

引用格式: 裴文倩, 俞凯凯, 刘增旭, 等. 两级膨胀喷管设计方法及数值模拟[J]. 航空学报, 2025, 46(8): 631009. PEI W Q, YU K K, LIU Z X, et al. Two-stage expansion nozzle design method and numerical simulation [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2025, 46(8): 631009 (in Chinese). doi: 10.7527/S1000-6893.2024.31009

发动机进排气技术专栏

## 两级膨胀喷管设计方法及数值模拟

裴文倩, 俞凯凯\*, 刘增旭, 宁琪月, 徐惊雷

南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016

**摘要:** 为了提升宽空域(0~24 km)、宽速域(马赫数 0~5)内喷管的性能,利用高度补偿和反设计概念进行了两级膨胀喷管设计方法的研究。首先,介绍了两级膨胀喷管的设计方法和步骤,两级膨胀喷管型线分为基础段和延伸段型线,其中基础段型线利用基于壁面压力的反设计方法生成,以此来改变激波位置和强度进而缩短喷管负推力面,达到在低速飞行状态下提高喷管推力性能的目的;喷管延伸段型线采用基于强几何约束的最大推力喷管设计方法,满足高超声速飞行器后体一体化设计目的。其次,为了验证所提设计方法的有效性,采用数值模拟方法对提出的设计方法进行了研究,在此过程中,介绍并验证了数值计算方法并确定了网格分辨率。进一步,对控制壁面压力分布反设计喷管基础段型线的设计方法进行了验证,并实现了激波前移/后移的目标。同时,对关键设计参数——位置控制因子和压力控制因子对喷管的性能影响开展了研究。最后,为验证所提设计方法的有效性和优越性,将其与全几何约束的最大推力喷管设计方法进行对比分析。结果表明,在典型设计工况下该喷管相对于全几何约束的最大推力喷管在过膨胀状态下推力性能提高了7.86%,而在欠膨胀状态下推力性能只降低了0.75%,为高超声速飞行器排气系统提供了理论基础。

**关键词:** 两级膨胀; 正反设计; 特征线法; 全几何约束; 最大推力理论

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-6893(2025)08-631009-16

超燃冲压发动机是以吸气式动力实现高超声速飞行的一类冲压动力装置,是近几十年高超声速飞行技术的研究热点<sup>[1-3]</sup>。超燃冲压发动机主要由进气道、隔离段、燃烧室和尾喷管等部件组成。尾喷管作为超燃冲压发动机的重要部件,在高马赫数下可提供高达整个系统70%的净推力,是提供推力的核心部件<sup>[4]</sup>。可见喷管性能对发动机推力和耗油率影响较大,发动机净推力随着喷管性能的下降而成倍下降,因此高性能的喷管设计方法是超燃冲压发动机的关键技术之一<sup>[5]</sup>。

在宽空域、宽速域飞行条件下,喷管难免会经历过膨胀工作状态,特别是低速飞行时,喷管处于严重过膨胀状态下,严重影响喷管的推力性能。Yu等<sup>[6]</sup>通过数值模拟方法和实验研究了非对称喷管在过膨胀状态下的流动分离模式。结果表明,处于严重过膨胀状态下的单边膨胀喷管(Single Expansion Ramp Nozzle, SERN)内部出现了自由激波分离(Free Shock Separation, FSS)、受限激波分离(Restricted Shock Separation, RSS)和激波边界层干扰(Shock Wave

收稿日期: 2024-07-30; 退修日期: 2024-08-21; 录用日期: 2024-09-20; 网络出版时间: 2024-09-27 12:45

网络出版地址: <https://hkxb.buaa.edu.cn/CN/Y2025/V46/I8/631009>

基金项目: 航空发动机及燃气轮机基础科学中心项目(P2022-B-I-006-001)

\* 通信作者: E-mail: yukk@nuaa.edu.cn

Boundary Layer Interaction, SWBLI)等复杂现象,这些复杂的流动结构必然会导致喷管推力性能的损失。徐惊雷等<sup>[7]</sup>对SERN在不同过膨胀程度下进行了实验对比研究,实验发现随喷管落压比(Nozzle Pressure Ratio, NPR)的降低,激波会逐步往喷管喉道移动和性能急剧下降的现象。Yang等<sup>[8]</sup>通过二次流减缓气流分离来改善过膨胀喷管的性能,发现造成性能下降的主要原因是激波分离。在火箭基组合循环发动机(Rocket Based Combined Cycle, RBCC)的引射模态下工作,喷管内易产生流动分离现象,此时喷管性能出现负推力。为了保证RBCC在低落压比时的推力性能,引射火箭需要大流量工作,引射模态耗油变高,极大地影响飞行器的整体运载效率。考虑到燃油的经济性以及缩减火箭的工作时长,减少喷管的负推力可以降低耗油率、增加航程,进而提高飞行器整体性能<sup>[9-11]</sup>。可见喷管在严重过膨胀状态下易产生流动分离现象,且流场结构存在非定常性,这是发动机中不可忽视的问题,故而要重点关注严重过膨胀状态下喷管的流动特性和性能改进这一问题。

为降低传统大膨胀比喷管在低空飞行时喷管内燃气过膨胀带来的推力损失,目前具有高度补偿的喷管广受重视,Hagemann等<sup>[12]</sup>认为喷管的高度自适应有很大的性能潜力。两级膨胀喷管是典型的具有高度补偿特征的喷管类型,相较于二次流具有结构简单、无需机械操作即可自发进行模式转换、质量轻等优点。Kbab等<sup>[13]</sup>进行了双钟形喷管(Dual Bell Nozzle, DBN)的设计和性能评估,第1段型线采用特征线法(Method of Characteristics, MOC)设计,第2段型线用于提供恒定的壁压,提供了有效的双钟形喷管设计方法。针对喷管形状会产生性能损失这一情况,Das等<sup>[14]</sup>提出了混合双发散喷管(Hybrid Double-Divergent Nozzle, HDDN),控制喷管基础段型面不变,喷管延伸段采用不同方法设计,并且在不同落压比下比较不同HDDN的性能。刘亚洲等<sup>[15]</sup>提出采用不同的压力分布反设计喷管延伸段型面,基础段保留最大推力型面设计。两级膨胀喷管的型面对喷管性能影响较大,因此,有必要对两级膨胀喷管的设计方法进行进一步研究。

针对两级膨胀喷管设计研究发现,两级膨胀喷管可以充分利用喷管的有效面积比,使得喷管在不同飞行状态下都能维持高效的推力性能。在低空状态下,两级膨胀喷管能够对传统大膨胀比喷管产生的流动分离进行有效控制,喷管基础段保持满流状态,延伸段燃气处于分离状态。这使得激波位置被控制在两级膨胀喷管的型面转折点,此时喷管基础段的膨胀面是影响轴向推力性能的主要部分。而激波位置和强度可以由喷管壁面压力决定,唐兰等<sup>[16]</sup>研究发现采用已知壁面压力分布规律能很好的实现气动参数的可控性,并验证了控制压力分布反设计喷管膨胀段型线的方法的正确性。因此,本文通过反设计方法控制喷管基础段的壁面压力分布和型线,进而实现喷管基础段膨胀速率的主动控制。在高空状态下,喷管基础段和延伸段均工作在满流状态,此时喷管基础段和延伸段的膨胀面是影响轴向推力性能的主要部分。为了保证高速飞行状态下的喷管性能和满足高超声速飞行器后体一体化设计目的,陈以勒等<sup>[17]</sup>提出了基于最大推力理论实现喷管长度和高度约束的喷管型面设计方法,充分地利用喷管的几何空间提高喷管性能。据此,本文提出一种两级膨胀喷管的设计方法,其利用控制压力分布反设计喷管基础段型线来控制激波位置和强度,进而减少喷管在低落压比下的负推力,利用基于强几何约束的最大推力喷管设计方法设计喷管延伸段型线来降低喷管在高落压比下的推力性能损失和满足相应的几何约束。

本文首先详细地介绍了喷管的设计原理与设计步骤,引入了位置控制因子和压力控制因子2个设计参数,实现对喷管激波位置和强度的主动调控;其次介绍了数值计算方法并进行了网格无关性验证;然后对基于壁面压力反设计喷管型线进行了校核,并实现了激波前移/后移的目标;最后开展了位置控制因子以及压力控制因子对喷管性能的影响研究,并与全几何约束的最大推力喷管设计方法进行对比分析,验证了本文提出的设计方法在宽空域、宽速域内的有效性。

## 1 喷管设计方法

### 1.1 有旋特征线法

特征线法可对定常二维、平面的和轴对称的等熵超声速流动进行计算,也可以对超声速喷管进行设计<sup>[18]</sup>。本文采用了有旋特征线法进行喷管型线的设计,控制方程如式(1)所示:

$$\begin{cases} \rho u_x + \rho v_y + u\rho_x + v\rho_y + \delta \frac{\rho v}{y} = 0 \\ \rho u u_x + \rho v u_y + P_x = 0 \\ \rho u v_x + \rho v v_y + P_y = 0 \\ uP_x + vP_y - a^2 u\rho_x - a^2 v\rho_y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\rho$ 为密度; $P$ 为静压; $a$ 为声速; $u$ 为 $x$ 方向的速度分量; $v$ 为 $y$ 方向的速度分量; $u_x$ 为 $u$ 在 $x$ 方向的导数,其余类似表达含义类似;本文是轴对称流动, $\delta=1$ ,若是平面流动,则 $\delta=0$ 。流动控制方程可以由偏微分方程转化为3个特征线方程以及4个相容方程,其中特征线方程如式(2)和式(3)所示:

