何时到来是外生于每个家庭的, 由整个经济的均衡状态决定。在市场均衡中, 家庭积累资本的收益仅仅考虑资产数量变化改变未来收入而影响未来的消费; 而在最优路径中, 积累资本不仅考虑这一方面, 还要考虑到资本增加可以促进技术革命更早的到来^①。因此, 尽管两种情况下, 投资的边际成本都是抑制当前消费, 但由于最优路径中投资的边际收益更高, 所以更有动力进行储蓄和积累。

式(35)说明, 最优路径需要仔细权衡技术革命到来的时间, 即让技术革命早一点或晚一点到来的边际收益和边际成本相等。技术革命早一点到来(即 t_n 减小一点), 会增加技术革命后的效用, 减小技术革命前的效用。因此, 提前技术革命时间的边际收益和边际成本为

$$\text{MR}_{t_n}^{\text{planer}} = \frac{\partial}{\partial (-t_n)} V(K(t_n), t_n), \text{MC}_{t_n}^{\text{planer}} = -\frac{\partial}{\partial (-t_n)} W(K^0, t_0; K(t_n), t_n)$$

边际收益和边际成本相等即构成了式(35)中的角点条件。

在每一个技术周期内, 即 $t \in (t_n, t_{n+1})$, 中央计划者问题为传统的连续时间优化问题, 利用其一阶条件, 可以将角点条件(35)化简为

$$\log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^-) - \delta K(t_n)}{C(t_n^-)} = \log C(t_n^+) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n)}{C(t_n^+)} \quad (37)$$

① 这一收益由技术革命(即角点约束)的影子价格 θ 给出, 并表现为计划者积累资本的一阶条件(36)。

并得到欧拉方程

$$\frac{\dot{C}}{C} = \beta \left(B \frac{K_n}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho, \quad \forall t \in (t_n, t_{n+1}) \quad (38)$$

与横截条件

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\rho t} \frac{K(t)}{C(t)} = 0 \quad (39)$$

由于技术外溢(连续外溢部分)的存在,一个技术周期内最优解的欧拉方程(38)和市场解(27)也略有区别。最优解若收敛到稳态,其稳态资本存量为

$$K_{\text{planer}}^{\text{steady}} = \left(\frac{\beta}{\delta + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} K_n B L^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}}$$

和市场解也略有区别。

(二) 市场的短期有效和跨期无效

由最优化问题(34)中的初始条件和资本积累方程、欧拉方程(38)、角点条件(37)和横截条件(39)可得,最优路径的方程为

$$\begin{cases} \frac{\dot{C}}{C} = \beta \left(\frac{K_n B}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho, \\ \dot{K} = K^\beta (K_n B)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta K - C \end{cases} \quad K \in [K_n, K_{n+1}) \quad (40)$$

$$\log C(t) + \frac{Y(t) - \delta K(t)}{C(t)}, \quad K(t) \text{ 关于时间连续} \quad (41)$$

$$K(t_0) = K^0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\rho t} \frac{K(t)}{C(t)} = 0 \quad (42)$$

以上和市场解(27)(28)相比,有两个重要区别:

(a) 由于社会总资本对技术有连续的外溢,因此市场均衡中的利息率不大于最优解下社会总资本的边际净产品,即

$$r = \alpha \left(\frac{K_n B}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta \leq \beta \left(\frac{K_n B}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta$$

当连续外溢部分 $\gamma = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} = 0$, 即 $\beta = \alpha$ 时,二者相等。

(b) 角点条件不同,在技术革命时市场解中消费连续,而最优解中变量 $\log C(t) + \frac{Y(t) - \delta K(t)}{C(t)}$ 是连续的,因而消费不连续。

在市场均衡中,家庭在技术周期内的资本积累都对技术革命的发生有外部性,下面进一步考察这一外部性带来的影响。在考虑技术革命前后的决策时,回顾式(17),家庭积累资本的边际收益为 $\frac{\partial}{\partial k_n} v(k_n)$ 。而由式(36),计划者积累

资本的边际收益^①为 $\frac{\partial}{\partial K(t_n)} V(K(t_n), t_n) + \theta$ 。其中, $v(\cdot)$ 、 $V(\cdot)$ 分别为当次技术革命发生以后的效用, 而 θ 项是积累资本对技术革命产生的边际效用。可见计划者积累技术的边际收益包括更多, 更有动机在技术革命前积累更多资本, 以促进技术革命的来临。于是, 技术革命的外部性就体现在两者不同的角点条件上。考察最优解在角点前后的消费, 由式(37)可得, 在最优解中^②,

$$C(t_n^+) > C(t_n^-) \quad (43)$$

即消费发生突变性增加。这说明最优路径将消费的增加压缩在较短的时间内, 也就是将突变前的消费抑制在一个较低的水平, 这当然是为了在突变前积累更多资本, 以促进技术革命的来临。进而有以下命题。

命题 1 若市场均衡存在。对于相同的资本存量 $K(t)$, 市场均衡的消费量总是大于最优的消费量。

证明见附录。

上述命题表明, 市场均衡的过度消费导致了其资本积累低于最优资本积累, 长期增长率低于最优增长率。这就是市场的长期无效率, 或者说跨技术周期的无效率。

因为社会总资本对技术连续变化的外溢在 Romer(1986) 中已经有详细的讨论, 这里集中探讨知识外溢对技术革命的影响, 为此令 $\gamma=0$ 。这时, 无论是市场均衡还是计划解, 在一个技术周期内的某一点附近, 产品的跨期替代率都是

资本的边际净产出 $MPK = \frac{\partial}{\partial K} (Y - \delta K)$ 。消费在这一点跨期行为为欧拉方程

$$\frac{\dot{C}}{C} = MPK - \rho$$

此时, 在技术周期内部的每个时间点上, 市场和计划都具有相同的一阶条件, 即资本边际产出导出的欧拉方程。因此, 市场均衡在技术周期内的每个瞬间都是有效的; 但仍然有长期无效的性质。

在最优路径上, 由于消费会在技术革命附近向上突变, 经济的长期增长率 G^{op} 不能简单地用消费在技术周期内的连续部分的平均增长率来替代。实际上,

$$\log \xi = \log \frac{C(t_n^+)}{C(t_{n-1}^+)} = \log \frac{C(t_n^+)}{C(t_n^-)} + \int_{t_{n-1}}^{t_n} MPK(t) - \rho dt$$

