

基于光纤光栅传感器的固支梁固有频率的测量

金三梅¹ 张自强¹ 蔡 昭² 景锐平¹

(¹ 中国地质大学(武汉)数学与物理学院, 湖北 武汉 430074;

² 武汉麦斯威科技有限公司, 湖北 武汉 430074)

摘 要 本文设计了一个利用光纤光栅传感器测量固支梁固有频率的方案,并测量出了固支梁一至四阶固有频率。本实验方案中,我们对固支梁结构进行分析,得出了固支梁一至四阶固有频率理论公式。再以固支梁为基本构架,通过激振器对梁体进行激振,使梁体产生受迫振动,并在梁体产生驻波时,以光纤布拉格光栅(FBG)为敏感元件,测量梁体特定位置的挠曲度变化。我们用 Micron Optic 光纤光栅解调仪测量光纤光栅波长变化数据,再由 MOI 软件采集和处理该数据进而得到固支梁的各阶固有频率。实验结果表明固支梁固有频率的测量数据与理论值吻合度较高,误差小。本实验方案结构简单、灵敏度高、抗外界干扰能力强,具有较好的实用性与使用前景。

关键词 固支梁; 光纤光栅; 固有频率; Micron Optic 解调仪

MEASUREMENT OF NATURAL FREQUENCY OF THE CLAMPED BEAM BASED ON FIBER BRAGG GRATINGS SENSOR

JIN Sanmei¹ ZHANG Ziqiang¹ Cai Zhao² JING Ruiping¹

(¹ School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan, Hubei 430074;

² Wuhan Maxway Technology Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430074)

Abstract In this paper, we design a scheme of measuring the natural frequency of fixed beam by fiber grating sensor and measure the first to fourth order natural frequency of fixed beam. In particular, we analyzed the structural characteristics of clamped beams and derived theoretical formulas for their first to fourth-order natural frequencies. Then, with the clamped beam as the basic frame, the beam body is excited by the shaker to make the beam body produce forced vibration. When the beam body generates standing waves, the fiber Bragg grating (FBG) is used as the sensitive element to measure the deflection change of the specific position of the beam body. The wavelength variation of the FBG is measured by Micron Optic fiber grating demodulator, the data is then collected and processed by MOI software to obtain the natural frequency of fixed beams. The experimental results show that the measured natural frequencies of the clamped beam are in good agreement with theoretical values, with minimal

收稿日期: 2023-04-11

基金项目: 教育部协同育人项目(220603584244023); 中国地质大学(武汉)基础课教改项目: 基于物理学史的大学物理教学内容重构(2020A52); 2024 年中国地质大学(武汉)数理学院课程思政示范课程和教学团队资助项目(编号: SL2024A07)。

通信作者: 景锐平, jingruiping@cug.edu.cn。

引文格式: 金三梅, 张自强, 蔡昭, 等. 基于光纤光栅传感器的固支梁固有频率的测量[J]. 物理与工程, 2025, 35(4): 319-322.

Cite this article: JIN S M, ZHANG Z Q, CAI Z, et al. Measurement of natural frequency of the clamped beam based on fiber bragg gratings sensor[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(4): 319-322. (in Chinese)

error. The experimental scheme is simple in structure, highly sensitive, and robust against external interference, demonstrating strong practicality and promising applications.

Key words clamped beam; fibber Bragg gratings; inherent frequency; Micron Optic demodulation devices

自从 1978 年 K. O. Hill 等人首次在锗硅光纤上用驻波持续曝光制作成第一个光纤布拉格光栅 (FBG) 以来^[1], FBG 的应用研究引起了全世界学者的广泛关注^[2]。光纤光栅传感器的材料优势及传感优势使 FBG 传感技术近年来引起人们极大的兴趣。在光纤光栅传感应用的方案中, 对梁体结构的测试研究一直是研究人员的兴趣。固支梁作为工程上常见的梁体, 其物理性质往往决定了整个工程的顺利与否, 本文以光纤光栅为敏感元件作为拾振器, 测量固支梁梁体的振动数据, 利用光纤光栅解调仪 Micron Optics 结合其自带软件 MOI 对数据进行研究分析, 得到了其一到四阶固有频率, 实验方案合理, 结果可靠, 可以在实验教学中推广。

1 实验原理

1.1 固支梁横向振动

取梁未变形时的轴线方向为 x 轴 (向右为正), 取对称面内与 x 轴垂直的方向为 y 轴 (向上为正)。梁在横向振动时, 其挠曲线随时间而变化, 可表示为

$$y = y(x, t) \quad (1)$$

在理想弹性体与微幅振动的假设基础上, 进一步假设梁的长度与截面高度之比是相当大的 (大于 10)。故可以采用材料力学中的梁弯曲的简化理论^[3]。根据这一理论, 在我们采用的坐标系中, 梁挠曲线的微分方程可以表示为

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M \quad (2)$$

通过对式 (2) 进行求解, 得其通解为^[4]

$$X(x) = C_1 \cosh \beta x + C_2 \sinh \beta x + C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x \quad (3)$$

