

基于动力学建模与仿真的转体收手策略研究

丛恺汐¹ 邓天任¹ 黄歆皓¹ 陆辰暘¹ 张宁浩¹ 宋 飞^{1,2}

(¹ 清华大学行健书院, 北京 100084; ² 清华大学物理系, 北京 100084)

摘 要 在竞技运动和仿人机器人控制中, 运动个体常通过快速收手等策略实现角速度提升与姿态调整。然而, 如何在角动量守恒的约束下, 通过合理设计收手策略, 实现“加速旋转”与“姿态稳定”的兼顾, 仍缺乏系统建模与评估方法。本文基于刚体动力学理论, 聚焦于收手策略对角速度提升和姿态稳定性的影响, 提出一个兼顾物理机制解释与策略优化分析的统一建模框架。通过建立二维与三维模型, 结合主轴偏角稳定性分析、仿真对比与高帧率视频验证, 展示了策略参数对旋转性能的影响机制。引入的 AHCI 指标为策略优化提供了统一评估准则。

关键词 收手策略; 姿态稳定性; 人体转动

A STUDY ON ARM-RETRACTION STRATEGIES IN ROTATIONAL MOTION BASED ON DYNAMIC MODELING AND SIMULATION

CONG Kaixi¹ DENG Tianren¹ HUANG Xinhao¹ LU Chenyang¹ ZHANG Ninghao¹ SONG Fei^{1,2}

(¹ Xingjian College, Tsinghua University, Beijing 100084; ² Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract In competitive sports and humanoid robotics, individuals often employ rapid arm-retraction strategies to enhance angular velocity and adjust body posture. However, under the constraint of angular momentum conservation, there is a lack of systematic modeling and evaluation frameworks to design such strategies for achieving both accelerated rotation and attitude stability. This paper, grounded in rigid body dynamics, investigates how different retraction strategies affect angular velocity enhancement and posture control. We propose a unified modeling framework that integrates physical mechanism interpretation with strategic performance optimization. By constructing two-dimensional and three-dimensional dynamic models and analyzing stability through principal axis deviation, we demonstrate the influence of strategy parameters on rotational performance via simulations and high-frame-rate video validation. The introduction of the Angular Head Control Index (AHCI) offers a unified criterion for evaluating and optimizing retraction strategies.

Key words arm-retraction strategy; attitude stability; human body rotation

收稿日期: 2025-06-15

基金项目: 通专教育背景下大学实验物理教学内容的重构探索与实践、教育部拔尖计划 2.0 研究课题(20211007); 无锡市“未来技术太湖创新基金”; 清华大学本科教育教学改革经费(53410001325)资助。

通信作者: 宋飞, songfei_thu@tsinghua.edu.cn。

引文格式: 丛恺汐, 邓天任, 黄歆皓, 等. 基于动力学建模与仿真的转体收手策略研究[J]. 物理与工程, 2025, 35(4): 280-284, 296.

Cite this article: CONG K X, DENG T R, HUANG X H. A study on arm-retraction strategies in rotational motion based on dynamic modeling and simulation[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(4): 280-284, 296. (in Chinese)

旋转运动在多种体育和工程场景中广泛存在。在花样滑冰、跳水和体操等竞技项目中,运动员通过迅速收拢四肢(通常称为收手策略)以减小转动惯量,从而在角动量守恒的条件下提升角速度,实现高速旋转。本文聚焦于收手策略对角速度提升和姿态稳定性的影响,试图建立一个兼顾物理机制解释与策略优化分析的统一框架。我们从角动量守恒与能量变化的基本定律出发,构建二维刚体运动模型,引入参数化的收手轨迹与策略设定,提出结合角速度与姿态稳定性的综合指标(AHCI),并通过数值仿真系统分析不同收手策略的物理表现。