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (2)$$

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_0 = \lambda_0 = \frac{v}{u} \quad (3)$$

式中: $x$ 和 $y$ 为二维笛卡尔坐标; $\theta$ 为流动角; $\lambda_{+}$ 为左行特征线 $C_{+}$ 的斜率; $\lambda_{-}$ 为右行特征线 $C_{-}$ 的斜率; $\lambda_0$ 为流线 $C_0$ 的斜率。特征方程对应的相容性方程如式(4)~式(6)所示:

$$\rho V dV + dP = 0 \quad (4)$$

$$dP - a^2 d\rho = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{\rho V^2} dP_{\pm} \pm d\theta + \delta \frac{\sin \theta dx_{\pm}}{y Ma \cos(\theta \pm \alpha)} = 0 \quad (6)$$

式中: $Ma$ 为马赫数; $V$ 为流体速度值。本文所提出的设计方法主要运用4个单元点过程对目标流场构建特征线网格:内点、壁面点、对称轴线点、转向区域点,详细的单元点求解方法见参考文献[19]。

通常采用有旋特征线法设计喷管都是通过给定壁面型线的正向设计,本文则根据给定壁面压力分布规律进行喷管基础段壁面型线的反设

计,具体实现方式如图1所示,求解过程中,已知1点和2点的参数,给定4点的压力分布,采用预估-校正的方法对4点其他参数进行求解,具体步骤如下:①进行预估步,首先根据 $C_0$ ,取待求点4的气流偏转角 $\theta_4' = \theta_1$ ,通过式(3)求得4点的纵坐标 $y_4'$ ;然后,通过 $C_{-}$ 与 $C_{+}$ 相交求得交点3的位置,在1点和2点之间使用插值法得到3点的 $V_3'$ 、 $\theta_3'$ 、 $P_3'$ 、 $\rho_3'$ ;进一步地,由于给定了4点压力分布,根据 $C_{+}$ 的相容方程(见式(6))求得新的 $\theta_4'$ ,根据 $C_0$ 的相容方程(见式(4)、式(5))求出 $V_4$ 和 $\rho_4$ 。②进行校正步, $C_{+}$ 上的参数均用3点和4点参数的平均值代替,例如 $V = (V_4 + V_3')/2$ 重复迭代插值3点的参数以及求解4点的参数,直至误差在要求范围内。利用以上5个单元点过程,通过程序求解式(2)~式(6),即可获得目标流场内各节点的气动参数。

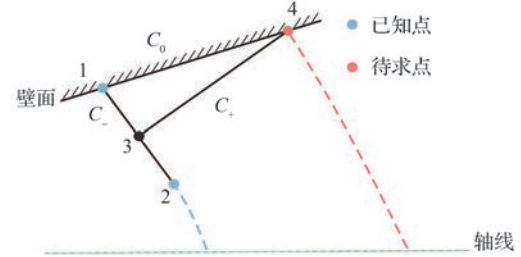


图1 给定压力求解壁面示意图

Fig. 1 Illustration of solving wall with the given pressure

### 1.2 最大推力理论

为了减小设计工况下喷管的推力性能损失,本文设计的两级膨胀喷管的延伸段型线采用了最大推力理论的设计方法。Rao<sup>[20]</sup>已经证明其提出的最大推力理论具有显著的优越性,且得到了广泛的应用<sup>[21-22]</sup>。为了实现在给定条件下喷管推力的最大化,两级膨胀喷管最后1条左行特征线上的气动参数需同时满足式(7)和式(8)。

$$\frac{V \cos(\theta - \alpha)}{\cos \alpha} = C_1 \quad (7)$$

$$\rho V^2 \sin^2 \theta \tan \alpha = C_2 \quad (8)$$

式中: $V$ 为流体速度值; $\alpha$ 为马赫角; $C_1$ 和 $C_2$ 是常数,由喷管最后1条左行特征线起点的物理参数以及式(7)和式(8)计算得到。需要注意的是本文提出的设计方法总体上满足几何约束,因此喷

管延伸段是基于强几何约束的最大推力喷管设计得出。

### 1.3 喷管设计步骤

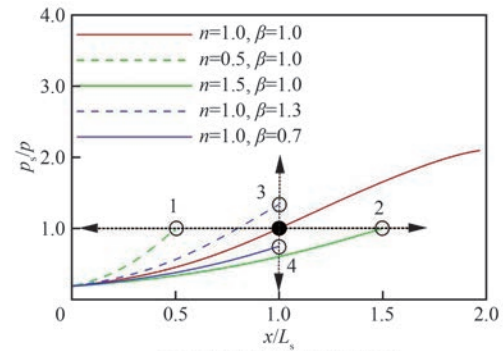
全几何约束(长度和高度约束)的最大推力喷管设计方法得到的型线为本文的原始喷管,其可以使喷管在满足几何约束的同时优化其气动性能,但是在低速过膨胀飞行条件下,其性能损失较大,存在较大的负推力。因此,本文提出了两级膨胀喷管的设计方法。喷管基础段由控制压力分布反设计型线得出,实现对喷管内激波位置和强度的主动调控,以此提高喷管在过膨胀状态下工作时的推力性能。喷管延伸段利用强几何约束的最大推力喷管设计方法生成型线,不仅可以使喷管满足几何约束,同时也保证其在设计工况下推力性能损失不多。在喷管基础段的设计过程中,由原始喷管激波位置前的壁面压力分布拟合而成多项式函数  $p(x)$ ,如式(9)所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} p(x) = a_1 \left( \frac{x}{n} \right)^3 + a_2 \left( \frac{x}{n} \right)^2 + a_3 \left( \frac{x}{n} \right) + a_4 \\ \text{s. t. } p(L_b) = p_b = \frac{p_s}{\beta} \\ n = \frac{L_b}{L_s} \\ \beta = \frac{p_s}{p_b} \end{array} \right. \quad (9)$$

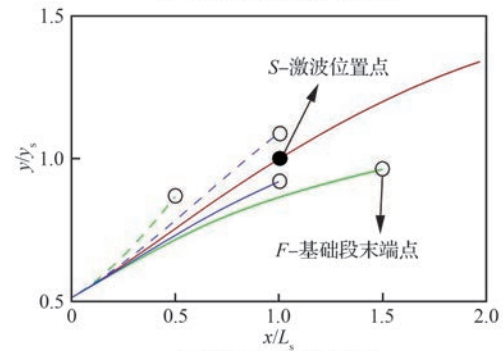
式中: $p(x)$ 由原始喷管激波位置前的上壁面压力拟合成的多项式函数,其原则是通过最小拟合误差来确定的多项式次数和系数,以此最小化原始喷管上壁面压力值与拟合压力曲线之间的差值; $a_1, a_2, a_3, a_4$ 为常数; $n$ 为位置控制因子,控制两级膨胀喷管的基础段长度; $S$ 点为原始喷管在严重过膨胀状态下的激波位置,其到喷管进口在  $x$  向的投影距离为  $L_s$ ;  $L_b$  为喷管基础段长度。 $\beta$  为压力控制因子,表征喷管基础段上壁面压力的下降程度; $p_s$  为  $S$  点处压力; $p_b$  为喷管基础段末端(为图3中  $F$  点)压力。 $n=1.0, \beta=1.0$  时,  $p(x)$  为原始喷管激波位置前的上壁面压力分布。首先根据式(9)确定两级膨胀喷管的基础段长度  $L_b$  和基础段末端(为图3中  $F$  点)压

力  $p_b$ , 进而确定设计喷管基础段的壁面压力分布  $p(x)$ 。最后通过控制壁面压力分布反设计喷管基础段型线。

图2为引入位置控制因子和压力控制因子后设计的喷管基础段壁面压力分布和型线示意图,  $x$  和  $y$  分别用  $S$  点的横纵坐标  $L_s$  和  $y_s$  进行无量纲化, 压力用  $p_s$  进行无量纲化。如图2所示, 位置控制因子控制喷管基础段在水平方向的移动, 压力控制因子控制喷管基础段在竖直方向上的移动。1、2、3、4点为不同设计参数设计得到的喷管基础段末端点  $F$ , 其中1和2点代表压力控制因子为1.0时, 位置控制因子分别取0.5和1.5。可以看到位置控制因子  $>1$  时, 喷管基础段长度变长, 其膨胀速率相较于原始喷管变小, 位置控制因子  $<1$  时, 则反之。其中3和4点分别代表位置控制因子为1.0时, 压力控制因子分别取1.3和0.7, 可以看到压力控制因子  $>1$



(a) 喷管基础段壁面压力分布



(b) 喷管基础段壁面型线

图2 引入位置控制因子和压力控制因子后设计的喷管基础段壁面压力分布和型线示意图

Fig. 2 Schematic diagram of wall pressure distribution and profile of base section of nozzle designed after introduction of position and pressure control factors

时,喷管基础段高度变高,其膨胀速率相较于原始喷管变大,压力控制因子 $<1$ 时,则反之。为了减少喷管在高空飞行状态下的性能损失,喷管基础段需要尽可能缩短,因此位置控制因子大小需要尽可能的小。本文经多次取值计算,选取位置控制因子在0.10附近。为了实现两级膨胀喷管总体几何约束,喷管基础段缩短后,其末端压力 $p_b$ 需要适当增大以给延伸段预留求解空间,经本文多次取值计算,选取压力控制因子在0.13左右。