1.2 固支梁固有频率计算

由于固支梁两个固定端挠度和转角均等于 0, 梁的边界条件

$$X(0) = 0, X'(0) = 0$$

$$X(1) = 0, X'(1) = 0$$

所以有: $C_1 + C_3 = 0; C_2 + C_4 = 0$

特征方程为

$$\cos \beta l \cosh \beta l = 1 \quad (4)$$

由作图法或数值计算可解得特征值为

$$\beta_1 \approx \frac{4.730}{l}, \quad \beta_i \approx \frac{(i + 0.5)\pi}{l}, \quad i = 2, 3, \dots \quad (5)$$

与此相应的固有频率为

$$p_i = \beta_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (6)$$

2 实验装置结构设计

本实验装置采用的固支梁结构如图 1 所示, 测量实物图如图 2 所示; 光纤光栅粘贴于固支梁

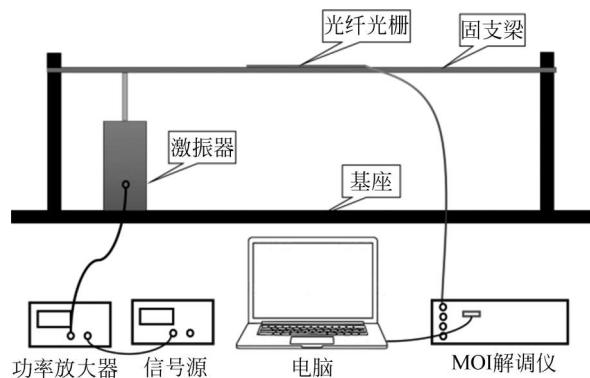


图1 固支梁测量结构示意图

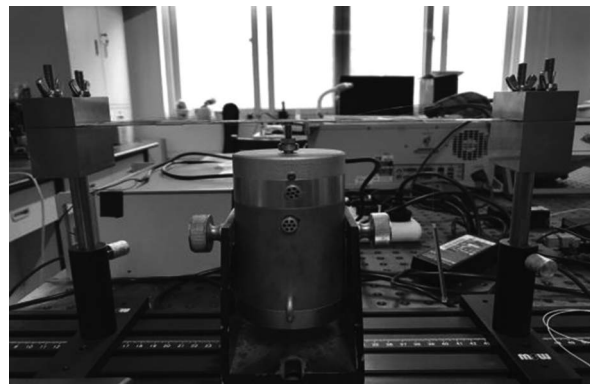


图2 固支梁测量系统实物图

梁体上,梁体的挠度变化会导致光纤光栅中心波长发生改变,通过解调仪测量波长的变化量即可测量梁体挠度的变化。实验中,由激振器驱动固支梁振动,从而使梁体上的光纤光栅发生波长漂移, Micron Optics 解调仪采集波长数据,数据由解调仪传输至电脑端,由 MOI 软件对采集的数据进行实时处理,即可得到固支梁的固有频率。

3 实验研究

本实验采用的是驻波法测量固支梁的固有频率^[5],在稳态激励情况下固支梁梁体产生驻波,以光纤光栅为敏感元件测量作拾振器,通过传感器测量被测对象的振动数据,通过对数据的分析得到其固有频率。理想状态下,可将梁两端固定,当作固定端等截面梁进行研究。通过理论公式,我们可以估计固支梁各阶固有频率的范围,信号源在此范围输出的信号,经过功率放大器驱动激振器工作,激振器使固支梁产生振动,粘贴与固支梁上的光纤光栅传感器测量固支梁的振动数据,再由 MOI 软件采集这些振动数据并对数据进行处理,并绘制实施的振动曲线呈现在软件界面上。改变信号源的输出频率,直到软件界面上出现的振动曲线振幅不发生改变时(如图 3 所示),利用软件的 FFT 变换,即可以得到固支梁该阶的固有频率。继续增大或者减小信号源输出频率,以相同的方法即可以得到固支梁的其他各阶固有频率。该方案灵敏度高,传感器抗干扰能力强,可以做到无源检测。

实验中,固支梁梁体材料的密度为 7930kg/m^3 ,弹性模量为 194020MPa ,梁截面长为 26mm ,宽为 8mm 。

3.1 一阶固有频率测量

通过第一节分析,固支梁理论固有频率为

$$p_i = \beta_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

将实验材料数据代入上式可得,理论值为 40.51Hz 。实验过程中,信号源输出频率从 30Hz 开始逐渐增大,MOI 软件界面实时显示简支梁光纤粘贴处挠曲度随时间的变化曲线,当没有达到共振时该曲线的振幅并不稳定;当固支梁达到共振时,其挠曲度变化曲线振幅保持不变,如图 3 所示,其为固支梁一阶固有频率共振时得到的挠曲度变化曲线;经过 FFT 变换,可得到其频域图像如图 4 所示,得到的固支梁固有频率为