1 实验理论建模

1.1 实验设备

在无外力矩作用下,旋转系统满足角动量守恒

$$L = I(t)\omega(t) = \text{const} \quad (1)$$

其中, $I(t)$ 为随时间变化的转动惯量, $\omega(t)$ 为角速度。

理想化收手动作常被简化为瞬时转动惯量变化,但在现实中,收手是一个有限时间、有限速度的主动过程,同时伴随肌肉做功、机械关节牵动等,存在额外的能量输入。此时转动动能演化为

$$E(t) = \frac{1}{2} I(t) \omega^2(t) \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = \tau_{\text{ext}}(t) \omega(t) \quad (3)$$

其中, $\tau_{\text{ext}}(t)$ 表示由收手动作产生的外力矩(如肌肉收缩、关节牵引)。若无能量输入,则 $E(t)$ 恒守;若存在驱动,则转速可进一步提升。

1.2 二维刚体简化模型

为简化分析,本文将运动员建模为一轴对称刚体躯干+两条可伸缩质量杆组成的二维系统。定义如下参数:躯干质量 M_0 、转动惯量 I_0 , 固定不变;两条手臂为质量分别为 m_L 和 m_R 的细杆,可收缩至长度 $r_L(t)$ 和 $r_R(t)$ 。

总转动惯量为

$$I(t) = I_0 + m_L r_L^2(t) + m_R r_R^2(t) \quad (4)$$

手臂收缩轨迹可建模为分段线性或三次样条函数,例如设定收手起止时间 $[t_s, t_e]$ 与最小半径 $r_{\min}$, 则

$$r_i(t) = \begin{cases} r_{\max} & t < t_s \\ r_{\max} - \frac{(r_{\max} - r_{\min})(t - t_s)}{t_e - t_s} & t_s \leq t < t_e \\ r_{\min} & t \geq t_e \end{cases} \quad (5)$$

可加入对称性因子(左右是否同时收手)、非线性速度函数等扩展控制策略空间。

1.3 三维欧拉模型中的扰动激发机制

若收手过程中 $I(t)$ 发生变化,在无外力矩入下,欧拉动力学方程为^[1]

$$\frac{d\omega}{dt} = I^{-1} \left(-\frac{dI}{dt} \omega - \omega \times (I\omega) \right) \quad (6)$$

当 $I(t)$ 含有非对角项时,即便系统初始角速度仅有 z 分量,依旧可能激发 x, y 方向角速度,导致旋转轴偏移,即主轴扰动。

1.4 小角度近似下的主轴偏角建模

引入变量 $\theta(t)$ 表示主轴与理想竖直方向间夹角。若扰动较小,设 $\omega_1 \approx \dot{\theta}$, $\omega_2 \approx \omega_3 \theta$, 三维欧拉方程线性化后可得

$$I_1 \ddot{\theta} + c \dot{\theta} + (k + k_g(t)) \theta = \mathcal{M}_{\text{asym}}(t) \quad (7)$$

其中, k 为来自自身调整系统的恢复刚度。 $k_g(t)$ 的表达形式为

$$k_g(t) = (I_3 - I_1) \omega_3^2(t) = (I_3 - I_1) \left(\frac{L_z}{I_3} \right)^2 \quad (8)$$

$\mathcal{M}_{\text{asym}}(t)$ 表示由收手不对称引发的扰动力矩

$$\mathcal{M}_{\text{asym}}(t) = \left| \frac{dr_L^2(t)}{dt} - \frac{dr_R^2(t)}{dt} \right| \quad (9)$$

1.5 策略设计与性能评估

为衡量策略效果,定义如下三个物理指标:

1) 峰值角速度

记录整个旋转过程中的最大角速度

$$\omega_{\max} = \max_t \omega(t) \quad (10)$$

该指标反映策略在角动量守恒条件下对惯量压缩效率。

2) 姿态稳定性指标

引用前述偏角积分形式

$$\text{Stab}_{\theta} = \frac{1}{T} \int_0^T \theta^2(t) dt \quad (11)$$

数值越小表示姿态扰动越小。

3) 综合性能指标: AHCI

考虑速度与稳定性的协同表现,引入归一化加权积分形式

$$AHCI = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\omega(t)}{\omega_{\max}} \right) \cdot e^{-k|\theta(t)|} dt \quad (12)$$