图3为本文两级膨胀喷管设计方法的示意图。图3中ASN段为原始喷管型线,AB为喷管入口,AF段为本文设计的喷管基础段型线,FJN为喷管延伸段型线,FJ为延伸段的初始膨胀段型线。AFJN段在 $x$ 向的投影距离为喷管的总长,记为 $L$ 。 $R_{out}$ 为喷管出口的半径。

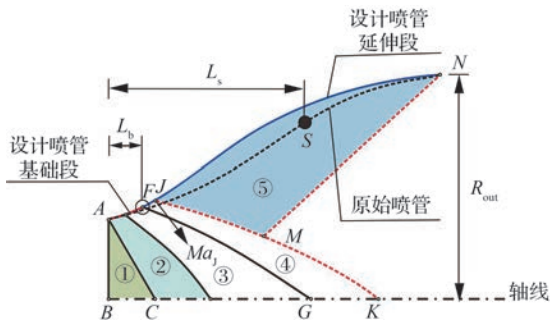


图3 喷管设计过程示意图

Fig. 3 Schematic diagram of nozzle design procedure

图4为本文提出设计方法的流程图,具体步骤如下:

**步骤1** 根据低落压比工况,得到原始喷管在严重过膨胀状态下的上壁面压力分布和激波位置 $S$ 。将原始喷管激波位置前的上壁面压力分布拟合成多项式函数,并将多项式函数作为两级膨胀喷管基础段的原始上壁面压力分布。

**步骤2** 设定位置控制因子和压力控制因子,进而利用式(9),获得喷管基础段的上壁面压力分布 $p(x)$ 。

**步骤3** 由低落压比工况确定初值线 $AB$ ,利用内点法和对称轴线点法求解区域①。结合基础段初始膨胀段型线,采用壁面点法、内点法和对称轴线点法求解区域②。

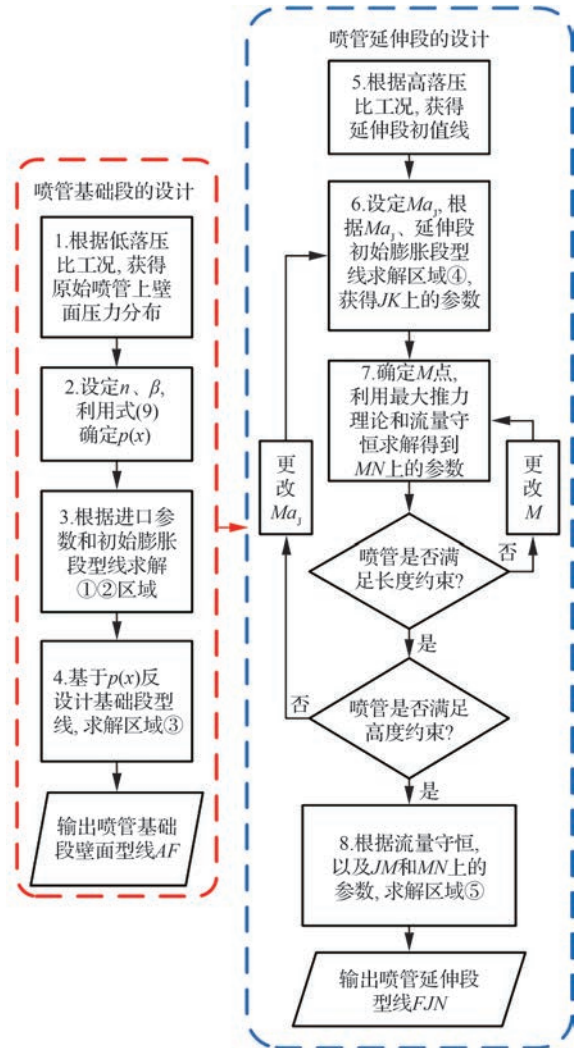


图4 喷管设计流程

Fig. 4 Design flow chart of nozzle

**步骤4** 进一步地,结合喷管基础段的壁面压力分布 $p(x)$ ,采用给定压力求解壁面点法、内点法和对称轴线点即可求解区域③。获得喷管基础段的壁面型线 $AF$ ,完成喷管基础段设计。

为了保证喷管在高速飞行条件下的性能损失尽可能减少并实现全几何约束,本文在高落压比工况下进行强几何约束的最大推力喷管设计方法设计喷管的延伸段。

**步骤5** 根据高落压比工况,确定喷管进口参数,结合上述步骤获得的喷管基础段壁面型线 $AF$ ,重新求解区域①②③,得到延伸段初值线 $FG$ 上的流动参数和位置信息。

**步骤6** 调整延伸段初始膨胀段型线 $FJ$ ,使

得其初始膨胀段的起始点与基础段末端点的一阶导数相同。为了实现全几何约束,引入设计点  $Ma_J$ ,控制延伸段初始膨胀段膨胀程度,使其末端点(为图3中的J点)马赫数为  $Ma_J$ 。

**步骤7**  $M$ 点为  $JK$ 上的任意一点,利用最大推力理论(见式(7)和式(8))确定沿着  $M$ 点发出的左行特征线  $MN$ 上的流动参数和位置信息。由此可知,移动  $M$ 点可获得不同长度的喷管,当满足长度约束时,便可获得两级膨胀喷管最后1条左行特征线  $MN$ 。需要注意的是,此时喷管未必满足高度约束。因此需要改变设计马赫数  $Ma_J$ 对步骤6和步骤7进行迭代,直到喷管同时满足长度和高度约束。

**步骤8** 借助转向区域点求解区域⑤。根据流量守恒原理,流经特征线  $MN$ 的流量与通过特征线  $JM$ 的流量相等,以此获得喷管延伸段的壁面型线  $FJN$ 。

## 2 数值模拟方法

### 2.1 数值计算方法

本文利用计算流体力学方法(Computational Fluid Dynamics, CFD)来获得喷管的流场结构和性能参数。采用有限体积法求解二维雷诺平均Navier-stokes方程,无黏通量采用Roe通量差分格式(Roe-FDS)进行计算,湍流模型选择SST(Shear Stress Transport)  $k-\omega$ 。为了准确捕捉壁面处的流动细节,对壁面附近网格进行加密,保证壁面处  $y^+$  接近1。如图5所示,计算域进

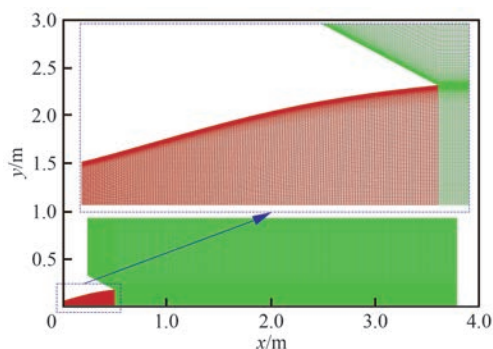


图5 目标喷管计算域及网格划分

Fig. 5 Computational domain and mesh distribution of target nozzle

口边界条件为压力入口,远场边界条件为压力远场,出口边界条件为压力出口,速度和温度的壁面边界条件分别采用壁面无滑移和绝热条件。在数值模拟的迭代计算过程中,监测全流场残差和进出口流量,以各残差指标下降4个数量级或继续迭代残差不再下降同时出口流量保持稳定为收敛准则。本文进出口流量以及轴向推力的收敛曲线如图6所示。

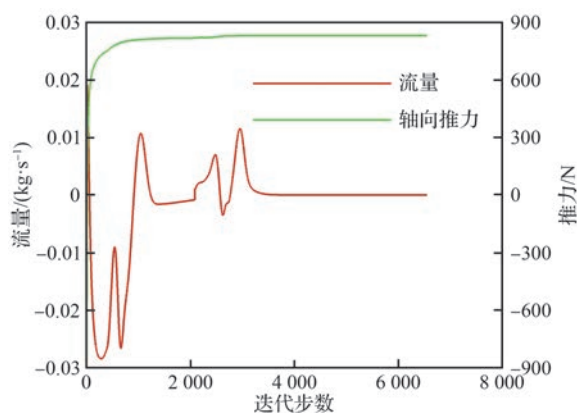


图6 喷管进出口流量与轴向推力的收敛曲线

Fig. 6 Convergence curves of nozzle inlet and outlet flow versus axial thrust

### 2.2 网格无关性验证

为减少网格分辨率对本文计算结果的影响,本节进行了网格无关性验证。对喷管模型进行网格划分,获得了网格量分别为5万、10万、20万的计算网格,分别称为粗(Coarse)、中(Middle)、细(Fine)尺度网格。其中中尺度网格如图5所示,不同尺度网格的上壁面压力分布如图7所示,其中压力分布用喷管进口总压  $P_0$  进行无量纲化,可以观察到3种网格尺度的压力分布基本一致。

但是通过局部放大可以看到,粗尺度网格所得到的结果相较于其他两组得到的结果偏差较大,如在  $x \approx 0.1, 0.3$  m 处放大图所示。因此可以认为网格数量在10万之后,网格数量的增加不会对数值模拟结果有影响,本文采用中尺度的计算网格进行数值模拟。