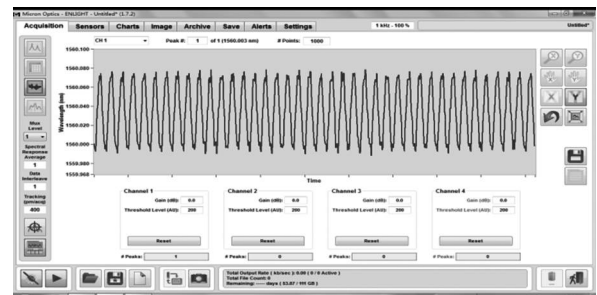


图 3 固支梁达到共振时波形图



图 4 放大频率后固支梁一阶固有频率图

40.36Hz ,与理论值 40.51Hz 比较,其百分比误差为 0.7% 。

3.2 二、三、四阶固有频率测量

按照与一阶固有频率相同的方法,可以进行二、三、四阶固有频率的测定,分别如图 5~7 所示,通过理论公式计算出来的理论值分别为 111.61Hz 、 218.75Hz 、 361.6Hz ,通过实验实际测量值分别为 111.70Hz 、 220.02Hz 、 360.92Hz 。



图 5 二阶固有频率分布图

3.3 实验结果分析

实验中,我们通过对固支梁进行理论分析,得到了固支梁一阶、二阶、三阶和四阶的固有频率的理论,采用激振器对固支梁进行激振,让固支梁产生受迫振动,利用光纤光栅传感器测量梁体受迫

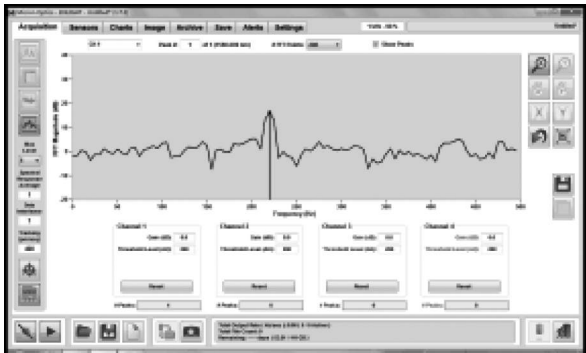


图6 三阶固有频率分布图



图7 四阶固有频率分布图

振动时的挠曲度的变化,结合 Micron optics 解调仪及 MOI 软件采集和处理梁体产生驻波时的实验数据,测量出了固支梁一阶、二阶、三阶和四阶的固有频率。我们将测量值和理论值进行比较,得到了其百分比误差,具体数据见表 1。

表 1 固支梁各阶固有频率值比较

测量项目	实验值	理论值	相对误差
一阶固有频率	40.36Hz	40.51Hz	0.37%
二阶固有频率	111.70Hz	111.61Hz	0.08%
三阶固有频率	220.02Hz	218.75Hz	0.58%
四阶固有频率	360.92Hz	361.6Hz	0.02%

从上表可知,实验数据均符合预期结果,验证了该驻波测量方法的可靠性以及光纤布拉格光栅的优良灵敏性。

4 结语

本实验测量方案以驻波法为基础,以光纤光栅为敏感元件测量固支梁受迫振动时的挠曲度变化,通过 Micron optics 解调仪及 MOI 软件采集和处理梁体产生驻波时的实验数据得到实验结果。本实验方案结构简单、灵敏度高、抗外界干扰能力强,通过此方案测得固有频率准确。但该方案仅对固支梁的固有频率进行测量,测量过程中没有考虑固支梁本身的性质对固有频率的影响,也没有考虑固支梁轴向预应力对固有频率的影响等。在今后的实验研究中,我们将完善实验方案,改进实验设备,使之可以多角度测量固支梁的固有频率,使得实验结论可以给固支梁应用更多场景提供参考,使此方案和实验结果有更好的实用性与应用前景。

参 考 文 献

[1] HILL KO, FUJII Y, JOHNSON DC, et al. Photosensitivity in optic fiber waveguide[J]. application to reflection filters fabrication. Appl. Phys. Lett. 1978,32(10): 647-649.

[2] WEBB D J, SUROWIEC J, SWEENEY M, et al. Miniature fiber optic ultrasonic probe[C]. Proc. SPIE, 1996, 2839: 8.

[3] 孙训方,方孝淑,关来泰.材料力学[M]. 4 版. 北京:高等教育出版社,2002.

SUN X F, FANG X S, GUAN L T. Mechanics of Materials [M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2002. (in Chinese)

[4] 何琳,师长庚.振动理论与工程应用[M]. 北京:科学出版社, 2015.

HE L, SHI C G. Vibration theory and engineering application[M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)

[5] 冯舰锐,陈聪,吴秀文,等.对膜簧片型汽笛频率影响因素的研究[J]. 物理与工程,2018,28(5):72-77.

FENG J R, CHEN C, WU X W, et al. Influence factors to frequency of balloonwhistle based on membrane reeds[J]. Physics and Engineering, 2018, 28(5): 72-77. (in Chinese)