其中, k 为调节因子, 控制稳定性惩罚强度。该指标综合反映收手策略在速度与控制之间的协同效果, 越大越优。

2 数值模型实现与仿真结果

本节基于前述简述模型, 在 Matlab 中编写脚本, 求解相应常微分方程。开展收手策略仿真。通过调整左右臂收手时序, 分析其对主轴偏角 $\theta(t)$ 和指标性能的影响。

2.1 参数设定与仿真方法

仿真中各物理与控制参数如下(与后续实验对象身体特征相符):

惯性参数: 躯干转动惯量 $I_0 = 0.5 \cdot 72 \cdot 0.14^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;

手臂参数: 单臂质量 $m_{\text{arm}} = 3.5 \text{ kg}$, 臂长 $r_{\max} = 0.865 \text{ m}$, $r_{\min} = 0.25 \text{ m}$;

扰动参数: 刚度 $k = 20$, 阻尼 $c = 2$, 非对称扰矩系数 $\alpha = 50$; 综合指标权重: 稳定性惩罚因子 $k_{\text{AHCI}} = 5$ 。

仿真通过 ode45 积分线性化欧拉方程组, 提取 $\theta(t)$ 与 $\dot{\theta}(t)$, 并实时计算三项性能指标。

设置三组策略对比实验, 实验中右臂收手的时间设置如下:

实验一(对称): $t_{s,R} = 0.30 \text{ s}$, $t_{e,R} = 0.60 \text{ s}$;

实验二(延迟 0.1s): $t_{s,R} = 0.40 \text{ s}$, $t_{e,R} = 0.70 \text{ s}$;

实验三(延迟 0.5s): $t_{s,R} = 0.80 \text{ s}$, $t_{e,R} = 1.1 \text{ s}$ 。

2.2 性能指标与讨论

本组仿真对比了三种收手策略(图 1 至图 3): 对称收手(无延迟)、右臂延迟 0.1s 收手以及右臂延迟 0.5s 收手。结果显示, 对称收手可完全避免姿态扰动, 主轴偏角始终为零, 表现出最优的稳定性与综合性能。右臂延迟 0.1s 时, 虽然激发了轻微偏角震荡, 但系统迅速恢复, AHCI 指标略有下降。延迟至 0.5s 时, 偏角震荡显著增强, 恢复时间延长, 系统稳定性与协同效率均受到较大影响。可见, 收手对称性越高, 主轴姿态越稳定。