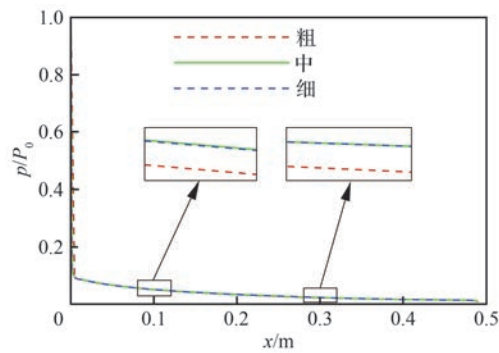


图 7 不同尺度网格的喷管上壁面压力分布

Fig. 7 Pressure distribution on upwall of nozzle for different scale grids

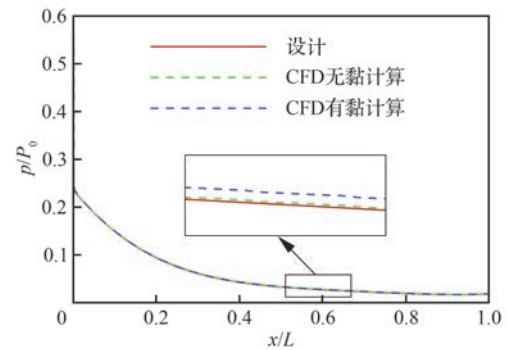


图 8 设计与CFD无黏和有黏计算得出的喷管壁面压力分布对比

Fig. 8 Comparison of nozzle wall pressure distributions between design and CFD inviscid and viscous calculations

### 3 设计方法

#### 3.1 壁面压力分布反设计喷管型线校核

为了验证已知喷管壁面压力分布函数  $p(x)$ , 反设计喷管基础段型线方法的可行性, 本文设计了上壁面压力分布函数  $p(x)$ 。利用有旋特征线法反设计出喷管完整的膨胀型线, 并利用数值模拟计算得到新的喷管上壁面压力分布。设计的压力分布  $p(x)$  与 CFD 无黏和有黏计算得出的新的喷管上壁面压力分布如图 8 所示。其中压力  $p$  用来流进口总压  $P_0$  进行无量纲化,  $x$  用反设计型线总长  $L$  进行无量纲化。从图 8 中可以观察到反设计方法与数值模拟得出的压力分布基本一致, 证明了本文通过设定压力分布  $p(x)$  反设计喷管膨胀面型线方法的可靠性。

#### 3.2 激波前移/后移的设计校核

为了验证本文通过控制压力分布反设计喷管基础段型线的设计方法能够主动调控喷管激

波位置的有效性, 本节使用了 4 个不同的位置控制因子对喷管基础段进行设计。此次本验证算例中, 压力控制因子均取 1.0, 位置控制因子分别取 1.1、0.8、0.6 和 0.4。本节进行了 2 组不同低落压比(喷管进口总压/背压,  $NPR = P_0/P_b$ )下的喷管设计, 以证明本文所提设计方法在低落压比下的适用性。低落压比工况如表 1 所示, 其中  $L$  为长度约束,  $R_{out}$  为高度约束,  $Ma_{in}$  为进口马赫数,  $P_0$  为进口总压,  $T_0$  为进口总温,  $H$  为飞行高度,  $P_b$  为环境压力,  $Ma_{\infty}$  为巡航马赫数。为了快速校核设计方法, 本节中选用贝塞尔曲线生成延伸段, 从而得到总长度以及出口高度不变喷管型线。

通过 CFD 有黏计算得到 2 个不同落压比下的喷管的流场结构分别如图 9 和图 10 所示; 在 2 个不同落压比下, 都可以看到激波分离点的位置随着位置控制因子的变小而逐步往喷管进口处推进。说明本文所给的反设计方法能够主动调控喷管内激波位置, 并且适用于低落压比工况。

表 1 低落压比工况

Table 1 Low pressure ratio condition

| NPR | $L/\text{mm}$ | $R_{out}/\text{mm}$ | $Ma_{in}$ | $P_0/\text{Pa}$ | $T_0/\text{K}$ | $H/\text{km}$ | $P_b/\text{Pa}$ | $Ma_{\infty}$ |
|-----|---------------|---------------------|-----------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|---------------|
| 5.3 | 490           | 178                 | 1.139     | 95 200          | 1 281          | 1.5           | 17 933          | 2             |
| 5.0 |               |                     |           |                 |                |               | 19 040          |               |

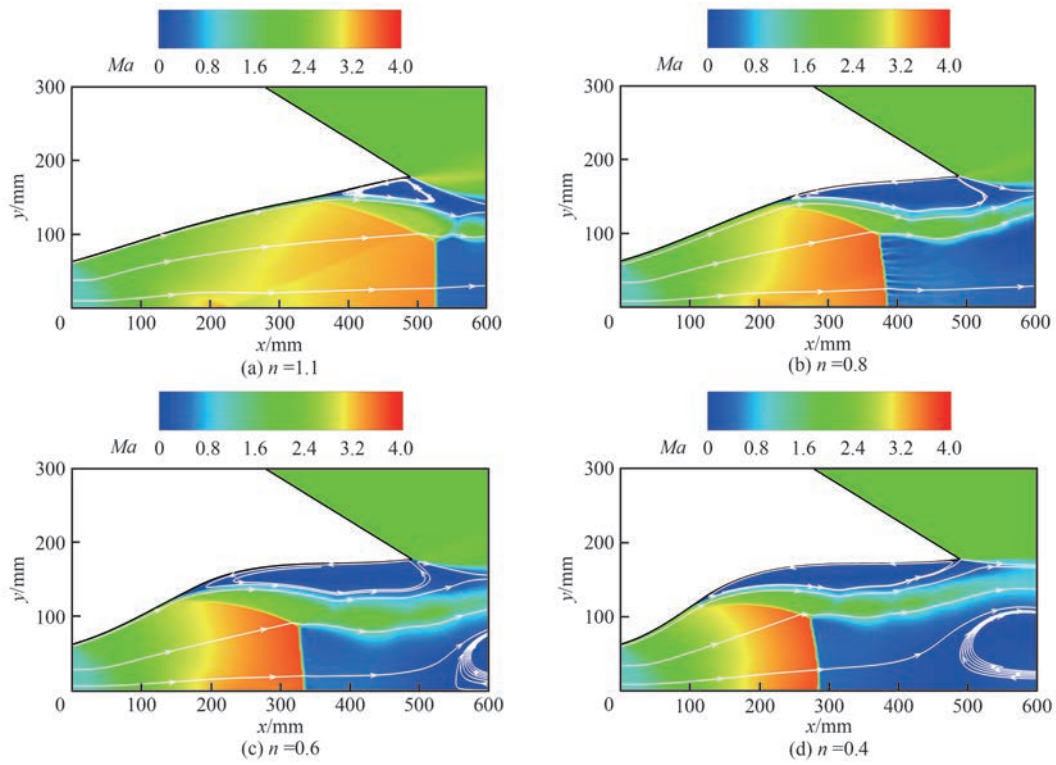


图 9 NPR=5.3 时不同位置控制因子设计得出的喷管马赫数云图和流线图

Fig. 9 Nozzle Mach number contours and streamline plots for NPR=5.3 with different positional control factors

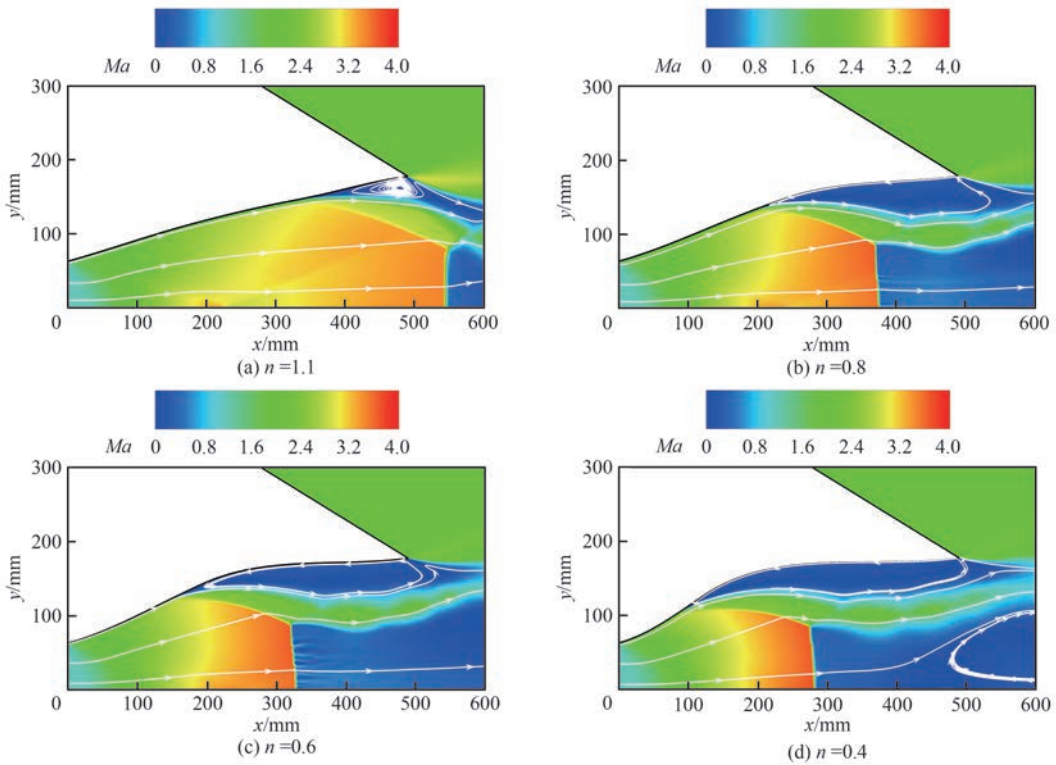


图 10 NPR=5.0 时不同位置控制因子设计得出的喷管马赫数云图和流线图

Fig. 10 Nozzle Mach number contours and streamline plots for NPR=5.0 with different positional control factors