① 这在量上不同于计划者提前技术革命时的边际收益。

② 推导见附录 A。

经过简单的推导,可以进行估计,将长期增长率限制在一个区间内,

$$\frac{1}{\xi^{1-\beta}} B^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho \leq G^{\text{op}} \leq B^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho$$

且可以发现长期增长率所在的区间关于 B 、 L 单调递增,关于 ρ 单调递减^①。

(三) 赶工效应

最优解相比于市场均衡,不仅是整体储蓄水平不同,而且经济波动的形态也有不同。

命题 2 若 $\alpha = \beta, \xi \leq \xi_1$, 在技术周期内部,市场均衡的储蓄率单调递减,最优解的储蓄率水平先减后增或持续增大。技术革命前后,市场均衡的储蓄率水平向上突变,最优解的储蓄率水平向下突变。

证明见附录。

如图 6 所示,在一个技术周期的末端,市场均衡倾向于平滑消费。由于产出和家庭收入是突变增加的,储蓄率会在技术革命发生后突变提高,技术革命的收益几乎全部用于储蓄;相应地,这意味着在技术革命前夕,储蓄率可能很低。新增的储蓄完全是因为技术革命发生后家庭收入的提高,本文将此称为技术革命的事后“红利效应”。

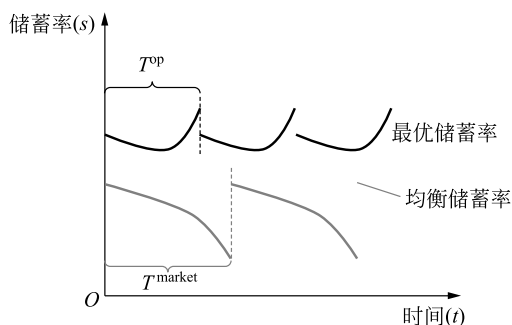


图 6 储蓄率对比 ($\gamma=0$ 的情况下)

然而,在计划解中,储蓄率会在技术革命发生后突变降低。相比于市场均衡,计划解在整个路径都具有更高的储蓄率。因此这意味着技术革命前夕,计划解的储蓄率可能非常高,并且刚刚经历了一段时间的上涨;在较短的时间内,消费是被抑制的,资源被集中用于投资以突破技术革命。

这是因为中央计划者考虑到技术革命即将来临,加快积累资本对技术革命

^① 特别地,关于相变现象,计划解和市场解不同的是,随着 B 的变化,市场解的正的长期增长率有一个的正的下限 $\underline{G}$, 即 $G \geq \underline{G} > 0$; 而计划解的长期增长率则可以在 $[0, +\infty)$ 之间连续的取到。

的来临有很大促进。如果积累资本的时间过早,那么消费过早被抑制,资本的边际产出也会过快下降,不利于整个社会福利。而且今天的消费比明天的消费在效用函数中更重要,因此,最优路径要求在技术革命前夕加快积累脚步。本文将这种机制称作事前的“赶工效应”。通俗地讲,这正如学生会会在考试前几天进行突击复习,而不是将复习时间平均安排在平时一样。这与市场解中只有“红利效应”,没有“赶工效应”形成了鲜明对比。

(四) 市场失灵：技术革命“应有却无”

最优解的性质的逻辑在于,如果技术革命有好处,那么就积累到技术革命;如果技术革命没有好处,那么就不进行技术革命。特别地,如果稳态不在技术周期内,即 $K_{\text{planer}}^{\text{steady}} > \xi K_0$, 那么最优解一定会进行技术革命。进而可证明以下定理。

定理 3 设 $\alpha B^{1-\beta} L^{1-\alpha} > \delta + \rho$ 。对于中央计划者问题,存在参数 ξ_3 , 使得 $\left(\frac{1}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} BL^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}} > \xi_3 > \xi_2 = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} BL^{\frac{1-\alpha}{1-\beta}}$, 且

- (a) 若 $\xi \in (1, \xi_3]$, 最优解是不断进行技术革命的周期增长路径;
- (b) 若 $\xi \in (\xi_3, +\infty)$, 最优解不进行技术革命且资本收敛到稳态 $K_{\text{planer}}^{\text{steady}}$ 。

证明见附录。

结合定理 1 和定理 3, 这里可以注意到如下事实, 如图 7 所示。



图 7 最优解和市场均衡的对比

(a) 若 $\xi > \xi_3$, 市场均衡存在, 计划解和市场均衡都不进行技术革命。这时, 模型的结果实际上等价于含知识外溢但不足以维持长期增长的拉姆齐模型。如果知识的连续外溢部分为 0, 那么计划解和市场解完全相同, 市场均衡对技术革命和经济周期的影响不会体现出来——经济实际上总在一个技术周期内运行。

(b) 若 $\xi \leq \xi_1$, 那么市场均衡存在, 且不断进行技术革命。计划解也不断进行技术革命。关于这种情况下市场均衡与最优解的区别, 稍后进行详细论述。

(c) 若 $\xi_1 < \xi < \xi_3$, 那么最优路径上将进行技术革命。但此时市场均衡不进行技术革命, 这是市场失灵的表现。其中, 若 $\xi \in [\xi_2, \xi_3]$, 市场会选择一个收敛

到稳态的均衡;若 $\xi \in (\xi_1, \xi_2)$, 市场均衡不存在。

可见,市场失灵并不仅是简单的市场积累不足和增长率低于最优的问题。市场失灵的核心问题在于,在最优解发生技术革命的情况下,市场均衡却往往不能发生技术革命,即技术革命表征为“应有却无”。在这种情况下,尽管经济应该继续向前发展、发生技术革命,从而突破原有生产力水平的桎梏;但是由于市场中各个主体不能将技术革命的时间内生决策,且缺乏一个有为政府的集中领导,分散化的市场均衡最终只能陷于发展停滞的陷阱。

