

工程探索

非线性薛定谔方程数值解法中移动坐标系与群速度失配问题的探讨

周 月 周祥祥 张晓光

(北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876)

摘 要 在基于傅里叶变换的非线性薛定谔方程的数值解法中,常出现光脉冲在时间窗口中走离的现象。在一定情况下,这一现象将影响数值解的正确性。本文从理论上分析了该现象的缘由,指出移动坐标系在一定条件下将不再与群速度匹配,并从时域、频域两个角度给出了动态修正方案。通过数值算例,分析了移动坐标系与群速度失配情况下的数值解,并演示了动态修正的结果。本文的讨论有助于读者对时频域窗口的合理选择、脉冲走离的动态修正等方面的理解与灵活运用,并有助于引发“非线性光纤光学”课程的教师和学生非线性薛定谔方程更深入的思考。

关键词 非线性薛定谔方程;数值计算;移动坐标系;群速度

DISCUSSION ON MOVING REFERENCE FRAME AND GROUP VELOCITY MISMATCH IN NUMERICAL SOLUTIONS OF NONLINER SCHRÖDINGER EQUATION

ZHOU Yue ZHOU Xiangxiang ZHANG Xiaoguang

(School of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

Abstract In numerical solutions of nonlinear Schrödinger equations (NLSE) based on Fourier transforms, the walk-off phenomenon of optical pulses within time windows frequently occurs. Under certain circumstances, this phenomenon affects the correctness of numerical results. This paper theoretically analyzes the origin of this issue, pointing out that the moving reference frame may no longer match the group velocity under specific circumstances. Dynamic correction schemes are proposed from both time-domain and frequency-domain perspectives. Through numerical examples, solutions under group velocity mismatch conditions are analyzed, and the results of dynamic corrections are demonstrated. This discussion aids readers in understanding the rational selection of time-frequency domain windows and the flexible application of dynamic pulse walk-off corrections. Additionally, it encourages instructors and students of the Nonlinear Fiber Optics course to engage in deeper reflections on nonlinear Schrödinger equations.

Key words nonlinear Schrödinger equation; numerical computation; moving reference frame; group velocity

收稿日期: 2025-06-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(基于高重频低抖动采样源的高精度光模数转换技术研究,项目编号:61801037)。

通信作者: 张晓光, xgzhang@bupt.edu.cn。

引文格式: 周月,周祥祥,张晓光. 非线性薛定谔方程数值解法中移动坐标系与群速度失配问题的探讨[J]. 物理与工程, 2025, 35(4): 267-272, 279.

Cite this article: ZHOU Y, ZHOU X X, ZHANG X G. Discussion on moving reference frame and group velocity mismatch in numerical solutions of nonliner Schrödinger equation[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(4): 267-272, 279. (in Chinese)

非线性薛定谔方程是描述光脉冲在光纤中非线性传播的基本方程^[1,2],广泛应用于飞秒光纤激光器、超连续谱产生以及光通信等研究领域。迄今为止,已经发展了多种非线性薛定谔方程的解析解法和数值解法^[3,4]。解析解法包括反散射法、微扰法、变分法等,数值解法包括有限差分法、有限元法、分步傅里叶法、龙格-库塔法等。在多数情况下,非线性薛定谔方程难以获得解析解,因而非线性薛定谔方程的数值求解在“非线性光纤光学”的教学与科学研究中发挥着至关重要的作用。随着数值解法的发展,以分步傅里叶变换为基础的各类数值解法因其较高的计算精度与效率,成为当前求解非线性薛定谔方程的主流方法。