图 11 为 2 个不同落压比下设计与不同位置控制因子下的喷管基础段经 CFD 有黏计算得出的上壁面压力分布对比图,  $x$  用喷管基础段长度  $L_b$  进行无量纲化。图 11 中可以看到设计的压力分布与不同位置控制因子下的喷管经有黏数值模拟得出的压力分布在位置无量纲下基本保持一致。验证了本文通过改变位置控制因子可以调节喷管基础段上壁面压力分布的有效性。

表 2 为  $NPR=5.3$ 、 $5.0$  时不同位置控制因子设计得到的喷管内激波位置数据, 可以看到位置控制因子  $>1$  时, 在 2 个不同落压比下设计得到的喷管激波位置相对于原始喷管均往后

表 2  $NPR=5.3$  和  $NPR=5.0$  时不同位置控制因子设计得到的喷管内激波位置

Table 2 Intra-nozzle shock wave positions obtained from designs with different position control factors for  $NPR=5.3$  and  $NPR=5.0$

| $n$ | $\beta$ | 激波位置      |           |
|-----|---------|-----------|-----------|
|     |         | $NPR=5.3$ | $NPR=5.0$ |
| 1.0 | 1.0     | 300       | 277       |
| 1.1 | 1.0     | 345       | 336       |
| 0.8 | 1.0     | 212       | 196       |
| 0.6 | 1.0     | 136       | 148       |
| 0.4 | 1.0     | 95        | 84        |

移。位置控制因子  $<1$  且不断变小时, 激波位置不断前移。可见本文提出的控制压力分布反设计基础段型线的方法能有效的实现对喷管内激波位置的主动控制, 验证了激波前移/后移设计方法的有效性。

## 4 设计参数影响研究

### 4.1 位置控制因子影响

为了探究在设计过程中位置控制因子对喷管性能的影响, 本节使用了 3 个不同的位置控制因子对轴对称-两级膨胀喷管进行设计。位置控制因子分别为 0.11、0.10 和 0.09, 压力控制因子均取 0.1, 并与原始喷管进行对比分析。本文的设计工况如表 3 所示,  $NPR=138.8$ 。图 12 为原始喷管与不同位置控制因子下设计得到的两级膨胀喷管的壁面型线对比图。图 12(a) 为原始喷管与设计喷管基础段型线对比图。由于设计喷管基础段型线比较短, 为了方便观察, 原始喷管型线只保留前段。可以看出, 随着位置控制因子减小, 喷管基础段长度明显减小。由于二维效应, 喷管基础段的出口高度在小幅度地降低, 因此喷管基础段膨胀速率有轻微变快的趋势。从图 12(b) 观察到, 喷管延伸段型线前段随着位置控制因子的减小, 其膨胀速率随之变大, 由于喷管总体受长度和高度的约束, 喷管延伸段型线后段的膨胀速率则逐渐降低。

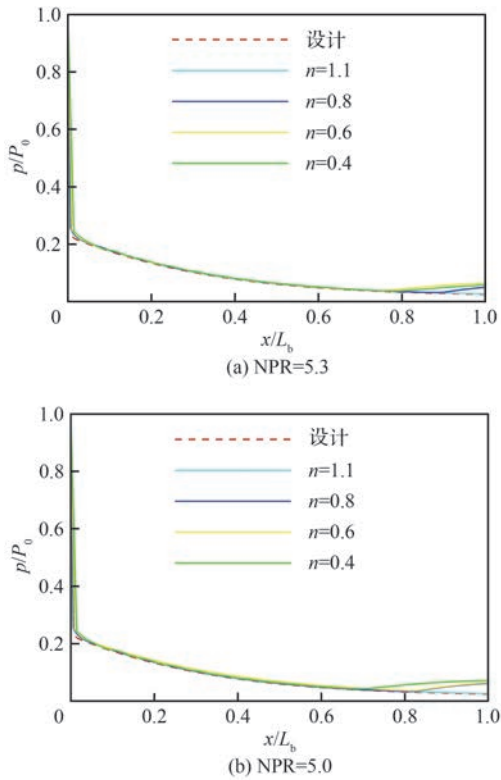


图 11 设计与不同位置控制因子下的喷管基础段经 CFD 有黏计算得出的上壁面压力分布对比  
Fig. 11 Comparison of upper wall pressure distributions between design and CFD viscous calculations for nozzle base sections with different position control factor factors

表 3 设计工况

Table 3 Design conditions

| $NPR$ | $L/\text{mm}$ | $R_{\text{out}}/\text{mm}$ | $Ma_{\text{in}}$ | $P_0/\text{Pa}$ | $T_0/\text{K}$ | $H/\text{km}$ | $P_b/\text{Pa}$ | $Ma_{\infty}$ |
|-------|---------------|----------------------------|------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|---------------|
| 138.8 | 490           | 178                        | 1.764 9          | 402 402         | 2 635          | 24.2          | 2 899.482       | 5             |

图 13 是设计得到的喷管在  $NPR = 5.3$  下的马赫数云图和流线图, 可以看到位置控制因子的改变不仅会影响喷管的构型, 对于喷管马赫数云图也有很大的影响。喷管处于严重过膨胀工作状态, 在喷管轴线位置发生了马赫反射, 形成马赫盘结构。马赫盘后的气流速度降低到了亚声速, 降低了喷管燃气的出口速度, 进而严重影响

发动机的推力性能。喷管处于过膨胀工作状态导致喷管内上壁面出现分离激波, 其后段附近出现 RSS。随着位置控制因子的变小, 喷管上壁面分离激波和马赫盘结构位置逐渐往前推移, 喷管出口逐渐出现回流区, 且喷管上壁面后段和出口附近的回流区面积逐渐变大。

图 14 是不同位置控制因子在  $NPR = 5.3$  下

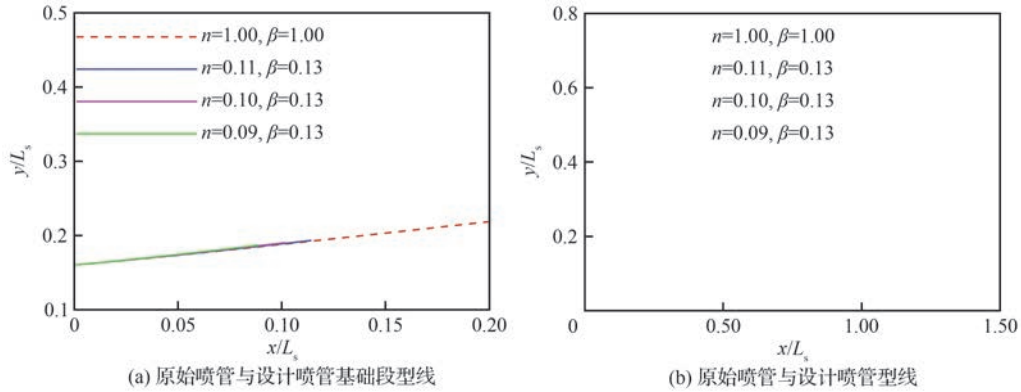


图 12 原始喷管与不同位置控制因子设计得到的喷管上壁面型线对比

Fig. 12 Comparison of upwall profiles between original nozzle and nozzle designed with different positional control

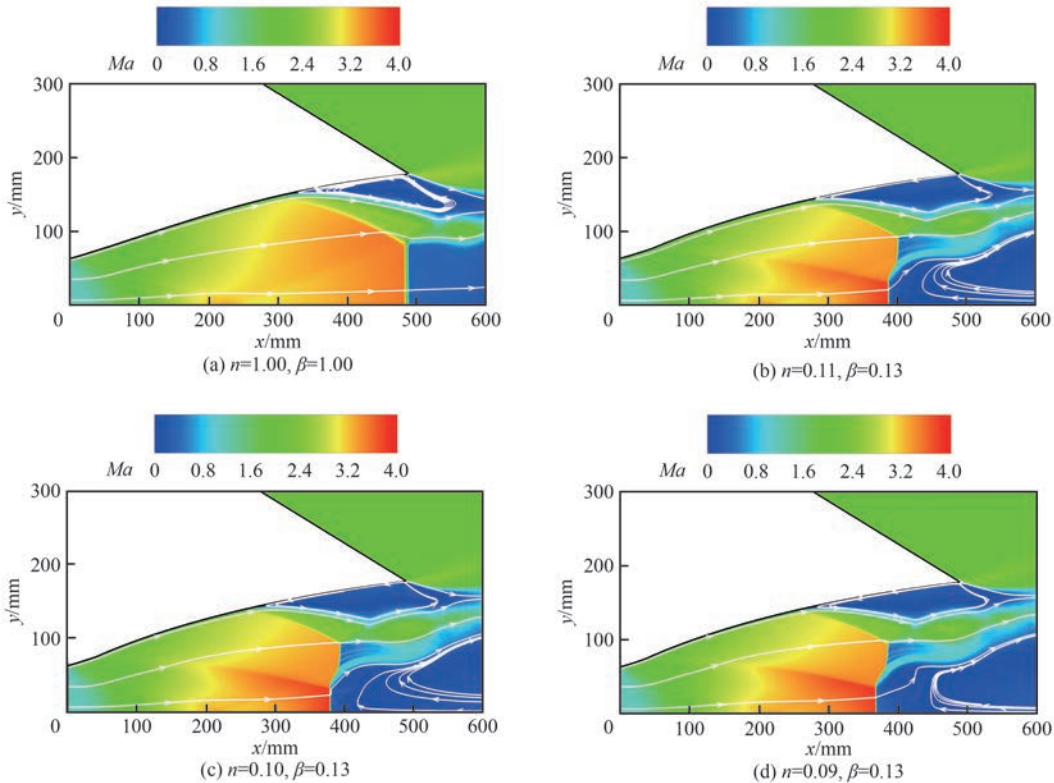


图 13 不同位置控制因子设计得出的喷管在  $NPR = 5.3$  下的马赫数云图和流线图

Fig. 13 Mach number contours and streamline plots for nozzles designed with different positional control factors for  $NPR = 5.3$