那么,想要校正市场失灵,政府就必须作为一个积极的行动主体,将技术革命发生的时间作为内生变量进行决策,围绕技术革命的发生采取种种措施。这至少涉及预期政策和激励政策两个方面的内容,首先,因为市场均衡体现了相关主体预期的自我实现,这表明市场对长期经济发展的信心不足。这时,政策的长期规划目标需要给市场建立长期增长的均衡的信心,让市场相信能够在合适的时间跨越技术周期。再者,此时仅靠规划目标和市场预期可能还不足以做到技术革命,还需要有切实的激励政策手段,如对积累或技术进行补贴等来实现目标^①。

五、小结

本文建立了一个将技术革命纳入内生增长的基本框架。本文模型中,社会总资本存量通过知识溢出,决定技术进步,技术进步分为连续和突变两个部分,后者用于描述技术革命,决定了经济发展的阶段性。在一个技术周期内部,技术进步只由连续的技术进步决定,因此市场均衡中家庭积累资本的边际收益和最优路径上积累资本的边际收益仅相差连续外溢的部分;特别地,如果连续的外溢部分为0,那么家庭决策的一阶条件是最优的。然而,对于家庭来说,技术革命的来临是全社会决策的结果,外生于单个家庭的决策。因此,在技术革命发生前后,家庭决策只考虑技术革命后收入大幅提高的“红利效应”;而不能考虑到为了促进技术革命来临,需要提前增加储蓄和投资的“赶工效应”。这导致家庭的角点条件不是最优的,从而造成市场在长期无效率。

对于典型的技术革命间歇式发生的市场均衡路径,即文中 $\xi_1 \geq \xi$ 时,家庭

^① 这在一定程度上可以解释中等收入陷阱。对于发展中国家来说,技术革命以及其带来的长期增长必然是最优的决策。但是,如果没有一个有为政府采取恰当的手段,而是放任市场自行运转,那么市场会选择走向收敛的均衡,表现为新古典增长的范式。拉美国家受新自由主义的影响而选择极度削弱政府,最终就只能放任市场的失灵,使经济陷入停滞状态。只有政府作为主体积极推动技术革命,推动产业升级、结构转型和培育创新能力,最终实现经济增长模式的转变、参与到技术革命的浪潮中,才能从中等收入陷阱中脱离。

的储蓄水平在每个发展阶段都低于社会最优储蓄水平。市场均衡仅具有技术革命的事后“红利效应”,不具有最优解中的事前“赶工效应”,储蓄水平在技术周期内部单调下降。这不同于最优解中的储蓄水平先降低后提高,并在技术革命即将来临之时集中资源促进技术革命来临。更严重的市场失灵在于 $\xi_1 < \xi < \xi_3$ 时,此时市场不存在发生技术革命的均衡。如果存在稳态均衡,市场会选择停留在稳态均衡,而最优解是不断进行技术革命;如果不存在稳态均衡,市场均衡不复存在。

本文的研究表明,在纳入技术革命时,市场失灵的后果相对于现有内生增长模型更为严重,不仅会影响到渐进式技术进步,更重要的是影响到技术革命的发生与否和发生时间的分布;而从长期增长的动力来看,技术革命的发生相对于渐进式技术进步更为本质和重要。市场失灵不仅可能造成长期增长速度的减慢,也可能造成长期增长难以发生。

因此,本文的结论有重要的政策含义。当前,人类正处于以数字技术和人工智能为代表的新技术革命的关键时期,通过发展新质生产力推动高质量发展是中国实现中长期发展目标的关键。中国作为一个经济大国,历史上多次与重大技术革命擦肩而过,现在第一次得以深度参与和引领新技术革命,并以加快发展新质生产力为政策主旨来推动技术革命的浪潮。而技术革命与产业革命恰恰又是由全社会各个参与主体共同努力而完成的,对于任何一个市场决策者来说,技术革命的时间是外生的。因此,自发形成的市场均衡存在失灵。

本文的研究表明,政策应该将重大技术革命的发生时间纳入考量,主动推动新质生产力的加快发展,加强科技创新,使原创性、颠覆性科技创新成果涌现并落地到产业革命当中去。从具体的政策措施来讲,基础研究和基础研究成果向应用的转化、传统产业的改造、新兴产业的发展以及未来产业的建设,都是重大技术革命的关键环节。对于这些环节,政府应鼓励基础研发,完善现代化产业体系,协调科技创新与产业链各个环节的良性协同发展,必要时予以税收优惠或补贴扶持,通过各种措施培育发展新质生产力。同时,政策应该重视确立明确的长期发展目标,引导市场形成正确的预期,努力让市场均衡确定在技术革命能够发生,发生时间接近社会最优的路径附近,引导市场主体适应技术革命周期,积极参与“赶工效应”的投资积累。当然,政府和技术革命过程中的主要作用在于集中领导、协调社会的各参与方,高效推进技术革命的实现;而技术革命过程中的创新活动是由社会的各参与方本身形成的,政府也应为各个参与方提供一个良好的创新的政策环境,控制政策的合理限度以保证政策不受寻租等问题的干扰而影响效果,促进各个产业的协同配套发展而不是局限在某一产业中。

本文的研究还存在一些明显的不足之处。本文仅考虑了确定性的技术革命的情况,没有考虑随机性和更加丰富的转移动态。本文在理论层面上重点关注了技术进步带来的宏观作用,因此没有引入传统宏观经济解释经济周期时采用的金融摩擦、货币政策和财政政策等因素。现实经济中这些都会影响经济周期的波动范围与持续时间,未来需要在更为复杂的经济环境中,进一步分析技术进步产生的宏观作用。本文仅对技术革命作了理论分析,没有进行严格的经验研究。未来可以进一步运用时间序列的谱分析技术,分析关键宏观变量,如工作时间、失业率和产能利用率,识别出中国宏观经济周期性的典型事实,比照当时的技术特性进行分析,有利于提高出台产业政策、创新政策和宏观政策的科学性。这些不足之处可以作为未来进一步的研究方向。

附录 A 部分最优化条件推导

1. 有限时间内的 HJB 方程和一阶条件

由最大化原理,

$$w(k^0, t_0; k, t) \geq w(k^0, t_0; k', t') + \int_{t'}^t e^{-\rho t} \log c(t) dt, \quad \forall t' < t, \forall c(t)$$

因此

$$0 \geq \int_{t'}^t e^{-\rho t} \log c(t) dt - (w(k^0, t_0; k, t) - w(k^0, t_0; k', t'))$$