在基于傅里叶变换的数值解法中,通常将非线性薛定谔方程中的线性效应通过傅里叶变换在频域中处理。数值求解初始化阶段,需要预先设定频域、频域坐标框架,并在频域中心参考频率处对光纤的传播常数进行泰勒展开,从而构建在频域处理的线性算子。为了便于分析脉冲演化,非线性薛定谔方程的描述常常通过坐标系变换到随群速度移动的时间坐标系框架中,这个坐标系简称移动坐标系。尽管移动坐标系的设置可消除传播常数中群速度项所引起的线性群延迟,但该处理方式隐含一个关键假设,即脉冲的载波频率与传播常数按照频率展开的展开点一致。然而,光脉冲在光纤中的传播是不断演化的,其载波频率(对应于中心波长)由于非线性效应难免偏离频域中心参考频率,这将使得移动坐标系与群速度初值不再匹配,产生光脉冲在时间窗口中走离的现象。一定情况下,该现象不会从根本上影响数值解。而在一些应用场景中,光脉冲在时间窗口中的严重走离将引起数值解错误。本文从理论上分析了移动坐标系与群速度失配的缘由,并从时域、频域两方面给出了修正方案。最后,通过数值算例分析了在光脉冲载波频率与频域中心参考频率存在偏移的情况下数值解表现出来的行为,并利用给出的修正方案演示了修正后的数值解。本文的讨论可引起读者对基于傅里叶变换的非线性薛定谔方程的数值解法中移动坐标系与群速度失配的理解与灵活运用,这对于一些存在大的非线性频移的应用中谨慎考虑时域、频域窗口的合理选择以及动态修正脉冲走离等处理有所帮助。本文的讨论也有助于引发“非线性光纤光学”课程的

教师和学生对于非线性薛定谔方程的更深入的思考。

1 非线性薛定谔方程及其数值解法

描述光脉冲在光纤中传播时的演化,一般需要使用微分方程。假定在单模光纤中输入单偏振的光脉冲,考虑光纤色散与非线性效应(保留到二阶色散且非线性效应仅含自相位调制效应),其满足的传播方程可以写为^[1]

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = -\beta_1 \frac{\partial U}{\partial t} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + i\gamma |U|^2 U \quad (1)$$

其中, $U(\xi, t)$ 为光脉冲的慢变包络, ξ 为传播距离, t 为时间坐标。 β_1 和 β_2 分别为群速度的倒数和群速度色散, γ 为非线性系数。为聚焦光脉冲本身,通常习惯在随群速度移动的时间坐标框架里分析光脉冲的演化,因而常做如下的坐标系变换

$$z = z(\xi, t) = \xi \quad (2)$$

$$T = T(\xi, t) = t - \beta_1 \xi \quad (3)$$

则

$$U(\xi, t) = A(z(\xi, t), T(\xi, t)) = A(\xi, t - \beta_1 \xi) \quad (4)$$

将式(4)分别对 ξ 和 t 微商

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_1 \frac{\partial A}{\partial T} \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial T} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \quad (7)$$

再将式(5)~(7)代入式(1)得到

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A \quad (8)$$

其中, $A(z, T)$ 为光脉冲的慢变包络, z 为传播距离, T 为随群速度移动的时间坐标。方程右侧第一项描述光纤的群速度色散,第二项描述自相位调制效应。在形式上,该方程与含有非线性势项的薛定谔方程类似(演化量 z 扮演着薛定谔方程中时间演化量的角色),因而在非线性光纤光学中一般被称为非线性薛定谔方程^[1]。该方程通过包含增益、损耗、高阶色散、自陡峭以及受激拉曼散射等线性与非线性效应,可以扩展为广义非线性薛定谔方程,其也是“非线性光纤光学”教学与相

关科学研究领域的核心方程。

为求解非线性薛定谔方程(其为非线性偏微分方程),已经发展出多种解析和数值解法,除了某些能使用逆散射法得到解析解的特殊情况,通常需要数值方法来求解。近年来,四阶龙格-库塔交互图法(Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture, RK4IP)因其具备高阶精度与低计算成本的优势,逐渐成为数值求解非线性薛定谔方程的主流算法之一^[4]。RK4IP方法对于非线性薛定谔方程(8)中的线性项通过傅里叶变换在频域处理,而非线性项在时域处理。频域的非线性算子和时域的非线性算子分别可以表示为

$$\hat{L} = \frac{i\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 \quad (9)$$