设计得出的喷管上壁面压力分布图,其中 $x$ 用喷管总长 $L$ 进行无量纲化。图14(a)为喷管上壁面压力分布以及压力跃升位置放大图,从中可以看出,随着位置控制因子减小,喷管上壁面压力跃升的位置逐渐往前移。图14(b)为喷管上壁面波前波后压力示意图, $p_1$ 、 $p_2$ 分别为波前波后压力,可以看到随着位置控制因子改变,喷管内激波的

强度也会随之改变。

图15是设计得到的喷管在 $\text{NPR} = 138.8$ 下的1道斜激波,位置控制因子不断变小时,喷管内激波逐渐变强,这也意味着喷管的性能损失变大。

表4给出了不同位置控制因子设计得到的喷管内激波位置与推力性能,并与原始喷管进行了对比分析。可以看到在 $\text{NPR} = 5.3$ 下,随着位置控

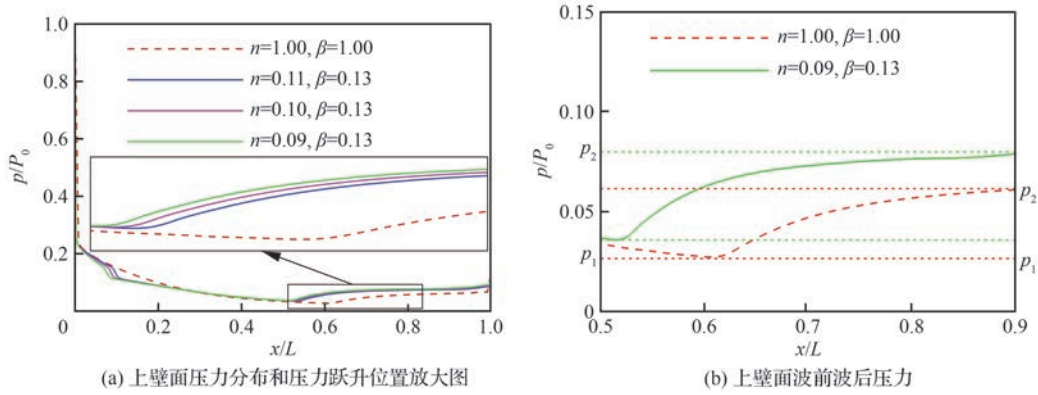


图14 不同位置控制因子设计得出的喷管在 $\text{NPR} = 5.3$ 下的上壁面压力分布

Fig. 14 Upper wall pressure distribution for nozzle designed with different positional control factors at  $\text{NPR} = 5.3$

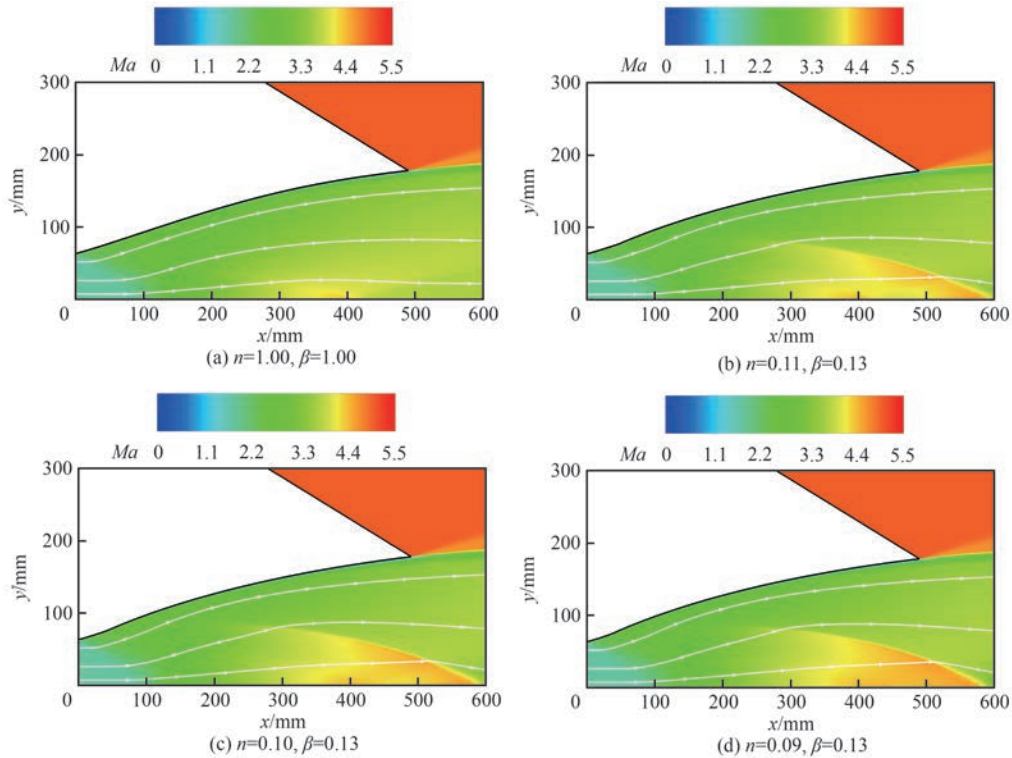


图15 不同位置控制因子设计得出的喷管在 $\text{NPR} = 138.8$ 下的马赫数云图和流线图

Fig. 15 Mach number contours and streamline plots for nozzles designed with different positional control factors for  $\text{NPR} = 138.8$

表 4 不同位置控制因子设计得到的喷管内激波位置与推力性能

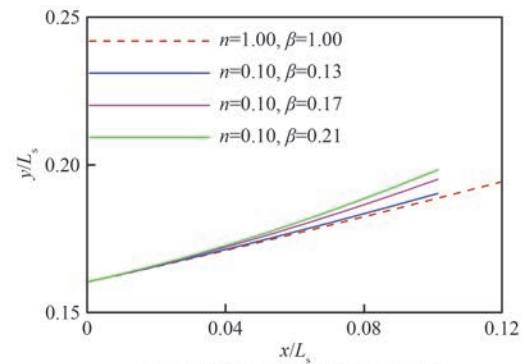
Table 4 Intra-nozzle shock wave positions and thrust performance obtained by designs with different position control factors

| $\beta$ | 基础段末端<br>压力/Pa | $n$  | 基础段长<br>度/mm | NPR = 5.3<br>激波位置/mm | NPR = 5.3<br>推力/N | 推力增长/% | NPR = 138.8<br>推力/N | 推力增长/% |
|---------|----------------|------|--------------|----------------------|-------------------|--------|---------------------|--------|
| 1.00    | 1 854.8        | 1.00 | 394          | 300                  | -1 024.0          |        | 837.4               |        |
| 0.13    | 13 946.3       | 0.11 | 45           | 261                  | -950.4            | 7.19   | 833.0               | -0.53  |
| 0.13    | 13 946.3       | 0.10 | 40           | 257                  | -943.6            | 7.86   | 831.1               | -0.75  |
| 0.13    | 13 946.3       | 0.09 | 35           | 253                  | -937.1            | 8.49   | 828.9               | -1.02  |

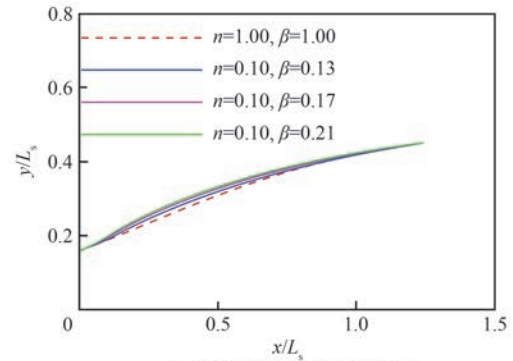
制因子变小,喷管内激波位置逐渐前移。在位置控制因子为 0.09 时,喷管壁面激波位置前移了 47 mm,喷管的推力性能增加了 8.49%。在 NPR = 138.8 下喷管推力性能随着位置控制因子变小而变差,在位置控制因子为 0.11 时损失最小,损失为 0.53%。在位置控制因子为 0.10,压力控制因子为 0.13 时,喷管的推力性能在低空状态下推力性能有明显提升,在高空状态下损失较小,综合 2 个典型工况,此时设计的喷管为推力性能最优喷管。这说明在典型工况和几何约束下,存在使两级膨胀喷管在低速飞行下的推力性能明显提升,在高速飞行状态下推力性能损失较小的位置控制因子和压力控制因子。