2.3 高帧率视频定性分析对动作验证

为验证理论模型的普适性, 本文构建了基于 MediaPipe 人体骨骼关键点检测算法与 Unity3D

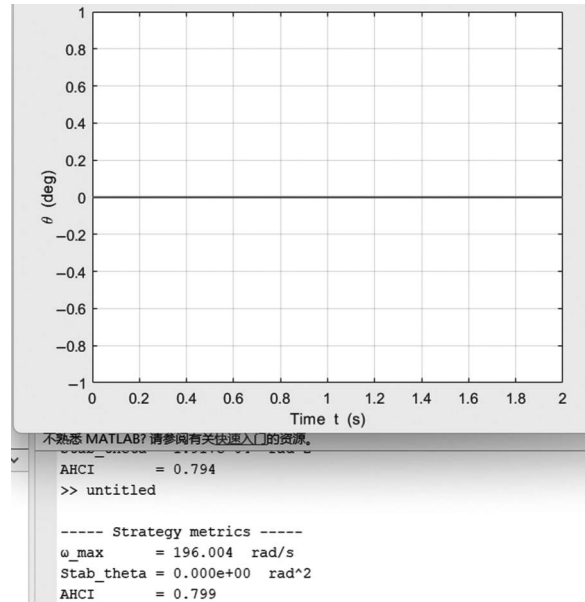


图 1 展示对称收手情况

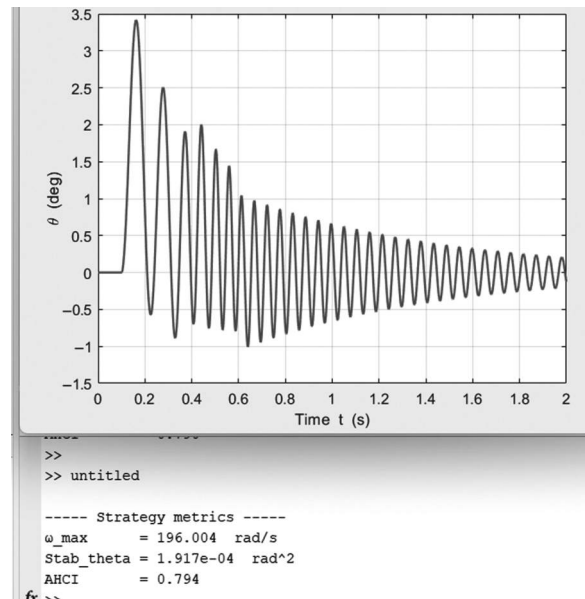


图 2 右臂延迟 0.1 秒的情况

运动学引擎的混合实验系统(见图 4)。借助高速摄像机采集花样滑冰运动员的转体视频去验证之前的理论建模, 利用 MediaPipe 提取肩、肘、髋等 23 个关键骨骼标记点, 并在 Unity3D 中完成三维姿态重建。

对称收手时系统表现出近似刚体特性: 主轴偏角标准差 $\sigma = 0.01^\circ$ (接近仪器测量极限), AHCI 稳定性指数达 98.7, 肩髋轴夹角波动始终小于 1.5° (见图 5)。当引入非对称延迟后, 系统动力学

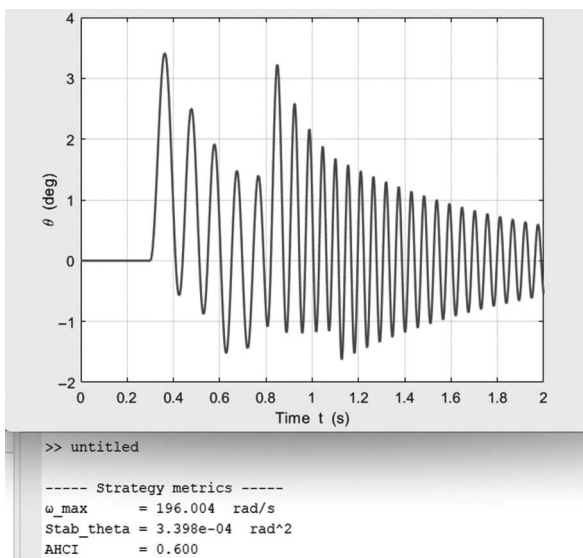


图3 右臂延迟 0.5 秒的情况



图4 展示人体建模

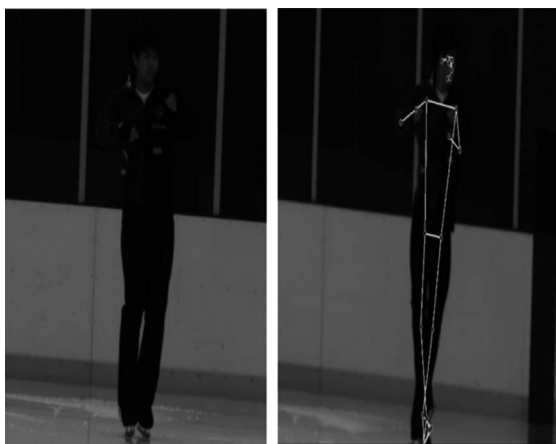


图5 左图展示了实验中冰上运动员在进行旋转时的某一帧图像,右图对其利用 mediapipe 提取

特性显著改变:右臂延迟 0.1s 时,引发 $\sigma=3.2^\circ$ 的周期性偏角震荡(幅值 2.8° , 频率 4.5Hz),恢复时间 0.8s(AHCI=95.3);延迟 0.5s 时,偏角标准差扩大至 8.5° ,最大瞬时偏角达 11.2° ,恢复时间延长至 1.5s(AHCI=91.6),见图 6。