$$\hat{N} = i\gamma |A|^2 \quad (10)$$

其中, ω 为角频率, ω_0 为中心参考角频率。相较于四阶龙格-库塔法(Fourth-Order Runge-Kutta, RK4),RK4IP方法通过变量替换将线性效应吸收进变换中,从而使得求解能够利用传统的显示方案推进。光脉冲包络 A 变换到交互图 A_I 可以表示为

$$A_I = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right)A \quad (11)$$

其中, h 为纵向步长。式(11)对 z 微商得到 A_I 的显示演化方程

$$\frac{\partial A_I}{\partial z} = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\hat{N}\exp\left(-\frac{h}{2}\hat{D}\right)A_I \quad (12)$$

此时将光脉冲包络 $A(z, T)$ 以单步空间步长 h 推进到 $A(z+h, T)$ 可以表示为

$$A_I = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right)A(z, T) \quad (13)$$

$$K_1 = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right)[h\hat{N}(A(z, T))]A(z, T) \quad (14)$$

$$K_2 = h\hat{N}\left(A_I + \frac{K_1}{2}\right)\left[A_I + \frac{K_1}{2}\right] \quad (15)$$

$$K_3 = h\hat{N}\left(A_I + \frac{K_2}{2}\right)\left[A_I + \frac{K_2}{2}\right] \quad (16)$$

$$K_4 = h\hat{N}\left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right)(A_I + K_3)\right) \cdot \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right)[A_I + K_3] \quad (17)$$

$$A(z+h, T) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right)\left[A_I + \frac{K_1}{6} + \frac{K_2}{3} + \frac{K_3}{3}\right] + \frac{K_4}{6} \quad (18)$$

值得注意的是,式(11)中选择步长的一半来做变量替换,这在式(15)和式(16)中相较于RK4法省去了频域的线性项处理,使其每计算一步能够减少一半的傅里叶变换操作。另外,RK4IP算法具有局部五阶 $o(h^5)$ 和全局四阶 $o(h^4)$ 的高计算精度。

在基于傅里叶变换方法的非线性薛定谔方程的数值求解之前,需要建立时域、频域的离散化坐标框架,该框架不仅关系到傅里叶变换的实现精度,也决定了线性算子的频域处理形式。在时域、频域之间的离散映射关系中,主要包含五个变量,即采样点数 N 、时域和频域窗口宽度 T_{win} 和 ν_{win} 、时域和频域采样间隔 ΔT 和 $\Delta\nu$ 。它们之间遵循如下关系

$$\Delta T = \frac{T_{win}}{N} = \frac{1}{\nu_{win}} = \frac{1}{N\Delta\nu} \quad (19)$$

可见上述五个变量中,只有两个是独立的。为分析光脉冲载波频率与中心参考频率偏移引起的移动坐标系与群速度失配问题,本文选择从频域出发构建时域、频域坐标框架。具体而言,首先根据超短光脉冲光谱的带宽需求设置频率窗口宽度,其次选择合适的采样点数,以确保频率分辨率满足香农-奈奎斯特采样定理,即 $\Delta\nu < 1/2B$,其中 B 为光信号的最大带宽,从而时域坐标框架也将随之确定^[5]。如上所述,以 ν_0 为参考中心光频率,由频域窗口宽度 ν_{win} 和采样点数 N 可构建光频率坐标为

$$\nu_k = \nu_0 + \left(k - \frac{N}{2}\right)\frac{\nu_{win}}{N} \quad (20)$$

则时间坐标为

$$T_k = -\frac{T_{win}}{2} + k\Delta T \quad (21)$$

其中, $k=0,1,2,\dots,N-1$ 。值得注意的是,虽然在离散化坐标构建过程中频域坐标中心频率 ν_0 被初始固定,但实际光脉冲的光谱中心却常常受到非线性频移等实际因素的影响而偏离 ν_0 。此时,光脉冲的群速度不再是 $v_g = 1/\beta_1(\omega_0)$,这将使移动坐标系与光脉冲的实际群速度失配,从而光脉冲在时间窗口中出现走离等现象。