#### 4.2 压力控制因子影响

为了探究在设计过程中压力控制因子对喷管性能的影响,本节使用了 3 个不同的压力控制因子对轴对称-两级膨胀喷管进行设计。压力控制因子分别取 0.13、0.17 和 0.21,位置控制因子均取本文中 2 个典型工况下推力性能最优的位置控制因子,即  $n=0.10$ ,并与原始喷管进行对比分析。图 16 为原始喷管与不同压力控制因子下设计得到的两级膨胀喷管的壁面型线对比图。图 16(a)为喷管基础段型线,可以看出随着压力控制因子增大,喷管基础段长度不变,而其出口高度逐渐变高,因此喷管基础段膨胀速率逐渐变大。从图 16(b)观察到,随着压力控制因子增大,喷管前段的膨胀速率较原始喷管型线明显变快,两级膨胀喷管构型较原始喷管呈现“前急后缓”的形态。这将促使气流在喷管前段加速膨胀,使得喷管前段的上壁面压力快速减小,进而提前发生分离激波,有利于缩短喷管负推力面。



(a) 原始喷管与设计喷管基础段型线



(b) 原始喷管与设计喷管型线

图 16 原始喷管与不同压力控制因子设计得到的喷管上壁面型线对比

Fig. 16 Comparison of upwall profiles between original and nozzle designed with different pressure control factors

图 17 是设计得到的喷管在 NPR = 5.3 下的马赫数云图和流线图,可以看到喷管上膨胀面分离点以及轴线处马赫盘结构位置对喷管基础段的膨胀速率比较敏感。随着压力控制因子增大,喷管基础段的膨胀速率变大,喷管上膨胀分离点的位置有比较明显的前移,喷管后段回流区的面积明显增大。这有利于缩短喷管负推力面,进而

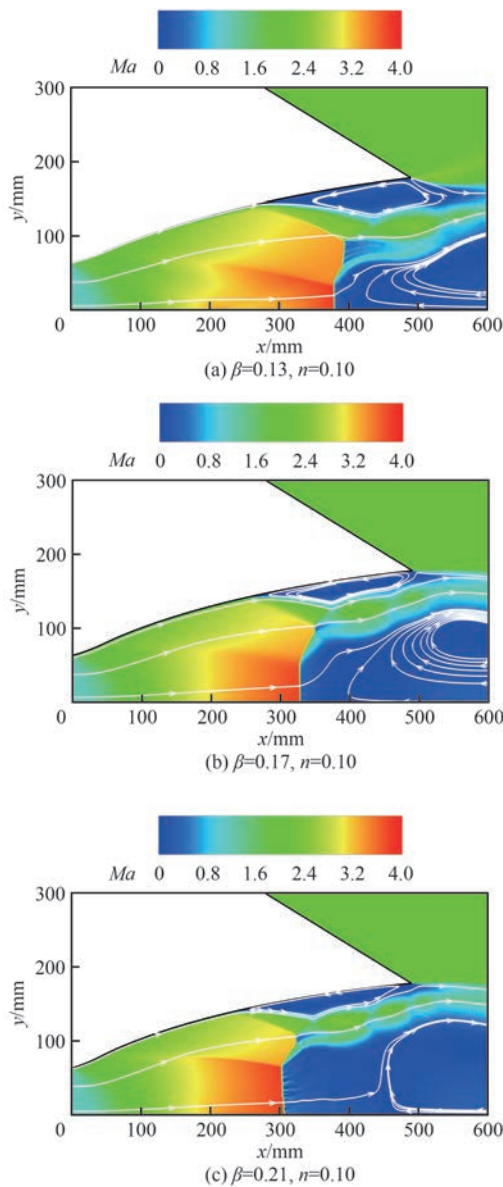


图 17 不同压力控制因子设计得出的喷管在  $NPR = 5.3$  下的马赫数云图和流线图

Fig. 17 Mach number contours and streamline plots for nozzles with different pressure control factors for  $NPR = 5.3$

提高低落压比下喷管的推力性能。

图 18 是不同压力控制因子在  $NPR = 5.3$  下设计得出的喷管上壁面压力分布图;随着压力控制因子变大,喷管壁面附近分离激波逐渐增强,导致波后压力迅速抬升,激波分离点的位置明显前移,有利于缩短喷管的负推力面。

图 19 是设计得到的喷管在  $NPR = 138.8$  下

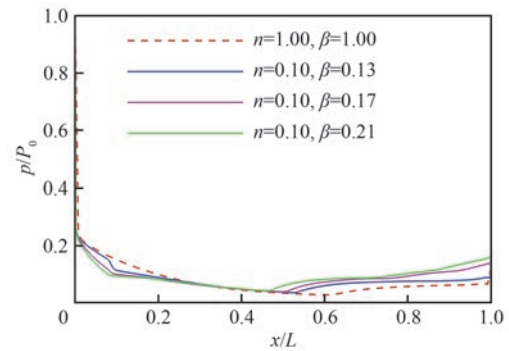
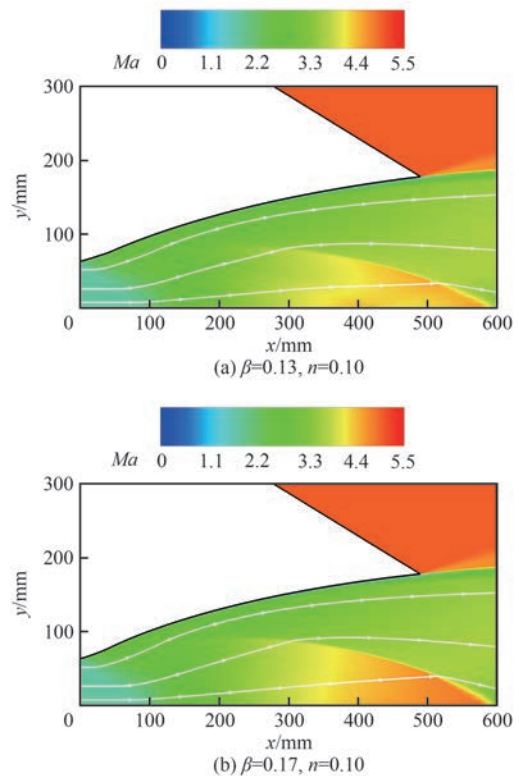


图 18 不同压力控制因子设计得出的喷管在  $NPR = 5.3$  下的上壁面压力分布

Fig. 18 Upper wall pressure distribution for nozzle designed with different pressure control factors at  $NPR = 5.3$

的马赫数云图和流线图,可以看到随着压力控制因子增大,喷管内激波逐渐变强,这将导致喷管在高落压比下的推力性能损失变大。

表 5 给出了不同压力控制因子设计得到的喷管内激波位置与推力性能,并与原始喷管进行对比分析。可以看到在  $NPR = 5.3$  下,随着压力控制因子变大,喷管内激波位置不断前移。在压力



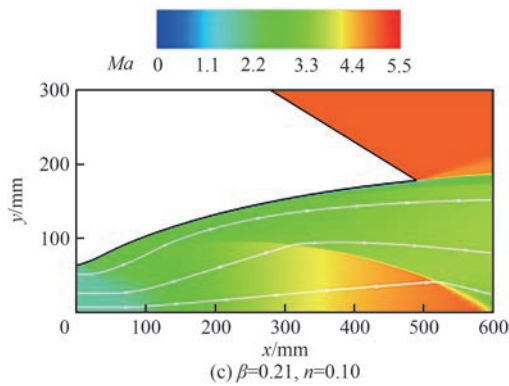


图 19 不同压力控制因子设计得出的喷管在  $\text{NPR} = 138.8$  下的马赫数云图和流线图

Fig. 19 Mach number contours and streamline plots for nozzles designed with different pressure control factors for  $\text{NPR} = 138.8$

表 5 不同压力控制因子设计得到的喷管内激波位置与推力性能

Table 5 Intra-nozzle shock wave positions and thrust performance of nozzle designed with different pressure control factors

| $n$  | 基础段长度/mm | $\beta$ | 基础段末端压力/Pa | $\text{NPR} = 5.3$ 激波位置/mm | $\text{NPR} = 5.3$ 推力/N | 推力增长百分比/% | $\text{NPR} = 138.8$ 推力/N | 推力增长百分比/% |
|------|----------|---------|------------|----------------------------|-------------------------|-----------|---------------------------|-----------|
| 1.00 | 394      | 1.00    | 1 854.8    | 300                        | —1 024.0                |           | 837.4                     |           |
| 0.10 | 40       | 0.13    | 13 946.3   | 257                        | —943.6                  | 7.86      | 831.1                     | —0.75     |
| 0.10 | 40       | 0.17    | 10 648.9   | 243                        | —889.8                  | 13.10     | 820.8                     | —1.98     |
| 0.10 | 40       | 0.21    | 8 910.1    | 227                        | —855.3                  | 16.47     | 811.9                     | —3.05     |

## 5 结 论

本文提出了 1 种基于高度补偿和反设计理念的两级膨胀喷管的设计方法,其主要通过控制壁面压力分布反设计基础段型线,以及基于强几何约束的最大推力喷管设计方法设计延伸段型线。本文所提设计方法可以有效减少低落压比时喷管产生的负推力,提高喷管在宽空域、宽速域内的推力性能。本文的主要结论如下:

1) 随着位置控制因子减小,压力控制因子增大,喷管在低速飞行状态下的推力性能提升的越多,其在高速飞行状态下的推力性能损失越大。对于本文的设计工况和几何约束条件下,位置控制因子为 0.10,压力控制因子为 0.21 时,与原始喷管相比,喷管内激波往前推移了 73 mm。喷管在低速飞行状态下的推力性能有明显提升,可提升到 16.47%,但其在高速飞行状态下推力性能产生的损失高达 3.05%。压力控制因子取 0.1,

控制因子为 0.21 时,喷管内激波位置往前移了 73 mm,喷管推力性能增加了 16.47%。在  $\text{NPR} = 138.8$  下喷管推力性能随着压力控制因子变大而变差,最大损失 3.05%。这也说明了在一定程度上压力控制因子越大,喷管在低落压比下的推力性能越好,而在高落压比下的喷管推力性能损失越大。

以上研究表明,通过调节位置控制因子和压力控制因子可以实现喷管激波位置和强度的主动控制。通过合适的组合,既能提高过膨胀状态下的喷管性能,又可以保证设计状态下喷管的性能损失不多,实际应用中可以根据喷管性能的实际需求选取适当的位置控制因子和压力控制因子。

位置控制因子取 0.10 时,与原始喷管相比设计喷管内激波往前推移了 43 mm。喷管在低速飞行状态下的推力性能提升了 7.86%,其在高速飞行状态下推力性能产生的损失仅为 0.75%。

2) 相较于原始喷管,本文设计的轴对称-两级膨胀喷管可以在满足几何尺寸约束的情况下兼顾低速飞行状态和高速飞行状态,通过调节位置控制因子和压力控制因子可以控制喷管内激波位置和强度。经过两者合适的取值,不仅可以使喷管在低速飞行状态下的推力性能有明显提升,还可以保证喷管在高速飞行状态下推力性能损失不多。实际应用中可以通过调节位置控制因子和压力控制因子对喷管实现推力性能的主动控制。

## 参 考 文 献

- [1] URZAY J. Supersonic combustion in air-breathing propulsion systems for hypersonic flight[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2018, 50: 593-627.

- [2] 岳连捷, 张旭, 张启帆, 等. 高马赫数超燃冲压发动机技术研究进展[J]. 力学学报, 2022, 54(2): 263-288.  
YUE L J, ZHANG X, ZHANG Q F, et al. Research progress on high-mach-number scramjet engine technologies[J]. Theoretical and Applied Mechanics, 2022, 54(2): 263-288.
- [3] VERMA K A, KAPAYEVA S, PANDEY K M, et al. The recent development of supersonic combustion ramjet engines for augmentation of the mixing performance and improvement in combustion efficiency: A review[J]. Materials Today: Proceedings, 2021, 45: 7058-7062.
- [4] LU X, YUE L J, XIAO Y B, et al. Design of scramjet nozzle employing streamline tracing technique: AIAA-2009-7248[R]. Reston: AIAA, 2009.
- [5] LV Z, XU J L, MO J W. Numerical investigation of improving the performance of a single expansion ramp nozzle at off-design conditions by secondary injection[J]. Acta Astronautica, 2017, 133: 233-243.
- [6] YU Y, XU J L, MO J W, et al. Principal parameters in flow separation patterns of over-expanded single expansion RAMP nozzle[J]. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 2014, 8(2): 274-288.
- [7] 徐惊雷, 马钊, 张堃元, 等. 不同过膨胀程度下非对称大膨胀比喷管的实验对比研究[C]//第二届高超声速科技学术会议摘要集, 2009: 23.  
XU J L, MA Z, ZHANG K Y, et al. Experimental comparison of asymmetric high-expansion-ratio nozzles at various over-expansion levels [C] //Proceedings of the 2nd Conference on Hypersonic Science and Technology, 2009: 23 (in Chinese).
- [8] YANG Y J, ZHANG Y F, CHEN H X. Analysis and manipulation of the separation zone in an overexpanded combined exhaust nozzle[J]. Aerospace Science and Technology, 2023, 135: 108196.
- [9] 曾家, 黄辉, 朱平平, 等. 火箭基组合动力研究进展与关键技术[J]. 宇航总体技术, 2022, 6(3): 49-57.  
ZENG J, HUANG H, ZHU P P, et al. Research progress and key technology analysis of rocket based combined cycle engines[J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2022, 6(3): 49-57.
- [10] BULMAN M, SIEBENHAAR A. The strutjet engine - exploding the myths surrounding high speed airbreathing propulsion: AIAA-1995-2475[R]. Reston: AIAA, 1995.
- [11] SHI L, ZHAO G J, YANG Y Y, et al. Research progress on ejector mode of rocket-based combined-cycle engines[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2019, 107: 30-62.
- [12] HAGEMANN G, FREY M, MANSKI D, et al. A critical assessment of dual-bell nozzles: AIAA-1997-3299[R]. Reston: AIAA, 1997.
- [13] KBAB H, SELLAM M, HAMITOCHE T, et al. Design and performance evaluation of a dual bell nozzle[J]. Acta Astronautica, 2017, 130: 52-59.
- [14] DAS A K, ACHARYY K, SARMA S, et al. Hybrid double-divergent nozzle as a novel alternative for future rocket engines [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2022, 59(3): 761-772.
- [15] 刘亚洲, 李平, 陈宏玉, 等. 不同延伸段压力分布的双钟形喷管设计[J]. 航空动力学报, 2022, 37(2): 424-432.  
LIU Y Z, LI P, CHEN H Y, et al. Design of dual-bell nozzles with different extension pressure distributions[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(2): 424-432.
- [16] 唐兰, 徐惊雷, 莫建伟, 等. 基于壁面压力分布的非对称喷管反设计[J]. 航空动力学报, 2017, 32(6): 1515-1522.  
TANG L, XU J L, MO J W, et al. Reverse design of asymmetric nozzle based on given wall pressure distribution[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(6): 1515-1522.
- [17] 陈以勒, 俞凯凯, 徐惊雷. 几何尺寸约束的超燃冲压发动机推力喷管设计[J]. 航空学报, 2021, 42(6): 124259.  
CHEN Y L, YU K K, XU J L. New design method for scramjet nozzles with strong geometric constraints [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(6): 124259 (in Chinese).
- [18] LV Z, XU J L, YU Y, et al. A new design method of single expansion ramp nozzles under geometric constraints for scramjets[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 66: 129-139.
- [19] ZUCROW M J, HOFFMAN J D. Gas dynamics: Vol. 2 [M]. New York: John Wiley and Sons, 1976.
- [20] RAO G V R. Exhaust nozzle contour for optimum thrust [J]. Journal of Jet Propulsion, 1958, 28(6): 377-382.
- [21] YU K K, CHEN Y L, HUANG S, et al. Optimization and analysis of inverse design method of maximum thrust scramjet nozzles[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 105: 105948.
- [22] MO J W, XU J L, QUAN Z B, et al. Design and cold flow test of a scramjet nozzle with nonuniform inflow[J]. Acta Astronautica, 2015, 108: 92-105.

(责任编辑: 王娇)

## Two-stage expansion nozzle design method and numerical simulation

PEI Wenqian, YU Kaikai\*, LIU Zengxu, NING Qiyue, XU Jinglei

*College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,  
Nanjing 210016, China*

**Abstract:** To enhance the performance of the nozzle in a wide airspace (0–24 km) and wide speed domain (Mach number 0–5), a two-stage expansion nozzle design methodology is investigated by utilizing altitude compensation and inverse design concepts. Firstly, the design method and steps of the two-stage expansion nozzle are introduced. The two-stage expansion nozzle profiles are divided into the base section and extension section profiles. The base section profiles are generated by the reverse design method based on the wall pressure, which is used to shorten the negative thrust surface of the nozzle by changing the position and strength of the shock wave and to improve the thrust performance of the nozzle under the low-speed flight condition. The nozzle extension profile adopts the maximum thrust nozzle design method based on strong geometric constraints to meet the purpose of hypersonic vehicle afterbody integration design. Secondly, the validity of the proposed design methodology is verified using numerical simulation, in which the numerical calculation methodology is introduced and verified, and the grid resolution is determined. Further, the design method for the reverse design of nozzle base profile for controlling wall pressure distribution is validated, and the goal of forward/backward shifting of the shock wave is achieved. At the same time, a study is conducted on the influence of the two key design parameters, i. e., the position control factor and the pressure control factor, on the the performance of the nozzle. Finally, comparative analysis of the proposed method and the maximum thrust nozzle design method with full geometric constraints is performed to verify the effectiveness and superiority of the new method. The results show that compared to the fully geometrically constrained maximum-thrust nozzle, the nozzle designed with the proposed method improves the thrust performance by 7.86% in the over-expansion state and decreases the thrust performance by only 0.75% in the under-expansion state under typical design conditions, which provides a theoretical basis for the design of the exhaust system of hypersonic vehicles.

**Keywords:** two-stage expansion; forward and reverse design; method of characteristics; full geometric constraint; maximum thrust theory

---

**Received:** 2024-07-30; **Revised:** 2024-08-21; **Accepted:** 2024-09-20; **Published online:** 2024-09-27 12:45

**URL:** <https://hkxb.buaa.edu.cn/CN/Y2025/V46/I8/631009>

**Foundation item:** Aviation Engine and Gas Turbine Basic Science Center (P2022-B-I-006-001)

\* **Corresponding author.** E-mail: yukk@nuaa.edu.cn