求极限,可以得到 HJB 方程

$$0 = \max_c \{ e^{-\rho t} \log c - (rk + wL - c) \frac{\partial}{\partial k} w(k^0, t_0; k, t) - \frac{\partial}{\partial t} w(k^0, t_0; k, t) \}$$

和相应的一阶条件

$$\frac{\partial}{\partial k} w(k^0, t_0; k, t) = - \frac{e^{-\rho t}}{c(t)}$$

2. 家庭在连续区间的条件推导

家庭在连续区间内的 HJB 方程为

$$0 = \max_c \{ e^{-\rho t} \log c + (rk + wL - c) \frac{\partial}{\partial k} v(k, t) + \frac{\partial}{\partial t} v(k, t) \}, \quad t \in (t_n, t_{n+1})$$

其一阶条件为

$$\frac{\partial}{\partial k} v(k, t) = \frac{e^{-\rho t}}{c(t)}, \quad r \frac{\partial}{\partial k} v(k, t) + \dot{k}(t) \frac{\partial^2}{\partial k^2} v(k, t) + \frac{\partial^2}{\partial t \partial k} v(k, t) = 0$$

进而可以得出增长理论中常见的欧拉方程,即式(20)

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = r(t) - \rho, \quad \forall t \in (t_n, t_{n+1})$$

利用上述 HJB 方程一阶条件,可得出在角点 t_n 两侧有

$$\frac{\partial}{\partial k_n} v(k_n, t_n) = \frac{e^{-\rho t_n}}{c(t_n^+)}$$

$$\frac{\partial}{\partial k_n} w(k^0, t_0; k_n, t_n) = -\frac{e^{-\rho t_n}}{c(t_n^-)}$$

因此,结合上式,角点条件式(16)意味着式(21)

$$c(t_n^+) = c(t_n^-)$$

3. 计划解连续区间条件推导

在计划解中,HJB 方程为

$$0 = \max \{ e^{-\rho t} \log C + (Y - \delta K - C) \frac{\partial}{\partial K} V(K, t) + \frac{\partial}{\partial t} V(K, t) \}$$

可知在 t_n 处有

$$\frac{\partial}{\partial t_n} W(K^0, t_0; K(t_n), t_n) = e^{-\rho t_n} \left(\log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^-) - \delta K(t_n) - C(t_n^-)}{C(t_n^-)} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t_n} V(K(t_n), t_n) = -e^{-\rho t_n} \left(\log C(t_n^+) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n) - C(t_n^+)}{C(t_n^+)} \right)$$

代入式(35),可知角点条件为式(37)

$$\log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^-) - \delta K(t_n)}{C(t_n^-)} = \log C(t_n^+) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n)}{C(t_n^+)}$$

由 HJB 方程的一阶条件,我们同样可以得到每个技术周期内的欧拉方程,即式(38)

$$\frac{\dot{C}}{C} = \beta \left(B \frac{K_n}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-\alpha} - \delta - \rho, \quad \forall t \in (t_n, t_{n+1})$$

4. 式(43)的推导

由式(35)

$$\begin{aligned} \log C(t_n^+) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n)}{C(t_n^+)} &= \log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^-) - \delta K(t_n)}{C(t_n^-)} \\ &= \log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n)}{C(t_n^-)} - (\xi^{1-\beta} - 1) \frac{Y(t_n^-)}{C(t_n^+)} \\ &< \log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n)}{C(t_n^-)} \end{aligned}$$

而 $\log C + \frac{Y - \delta K}{C}$ 在区间 $C \leq Y - \delta K$ 上关于 C 单调递减,因为其导数

$$\frac{\partial}{\partial C} \left(\log C + \frac{Y - \delta K}{C} \right) = -\frac{Y - \delta K - C}{C^2} < 0$$

而 $C(t_n^+) < Y(t_n^+)$, $C(t_n^-) < Y(t_n^-) < Y(t_n^+)$ 。因此,由单调递减,

$$\log C(t_n^+) + \frac{Y(t_n^+) - \delta K(t_n)}{C(t_n^+)} < \log C(t_n^-) + \frac{Y(t_n^-) - \delta K(t_n)}{C(t_n^-)}$$

意味着

$$C(t_n^+) > C(t_n^-)$$

附录 B 有关定理的证明

根据市场均衡的方程(28)

$$\dot{K} = K^\beta (BK_n)^{1-\beta} L^{1-a} - \delta K - C$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = \alpha \left(\frac{BK_n}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-a} - \delta - \rho$$

令

$$x = \frac{C}{K}, \quad y = \left(\frac{BK_n}{K} \right)^{1-\beta} L^{1-a}$$

在周期内,有

$$g_y = \frac{\dot{y}}{y} = -(1-\beta)(y - \delta - x) \quad (44)$$

$$g_x = \frac{\dot{x}}{x} = x - (1-\alpha)y - \rho \quad (45)$$

且在一个周期的开始, $K = K_n$, 于是

$$y(t_n) = y_0 = B^{1-\beta} L^{1-a}$$

在周期的结束, $K \rightarrow K_{n+1}$, 于是

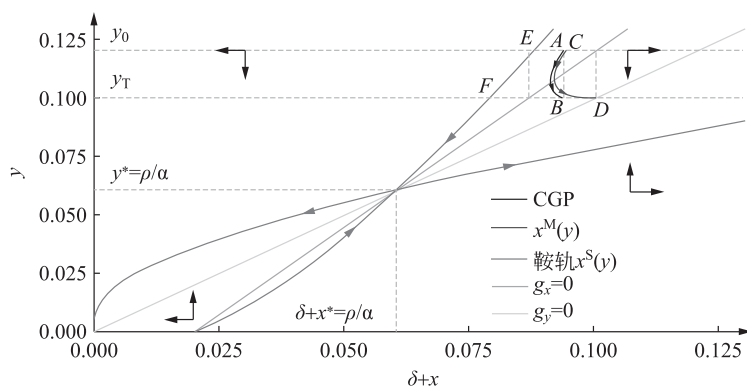
$$y(t_{n+1}^-) = y_1 = (\xi^{-1} B)^{1-\beta} L^{1-a}$$