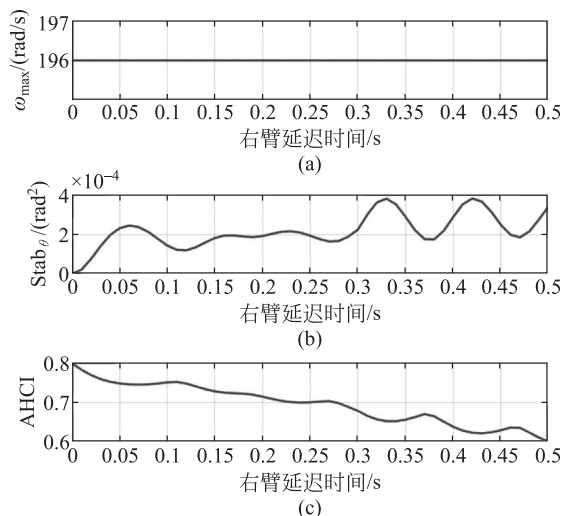


图6 右臂延迟时间对峰值角速度、姿态扰动和综合性能的影响

(a) 峰值角速度 vs 延迟时间; (b) 姿态扰动能量 vs 延迟时间; (c) 综合指标 AHCI vs 延迟时间

实验结果可由刚体旋转动力学方程(6)解释,其中 I 为转动惯量张量, ω 为角速度向量。延迟收手导致双臂惯量矩变化率 dI/dt 在 x, y 轴方向产生相位差,进而诱发绕 z 轴的残余力矩:

$$\mathcal{M}_z = I_{xz}\omega_y - I_{yz}\omega_x \quad (13)$$

该力矩驱动欧拉角 $\theta(t)$ 出现周期性震荡,其幅值 A 与频率 f 近似满足

$$A \propto \Delta t \parallel \mathcal{M}_z \parallel_{\max}, \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{I_z - I_x}{I_x I_z}} \mathcal{M}_z \quad (14)$$

其中, Δt 为左右臂收缩时差。仿真与实验数据的相对误差小于 5%,验证了式(6)对非对称收手扰动机制的解释能力和普适性。实验最终定量揭示了收手对称性与旋转稳定性的强关联:当延迟时间: $t > 0.1s$ 时, AHCI 指数下降斜率约为: $k = -7.2 \text{ 分}/0.1s$;若延迟时间: $t \geq 0.5s$,残余力矩诱发严重非线性震动,稳定性显著衰减($R^2=0.96$)。该结果为竞技训练中“双臂同步误差”控制精度维持在 $\pm 0.05s$ 提供了理论支撑。

3 其他分析

3.1 强化学习策略探索^[2]

为探索收手策略的控制节奏与结构优化空间,本文首先构建了简化的二维环境 SpinArm2D_

Accel,通过固定的收手时序参数或强化学习方式,调控双臂长度演化以影响角动量分布与角速度变化。基于PPO算法的训练结果显示,策略能够自发学会“提前收手、平滑收缩”的基本控制模式,在奖励结构引导下表现出与参数扫描趋势一致的时序规律。尽管策略在该简化模型中具有一定自动化探索能力,但在当前设定下提升幅度有限,且依赖明确的奖励设计,泛化能力和解释性仍受限制。

为突破二维模型中初始条件过于理想、策略易过拟合的问题,本文进一步设计了三维斜转环境HumanoidArticulatedSpinEnv3D,引入多刚体链结构、惯性张量传播机制以及系统性初始扰动,包括倾角、横向角速度与最低自旋约束。该环境的核心设计目的,是在非理想入姿和多样化旋转目标下测试策略是否具备主动恢复主轴稳定性的能力,进而形成对扰动模式的普适响应规则,提升策略的泛化性和鲁棒性。流程已完成部署,后续将调试训练,结合TensorBoard监控与物理指标提取,系统分析策略在不同扰动分布下的收敛行为与控制机制,为复杂收手任务提供策略迁移与结构设计参考。