2 移动坐标系与群速度失配问题及其修正

上一节给出了在群速度移动的时间坐标框架下的非线性薛定谔方程,在利用基于傅里叶变换

的数值解法对其求解时(如 RK4IP 方法),传播常数 $\beta(\omega)$ 往往在某一参考频率点 ω_0 附近展开,以获得其各阶展开系数 β_2, β_3 等。这些系数随后被用于构造在频域实施处理的线性算子,如式(9)。而在数值求解的实现中,频域坐标的框架往往在数值求解初始化阶段固定,如上节所述的通过设置中心角频率 $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ 来定义频域的取值范围。此时意味着移动坐标系将以 ω_0 为参考,即 $T = t - \beta_1(\omega_0)z$ 。然而,光脉冲在光纤中传播是不断演化的,其载波频率 ω_c 难免偏离参考频率 ω_0 ,这将通过光纤色散改变光脉冲的群速度。为分析该问题可能引起的数值解误差,考虑传播常数 $\beta(\omega)$ 在参考频率点 ω_0 处的泰勒展开

$$\beta(\omega) = \sum_{n \geq 0} \frac{\beta_n}{n!} (\omega - \omega_0)^n \quad (22)$$

而当脉冲中心角频率移动到 $\omega_c = \omega_0 + \Delta\omega$ 时,传播常数在 ω_c 处展开为

$$\beta'(\omega) = \sum_{n \geq 0} \frac{\beta'_n}{n!} (\omega - \omega_c)^n \quad (23)$$

比对两次展开的一阶项有

$$\beta'_1 = \beta_1 + \beta_2 \Delta\omega + \frac{1}{2} \beta_3 \Delta\omega^2 + \dots \quad (24)$$

可见,当 $\omega_c \neq \omega_0$ 时, β'_1 中除了初值 β_1 以外,还通过高阶项 β_2 和 β_3 等引入了额外的偏移量

$$\Delta\beta_1 = \beta_2 \Delta\omega + \frac{1}{2} \beta_3 \Delta\omega^2 + \dots \quad (25)$$

其与光脉冲载波频率和参考频率的频率差 $\Delta\omega$ 关联。因此,光脉冲在光纤中的演化导致动态的 $\Delta\omega$,从而使得移动坐标系难以与脉冲的移动速度同步。在离散傅里叶变换的周期性条件下,当脉冲频移较大时脉冲将可能滑出时间窗口并从另一侧返回,甚至与时间窗口内其他分量重叠发生干涉。又如在一些存在边界条件的数值算例中,由于脉冲走离被边界条件吸收,这均会严重影响数值结果。

一般情况下,在非线性薛定谔方程的数值求解中,通过精确设置频域参考频率以及选择合适的时间窗口,可以避免移动坐标系与群速度失配的问题,或者使光脉冲在时间窗口中合理走动。然而在一些特殊情形下,时域、频域离散化坐标框架受到一定限制,在数值求解中采用动态修正是必要的,以避免数值解出错。例如,在以噪声为初始条件的锁模光纤激光器的应用中^[6],初始载波

频率通常偏离数值求解初始化阶段设定的参考频率。虽然这个频率偏移可能较小,但光纤激光器从初始条件到稳态振荡需要大量的往返迭代,此时如果脉冲在时间窗口中的走动不受控制,将可能导致数值解无法收敛。另外,在诸如拉曼频移等非线性效应发挥重要作用的情况下,大的频移将导致脉冲在时间窗口内的位置快速变化。比如,在上一节中对时频域坐标框架的讨论,在满足一定精度的条件下确定采样点后,时域、频域窗口范围成反比关系。要数值求解足够大的频移现象,时域窗口势必会小一些,此时频移引起的脉冲走离将需要谨慎考虑。在数值求解中,从时域、频域两个方面均可以动态地修正移动坐标系与群速度失配的问题。