角点条件意味着 $x(t)$ 始终是连续的, 而 $y(t)$ 会在周期内递减、跨周期时突变提高。那么, 从 t_n 到 t_{n+1}^- , $x(t_n) = x_n$ 是第 n 次技术革命发生时的这一变量。周期增长路径当且仅当 $x_{n+1} = x_n$ 。上述系统中 x 是控制变量, y 是状态变量。用政策函数表示的话, 可以将控制变量表示为状态变量(而非时间)的函数, 即 $x(y)$ 。在本附录中, 除个别情况仍用时间进行表示外, 都使用政策函数来表示。

上述系统可用 $y - (\delta + x)$ 空间的相位图(见图 A1)来表示, 其中 $g_y = 0$ 和 $g_x = 0$ 两条直线将第一象限区分为四个区间, 周期增长路径意味着系统在 $y = y_0$ 和 $y = y_1$ 两条水平线之间运行。如不考虑技术革命, 那么收敛到稳态的路径为 $x^s(y)$ 。

证明定理 1 的步骤由如下部分组成:

1. 若 $\dot{K}(t) < 0$ 在某个时刻成立, 那么一定违反无庞氏条件。

图 A1 x - y 相图

2. 若 $K^{\text{Steady}} \in (K_n, K_{n+1})$, 那么不存在周期增长路径。

3. 周期增长路径至多唯一。这一点需要通过两个周期的差值 $\log x_{n+1} - \log x_n$ 关于初始值 x_n 的单调性证明。

4. 周期增长路径存在的充要条件; 以上四个部分均可参见 Liu and Liu (2022) 提供的证明。

5. 利用周期增长路径的充要条件, 证明 ξ 越大, 越不可能发生技术革命 (存在某个临界值 ξ_1), 并证明临界值 ξ_1 关于 B 、 L 单调递增。

引理 1 当 $x(t) > y(t) - \delta$ 对某个 t 成立时, 这一路径的资本存量将不断减小, 从而违反无庞氏条件。

证明: 由相位图可知, 此时对应于 $g_y = 0$ 右侧的区间, 即随着 $t \rightarrow +\infty$, $y \rightarrow +\infty$, 即 $K \rightarrow 0$ 。由式 (27) 可知, 利润 $r \rightarrow +\infty$, 显然 (14) 中的横截性条件将被违反。

于是, 我们可以专注于研究 $x(t) \leq y(t) - \delta$ 始终成立的那部分路径。

引理 2 当 $\xi \geq \xi_2$ 时, 周期增长路径不存在

证明: 假设周期增长路径存在。一个周期增长路径应该在图中从上方向下方运动, 并从 $y = y_0$ 上出发抵达 $y = y_1$, 并且周期初和周期末的横轴坐标相同 (如图 4 中 A-B 曲线所示), 一个周期结束进入下一个周期后又重复此路径。引理 1 已经说明, 这样一条路径一定在 $x + \delta = y$ 线的左上方。同时, 此路径一定会经过 $x = (1 - \alpha)y + \rho$ 的右下方, 因为否则路径一直在 $g_x = 0$ 左方, 即 $x \rightarrow 0$, 也即 $C \rightarrow 0$, 显然这不可能是最优路径。

当 $\xi \geq \xi_2$ 时, $y_1 \leq y^*$ 。上述分析说明周期增长路径一定会到达 $g_y = 0$ 即 $x(t) = y(t) - \delta$ 直线下方, 这和引理 1 矛盾。这样一来, 定理 1(c) 部分得证。

引理 3 当 $\xi < \xi_2$ 时, 周期增长路径是至多唯一的。

证明:我们首先证明周期增长路径的唯一性。注意到

$$\frac{d \log x}{d \log y} = \frac{y \dot{x}}{x \dot{y}} = \frac{x - (1 - \alpha) y - \rho}{-(1 - \beta)(y - \delta - x)}$$

由微积分基本定理,由于 $y_1 < y_0$,

$$\log x_{n+1} - \log x_n = \int_{\log y_0}^{\log y_1} \frac{d \log x}{d \log y} d \log y = \int_{\log y_1}^{\log y_0} - \frac{d \log x}{d \log y} d \log y$$

由于

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[- \frac{d \log x}{d \log y} \right] = \frac{\alpha y - \delta - \rho}{(1 - \beta)(y - \delta - x)^2} > 0$$

因此, $\log x_{n+1} - \log x_n$ 随 x_n 增大而增大。

如果周期增长路径不存在,那么这种情况不需要证明。如果周期增长路径存在,即此路径上有 $x_{n+1}^{\text{CGP}} = x_n^{\text{CGP}}$,那么任取

$$x_n > x_n^{\text{CGP}}, \quad \log x_{n+1} - \log x_n > \log x_{n+1}^{\text{CGP}} - \log x_n^{\text{CGP}} = 0$$

对于 $x_n < x_n^{\text{CGP}}$ 同理。因此不存在第二个周期增长路径。

引理 3 的图像如图 A2 所示。

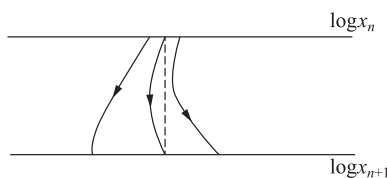


图 A2 唯一性

引理 4 考虑路径一个周期内的路径 $x^M(y)$ 使得 $x_{n+1}^M = y_1 - \delta$, 周期增长路径存在当且仅当 $x_{n+1}^M \geq x_n^M$ 。

证明:由相图分析可知,收敛到稳定点 (x^*, y^*) 的鞍轨路径 $x^S(y)$ 满足 $x_{n+1}^S < x_n^S$ 。而由引理 1, $\sup(x_{n+1}) = y - \delta$, 因此由引理 3 的证明可知,没有一条路径可以在 $x^M(y)$ 的右侧。因此,任何一条路径,都必须满足 $x_n \leq x_n^M$ 。

若 $x_n^M > x_{n+1}^M$, 那么 $x_n \leq x_n^M$ 意味着

$$\log x_{n+1} - \log x_n \leq \log x_{n+1}^M - \log x_n^M < 0$$

不存在周期增长路径。

若 $x_n^M \leq x_{n+1}^M$, 那么由于 x_{n+1} 关于 x_n 是连续变化的(由微分方程关于参数的连续性可知), 而 $x_n^S > x_{n+1}^S$, 由介值定理, 存在某个 x_n^{CGP} 使得 $x_n^{\text{CGP}} = x_{n+1}^{\text{CGP}}$ 。