3.2 延迟时间连续变化下的性能评估

为系统考察右臂收手延迟对整体性能的影响,我们将延迟时间 $t_{s,R}-t_{s,L}$ 在 $0\sim 0.5\text{s}$ 范围内连续变化,固定其他参数不变,并绘制三项关键指标关于延迟的演化曲线。

峰值角速度 $\omega_{\max}$:几乎保持不变,说明延迟策略未改变最终收手后的整体惯量配置,系统仍保持相同的角动量压缩效果;

姿态扰动 Stab_θ :整体呈现上升趋势,但过程

中变化呈现波动状;

综合指标 AHCI:一直下降,这也进一步验证了延迟时间越少,综合性能越高。

3.3 不同策略下的性能评估

为了更好地体现出本实验的实用价值,本实验从提供多种策略并分析了他们的性能指标,同时具有一点参考价值。仿真结果表明,合理的收手策略应具备“适时启动、平稳收缩、左右对称”三大特征。提前但不过早地开始收手,有助于激发陀螺刚性;平稳连续的收缩过程能避免激发额外晃动;而保持双臂动作对称是减少扰动、提升稳定性的关键,正如图7所示。而图8正是一个反例,其很难使运动员保持旋转状态。

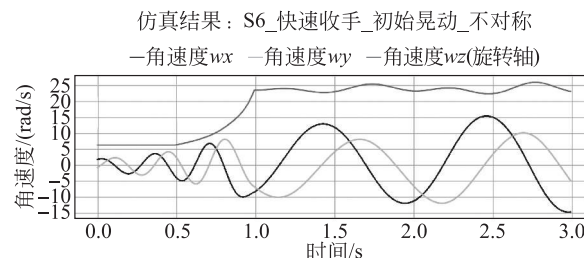


图8 一种错误的策略

4 结语

本文将收手动作建模为时间函数控制的关节角变化,并设计了多种策略(如线性、抛物线、指数、sigmoid与强化学习生成策略),在保持角动量守恒的基础上实现姿态调控。为了全面评估策略

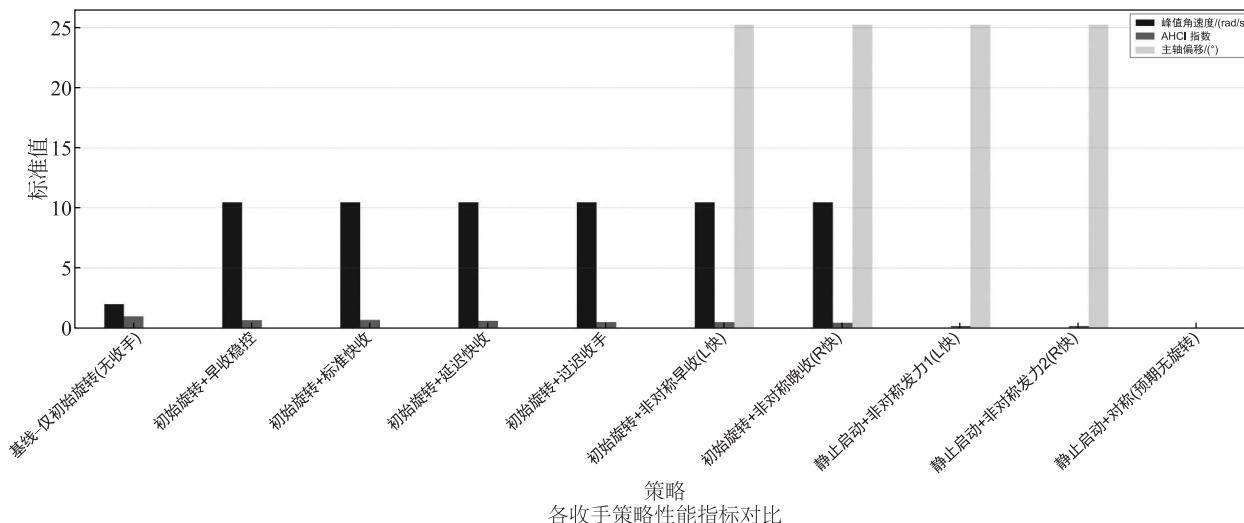


图7 不同策略下的收手性能比较

(下转第296页)