周期增长路径存在的情况和不存在的分别如图 A3、A4 所示。

引理 5 若某个 ξ^* 使得 $x_n^M(\xi^*) = x_{n+1}^M(\xi^*) = y_1(\xi^*) - \delta$, 那么 $\forall \xi > \xi^*$, 对应的 $y_1(\xi) - \delta = x_{n+1}^M(\xi) < x_n^M(\xi)$; $\forall \xi < \xi^*$, 对应的 $y_1(\xi) - \delta = x_{n+1}^M(\xi) >$

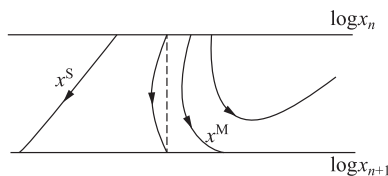


图 A3 存在周期增长路径的情况

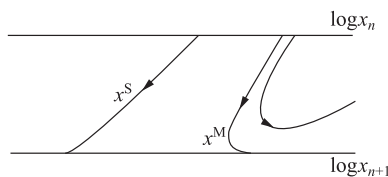


图 A4 不存在周期增长路径的情况

$x_n^M(\xi)$ 。进一步,周期增长路径存在当且仅当 $\xi \leq \xi^*$ 。

证明:首先, $x_{n+1}^M(\xi)$ 关于 ξ 单调递减。

取 $z = x + \delta - y < 0$, 由 z 取代 y 作为状态变量以接纳参数的变化。那么由式(44)及(45)有

$$\frac{dx}{d\log y} = \frac{x d\log x}{d\log y} = x \frac{\alpha x - (1 - \alpha)(\delta - z) - \rho}{(1 - \beta)z}$$

$$dz = -y d\log y + dx$$

$$\text{即 } \frac{dz}{dx} = 1 - (x + \delta - z) \frac{d\log y}{dx} = 1 - (1 - \beta)z \frac{\left(1 + \frac{\delta - z}{x}\right)}{\alpha x - (1 - \alpha)(\delta - z) - \rho}$$

注意到上式第二项关于 x 分子单调递减、分母单调递增,因此

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{dz}{dx} \right) < 0$$

$$\text{取 } z_0 = x_n^M(\xi^*) + \delta - y_0(\xi^*) = y_1(\xi^*) + \delta - y_0(\xi^*),$$

$$z_1 = x_{n+1}^M(\xi^*) + \delta - y_0(\xi^*) = 0$$

由于我们作了变量代换,这里暂时(仅适用于本证明)将 x 写为 z 的函数。可知 $x(z_1) - x(z_0)$ 关于 $x(z_1)$ 单调递增(在这里,改变 $x(z_1)$ 这一末端的值,会改变整个路径,从而影响整个路径的差额。这类似于改变初始值也会改变整个路径的差额),且

$$x^M(z_1) = x_{n+1}^M(\xi^*) = x_n^M(\xi^*) = x^M(z_0)$$

是关于 z 的周期解。当 $x(z_1) > x^M(z_1)$ 时,

$$x(z_0) = x(z_1) - [x(z_1) - x(z_0)] < x(z_1)$$

而根据相图(如图 A5 所示),若 $\xi < \xi^*$, 那么 $x_n^M(\xi) < x(z_0) < x(z_1) =$

$x_{n+1}^M(\xi)$ 。由存在性引理,存在周期增长路径。

反过来,若 $x(z_1) < x^M(z_1)$,

$$x(z_0) = x(z_1) - [x(z_1) - x(z_0)] > x(z_1)$$

而根据相图,若 $\xi > \xi^*$,那么 $x_n^M(\xi) > x(z_0) > x(z_1) = x_{n+1}^M(\xi)$ 。由存在性引理,不存在周期增长路径。

因此,周期增长路径存在当且仅当 $\xi \leq \xi^*$ 。

引理 5 的证明的图像如图 A5 所示。

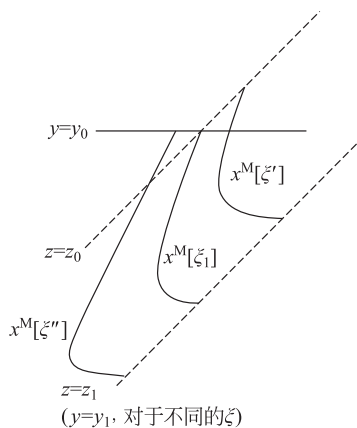


图 A5 临界值的证明

引理 6 存在 $y_1^{-1}(y_0 - \delta) < \xi^* < \xi_2$, 其中 $y_1(\xi) = (\xi^{-1}B)^{1-\beta}L^{1-\alpha}$, $y_1^{-1}(y)$ 为该函数的反函数。

证明:注意到

$$z_0 = y_1(\xi^*) + \delta - y_0(\xi^*) < 0$$

可知

$$y_1(\xi^*) < y_0 - \delta$$

注意到 $x^S(y_0) > x^*$, 而 $x_{n+1}^M(\xi^*) = x_n^M(\xi^*) \geq x^S(y_0)$ 。于是

$$y_1(\xi^*) \geq x^S(y_0) + \delta > y^*$$

于是 $y_1^{-1}(y_0 - \delta) < \xi^* \leq y_1^{-1}(x^S(y_0) + \delta) < \xi_2$ 。 ξ^* 即我们要找的 ξ_1 。于是定理 1(a)(b)得证。

引理 7 ξ_1 关于 B, L 单调递增。

证明: B, L 变化时, y_0 和 y_1 同时发生变化,系统的其他性质不变。即,

$\log y_0 - \log y_1$ 不变。因此,取 $z = \frac{x+\delta}{y} < 1$ 关于时间单调递增,且在 ξ_1 处对应

周期路径。那么

$$\text{dlog} z = \text{dlog}(x + \delta) - \text{dlog} y = \frac{x}{x + \delta} \text{dlog} x - \text{dlog} y$$

$$\frac{\text{dlog} z}{\text{dlog} x} = 1 - \frac{\delta}{x + \delta} + \frac{(1 - \beta)(\delta + x) \left(\frac{1}{z} - 1 \right)}{(x + \delta) \left(1 - \frac{(1 - \alpha)}{z} \right) - \delta - \rho}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\text{dlog} z}{\text{dlog} x} \right) = -\frac{\delta}{(x + \delta)^2} - \frac{b(1 - z)(\delta + \rho)}{((1 - \alpha z)(x + \delta) - \delta - \rho)^2} < 0$$

中间步骤类似于引理 5。根据相图(类似于图 A5)可知,令 $\xi = \xi_1(B, L)$, 当 $(B', L') < (B, L)$ 时(两个变量至少有一个严格更小,且另一个不更大), $\xi > \xi_1(B', L')$ 。这意味着 $\xi_1(B, L) > \xi_1(B', L')$, 即其对这两个参数严格单调递增。

引理 2, 引理 3~6, 引理 7 分别证明了定理 1(c), 1(a)(b), 和 ξ_1 关于参数 B, L 的单调性。综上所述, 我们证明了定理 1。

接下来证明定理 2。

证明: 由相图 A1 及式(44)(45)可知, 消费资本比 $x = C/K$ 先下降, 因为周期增长路径上, $x_{n+1} = x_n$, 故 x 一定是先下降再上升到原位。

对于鞍轨路径(这里采用政策函数的表示方法) $C^{\text{Saddle}}(K)$, 对应相位图中 x^S 路径。由唯一性和存在性定理(见引理 4 的证明)可知, $x^{\text{CGP}}(y) > x^S(y)$, $\forall y$ 。于是 $C^{\text{CGP}}(K) > C^{\text{Saddle}}(K)$ 。

最后证明储蓄率。由于 x 先减后增, 这意味着存在 $x_{\min}$ 使得 $g_x = 0$ 。因此

$$x \geq x_{\min} = (1 - \alpha)y + \rho \geq (1 - \alpha)y_1 + \rho$$

注意到 $x = \frac{C}{K}, y = \frac{Y}{K}$, 于是 $\alpha = \beta$ 时

$$g_{C/Y} = \alpha x - \rho - (1 - \alpha)\delta > (1 - \alpha)(\alpha y_1 - \delta - \rho)$$

CGP 存在意味着 $\alpha y_1 > \delta + \rho$, 于是

$$g_{C/Y} > 0, \quad \dot{s} = -(1 - s)g_{C/Y} < 0$$

即储蓄率在周期内递减。

计划解的存在性和唯一性的证明过于冗长, 本质是一个最优控制的存在唯一性问题, 证明可见 Liu and Liu (2022)。命题 1 的证明可参见 Liu and Liu (2022)。命题 2 的证明需要引入其他变量, 并对相应变量的性质进行进一步研究, 需要在计划解的系统的周期增长路径的存在唯一性得证之后证明, 同样过于冗长, 此处略去。这些证明读者如有需要, 可向作者索要。

下面是对定理 3 的证明。

证明: 只需证明两个事:

$\xi = \xi_2$ 时, 会技术革命;

若 ξ 时会技术革命, 那么 $\xi' < \xi$ 时, 也会技术革命。

注意到不技术革命的路径 $(K(t), C(t))$ 收敛到稳态衡。只需增加 D 单位的资本, 减少 $\Delta \log C \leq \frac{1}{C^*} D$ 单位的当期效用, 就可以获得至少 $\frac{1}{\rho} \log \left[\frac{(\xi-1)Y + C^*}{C^*} \right]$ 单位的额外的未来效用(这一未来效用是将技术革命带来的生产力提高全部吃掉而得到的)。由于 D 可以趋于无穷小而未来效用的增加值为一个恒定的正数, 因此不技术革命不是最优解(存在一个可行的改进)。由于最优解总存在, 因此技术革命是最优解。

若 ξ 时会技术革命, 那么 $\xi' < \xi$ 时, 技术革命变得更加容易, 显然原先的消费路径仍然是可行路径, 且这一可行解的效用高于不革命的解, 因此最优解必然会进行技术革命。

于是, 存在某个 $\xi_3 > \xi_2$, ξ 高于这一值不会进行革命, 低于这一值会进行革命。由于技术革命发生时的终身效用值(它是一个积分)关于参数 ξ 是连续变化的, 因此 $\xi = \xi_3$ 时革命和不革命的效用相同。

参考文献

- 蔡跃洲. 2021. 中国共产党领导的科技创新治理及其数字化转型——数据驱动的新型举国体制构建完善视角[J]. 管理世界, 37(8): 30-45.
- CAI Y Z. 2021. STI governance and digital transformation under the leadership of the communist party of China: From the perspective of building & improving a new type of data-driven national system[J]. *Journal of Management World*, 37(8): 30-45. (in Chinese)
- 陈劲, 阳镇, 尹西明. 2021. 双循环新发展格局下的中国科技创新战略[J]. 当代经济科学, 43(1): 1-9.
- CHEN J, YANG Z, YIN X M. 2021. China's science and technology innovation strategy under the new development pattern of "dual circulation"[J]. *Modern Economic Science*, 43(1): 1-9. (in Chinese)
- 方敏, 杨虎涛. 2024. 政治经济学视域下的新质生产力及其形成发展[J]. 经济研究, 59(3): 20-28.
- FANG M, YANG H T. 2024. New quality productive forces from the perspective of political economy: Formation and development[J]. *Economic Research Journal*, 59(3): 20-28. (in Chinese)
- 冯志轩, 刘凤义. 2020. 马克思-斯拉法框架下的全劳动生产率增速测算[J]. 世界