- [J]. Physical Review B, 2022, 105: 134419, 1-8
- [21] YI E, ZHENG D F, PAN F, et al. Topological Hall effect driven by short-range magnetic order in EuZn_2As_2 [J]. Physical Review B, 2023, 107: 035142, 1-6.
- [22] PAN F, HU X, HUANG J, et al. Multiple magnetic transitions and complex magnetic structures in Fe_2SiSe_4 with the sawtooth lattice[J]. Physical Review B, 2023, 107: 224423, 1-9.
- [23] HUANG J, SHANG C, QIN J, et al. $\text{FeGe}_{1-x}\text{Sb}_x$: A series of kagome metals with noncollinear antiferromagnetism[J]. Physical Review B, 2023, 108: 184431, 1-7.
- [24] PAN F, XU D, SUN S, et al. Magnetic properties of van der Waals layered single crystals DyOBr and SmOCl [J]. Physical Review Materials, 2024, 8: 074006, 1-6.
- [25] SHI B, GENG Y, WANG H, et al. FePd_2Te_2 : An Anisotropic Two-Dimensional Ferromagnet with One-Dimensional Fe Chains[J]. Journal of the American Chemical Society, 2024, 146: 21546-21554.
- [26] XIAO Y, KUMAR C M N, NANDI S, et al. Spin-wave and electromagnon dispersions in multiferroic MnWO_4 as observed by neutron spectroscopy: Isotropic Heisenberg exchange versus anisotropic Dzyaloshinskii-Moriya interaction[J]. Physical Review B, 93: 214428, 1-8.
- [27] WANG J, FISHMAN R S, QIU Y, et al. Comprehensive inelastic neutron scattering study of the multiferroic $\text{Mn}_{1-x}\text{Co}_x\text{WO}_4$ [J]. Physical Review B, 2018, 98: 214425, 1-8.
- [28] LIU J, LIU B, YUAN L, et al. Frustrated magnetism of the triangular-lattice antiferromagnets $\alpha\text{-CrOOH}$ and $\alpha\text{-CrOOD}$ [J]. New Journal of Physics, 2021, 23: 033040, 1-12.
- [29] ZHAO N, SHENG J, WANG J, et al. Quasi-one-dimensional Ising-like antiferromagnetism in the rare-earth perovskite oxide TbScO_3 [J]. Physical Review Materials, 2023, 7: 034401, 1-10.
- [30] SONG L, SI J, FENNELL T, et al. Strong electron-phonon coupling in $\text{Ba}_{1-x}\text{Sr}_x\text{Ni}_2\text{As}_2$ [J]. Physical Review B, 2024, 109: 104518, 1-7.
- [31] LI Y, LI X, WEI B, et al. Phonon coherence in bismuth-halide perovskite $\text{Cs}_3\text{Bi}_2\text{Br}_9$ with ultralow thermal conductivity [J]. Advanced Functional Materials, 2024, 34: 2411152, 1-10.

(上接第 284 页)

性能,本文首次引入角动稳定性综合指标(AHCI),联合量化角速度变化率与姿态主轴偏离度,兼顾“快”与“稳”的需求。通过数值仿真与真实运动视频数据(MediaPipe+Unity3D 重建)对比验证,结果表明不同策略在速度提升与姿态稳定性之间存在显著权衡,AHCI能有效反映策略优劣。

本研究不仅丰富了非线性姿态控制理论,也为竞技运动动作优化、机器人形态调控及仿生策略设计提供了理论支持和工具框架。

致谢: 本项工作受无锡市科学技术局、无锡市滨湖区人民政府、无锡市滨湖区科学技术局提供的“未来技术太湖创新基金”项目资金支持,在此一并予以感谢。

参 考 文 献

- [1] 李俊峰,张雄. 理论力学[M]. 3 版. 北京:高等教育出版社, 2020.
- [2] SCHULMAN J, WOLSKI F, DHARIWAL P, et al. Proximal Policy Opti, 2017.