- 经济, 43(3): 3-25.
- FENG Z X, LIU F Y. 2020. Measuring total labour productivity in a Marxian-Sraffian framework[J]. *The Journal of World Economy*, 43(3): 3-25. (in Chinese)
- 高峰. 2018. 论长波[J]. 政治经济学评论, 9(1): 60-105.
- GAO F. 2018. On economic long waves[J]. *China Review of Political Economy*, 9(1): 60-105. (in Chinese)
- 郭凯明, 王钰冰, 龚六堂. 2023. 劳动供给转变、有为政府作用与人工智能时代开启[J]. 管理世界, 39(6): 1-15.
- GUO K M, WANG Y B, GONG L T. 2023. Labor supply transformation, well-functioning government and the era of artificial intelligence[J]. *Journal of Management World*, 39(6): 1-15. (in Chinese)
- 贺正楚, 潘红玉. 2015. 德国“工业 4.0”与“中国制造 2025”[J]. 长沙理工大学学报(社会科学版), 30(3): 103-110.
- HE Z C, PAN H Y. 2015. Germany “Industry 4.0” and “Made in China 2025”[J]. *Journal of Changsha University of Science & Technology (Social Science)*, 30(3): 103-110. (in Chinese)
- 贾根良. 2016. 第三次工业革命与工业智能化[J]. 中国社会科学, (6): 87-106, 206.
- JIA G L. 2016. The third industrial revolution and industrial intellectualization[J]. *Social Sciences in China*, (6): 87-106, 206. (in Chinese)
- 连旭蓓, 龚强, 刘冲. 2020. 金融发展、技术前沿距离与追赶型增长[J]. 经济与管理研究, 41(3): 37-52.
- LIAN X B, GONG Q, LIU C. 2020. Financial development, distance to technology frontier and catch-up growth[J]. *Research on Economics and Management*, 41(3): 37-52. (in Chinese)
- 刘伟. 2024. 科学认识与切实发展新质生产力[J]. 经济研究, 59(3): 4-11.
- LIU W. 2024. Special research reports on new quality productive forces[J]. *Economic Research Journal*, 59(3): 4-11. (in Chinese)
- 孟捷. 2001. 新熊彼特派和马克思主义长波理论述评[J]. 教学与研究, (4): 26-30.
- MENG J. 2001. On neo-schumpeterian and Marxism long-wave theory[J]. *Teaching and Research*, (4): 26-30. (in Chinese)
- 孟捷, 韩文龙. 2024. 新质生产力论: 一个历史唯物主义的阐释[J]. 经济研究, 59(3): 29-33.

- MENG J, HAN W L. 2024. On new quality productive forces: A historical materialist interpretation[J]. *Economic Research Journal*, 59(3): 29-33. (in Chinese)
- 任保平. 2024. 生产力现代化转型形成新质生产力的逻辑[J]. *经济研究*, 59(3): 12-19.
- REN B P. 2024. The logic of new quality productive forces formed in the modernization transformation of productive forces [J]. *Economic Research Journal*, 59(3): 12-19. (in Chinese)
- 吴利学. 2021. 产业结构、生产率与经济增长[J]. *产业经济评论*, (6): 14-30.
- WU L X. 2021. Industrial structure, productivity and economic growth[J]. *Review of Industrial Economics*, (6): 14-30. (in Chinese)
- 周济. 2015. 智能制造——“中国制造 2025”的主攻方向[J]. *中国机械工程*, 26(17): 2273-2284.
- ZHOU J. 2015. Intelligent manufacturing—Main direction of “Made in China 2025”[J]. *China Mechanical Engineering*, 26(17): 2273-2284. (in Chinese)
- ACEMOGLU D. 2009. Introduction to modern economic growth[M]. Princeton: Princeton University Press.
- AGHION P, HOWITT P. 1992. A model of growth through creative destruction [J]. *Econometrica*, 60(2): 323-351.
- AGHION P, HOWITT P. 1994. Growth and unemployment[J]. *The Review of Economic Studies*, 61(3): 477-494.
- AGRAWAL A, GANS J, GOLDFARB A. 2019. The economics of artificial intelligence: an agenda[M]. Chicago: University of Chicago Press.
- FREEMAN C, LOUCA F. 2001. As time goes by: From the industrial revolutions to the information revolution[M]. Oxford: Oxford University Press.
- FREEMAN S, HONG D P, PELED D. 1999. Endogenous cycles and growth with indivisible technological developments[J]. *Review of Economic Dynamics*, 2(2): 403-432.
- HELPMAN E. 1998. *General purpose technologies and economic growth* [M]. Cambridge: MIT Press.
- HELPMAN E, TRAJTENBERG M. 1994. A time to sow and a time to reap: Growth based on general purpose technologies[R]. Working Papers.
- HULL D G. 2013. *Optimal control theory for applications*[M]. Berlin: Springer.
- LIU T X, LIU Z H. 2022. A growth model with endogenous technological revolutions and cycles[J]. *Journal of Mathematical Economics*, 103: 102774.

- MANDEL E. 1964. The economics of neo-capitalism[J]. *Socialist Register*, 1: 56-67.
- MOKYR J. 1990. The lever of riches: technological creativity and economic progress[M]. New York: Oxford University Press.
- ROMER P M. 1986. Increasing returns and long-run growth[J]. *The Journal of Political Economy*, 94(5): 1002-1037.
- ROMER P M. 1990. Endogenous technological change [J]. *The Journal of Political Economy*, 98(5): S71-S102.
- ROSENBERG N. 1982. Inside the black box: Technology and economics [M]. Cambridge: Cambridge University Press.
- ROSENBERG N. 1994. Exploring the black box: technology, economics, and history[M]. Cambridge: Cambridge University Press.
- SANCHEZ-CHOLIZ J, FATAS-VILLAFRANCA F, JARNE G, et al. 2008. Endogenous cyclical growth with a sigmoidal diffusion of innovations [J]. *Economics of Innovation and New Technology*, 17(3): 241-268.

Technological Revolution, Phased Endogenous Growth, and Market Failure

LIU Taoxiong LIU Zhuohao LI Bangxi

(School of Social Sciences, Tsinghua University, Beijing, China)

Abstract: We establish a basic framework for incorporating technological revolution into the endogenous growth model. With two types of technological progress, incremental progress and technological revolution, the equilibrium shows a Cyclic Growth Path (CGP) with both long-term endogenous growth and cyclical fluctuations. The market equilibrium leads to over-consumption, insufficient investment, and lack of “rush-effect” in comparison to the optimal growth path, which results in the latter occurrence of technological revolution. These findings have important policy implications, meaning that to promote technological revolutions, relying solely on the market is insufficient and that this problem needs to be corrected through appropriate policies.

Keywords: new quality productive forces; technological revolution; phased endogenous growth; market failure