在频域中,如式(25)所描述的群速度偏移量 $\Delta\beta_1$ 是可以通过动态计算 $\Delta\omega$ 来修正的,从而使移动坐标系与光脉冲的实际群速度匹配,其时域延迟信息也可从偏移量得来

$$\Delta T = \Delta\beta_1 \cdot z \quad (26)$$

然而,光脉冲在光纤中的传播有可能使得光谱演化为非对称的复杂形状,这对于精确计算 $\Delta\omega$ 是困难的,因而可能出现残余的脉冲走离情况。在时域中,可以通过动态地检测光脉冲的时间质心并将其与时域窗口中心重新对齐,从而避免因移动坐标系与群速度失配所导致的脉冲走离问题。该方法不仅能够有效规避由脉冲走离引起的数值解误差,其所计算出的时延信息也便于存储分析。脉冲在时间窗口的质心可通过一阶矩得到

$$T_c = \frac{\int T \cdot |A(T)|^2 dT}{\int |A(T)|^2 dT} \quad (27)$$

通过傅里叶变换和相位补偿,脉冲将被平移至时间窗口中心

$$\mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F}[A(T)] \cdot \exp(-i(\omega - \omega_0)T_c)] \quad (28)$$

其中, $\mathcal{F}[\cdot]$ 和 $\mathcal{F}^{-1}[\cdot]$ 分别为傅里叶正、逆变换。

需要指出的是,对脉冲在时间窗口中的走离进行动态补偿时,需要及时保留相关的时延信息,这在一些包含干涉等应用场景时变得非常重要。

3 数值算例

在前文讨论的基础上,本小节给出几个数值

算例,揭示当光脉冲载波频率与数值求解初始化阶段设定的中心参考频率存在偏移时,移动坐标系将不再与实际的脉冲群速度匹配,从而出现脉冲在时间窗口中的走离现象。利用上一节中的修正方法,分别展示了两种方法动态修正的结果。

本文采用 RK4IP 方法对移动坐标系下的非线性薛定谔方程(8)数值求解,选取光纤色散系数 $\beta_2 = -20\text{ps}^2/\text{km}$,非线性系数 $\gamma = 1.2\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$,计算 0.5 阶光孤子在 100 m 光纤中的传播,其数值解如图 1 所示。图 1 中左侧(图 1(a)、(c)、(e)、(g))均为光孤子在光纤中传播的时域演化,而右侧(图 1(b)、(d)、(f)、(h))均为频域演化。在图 1(a)、(b)所示的数值算例中,频域离散化坐标的中心波长(对应于中心参考频率)为 1550nm,光孤子中心波长(对应于脉冲载波频率)与之相同。图 1(a)、(b)中,由于 0.5 阶孤子在光纤中传播,光纤色散相较于自相位调制效应占主导地位,时域脉冲在传播过程中逐渐展宽,频域中光谱略微压缩。在图 1(b)中可见此时脉冲中心波长与频域参考中心波长一致,且在图 1(a)中时域脉冲沿着光纤传播始终位于时间窗口中心。正如上一小节的讨论,当光脉冲载波频率与频域参考中心频率一致时,数值求解中移动坐标系与群速度不会出现失配。这里值得注意的是,在频域坐标框架离散化过程中,可能通常因傅里叶变换算法的效率问题选择 2 的整数次幂为离散化采样点数,这将可能因为偶数离散点而使得频域离散化坐标中心略偏于参考中心频率,这将使脉冲走离在施加大的色散量时变得明显。在图 1(c)、(d)所示的数值算例中,光孤子中心波长设为 1560nm,其与频域中心参考波长存在偏移。此时,脉冲在时域、频域的演化同样表现出 0.5 阶光孤子沿光纤传播中时域脉冲逐渐展宽,频域光谱略有压缩的行为。然而,图 1(c)中脉冲在时间窗口中持续延迟至边缘,这正是初始光孤子的中心波长与频域中心参考波长偏移所导致的,如图 1(d)中光谱中心波长相较于频域中心参考波长 1550nm 向长波长偏移(红移)了 10nm。在式(25)描述的群速度偏移量中,由于 β_2 和 $\Delta\omega$ 均小于 0,从而群速度 $v_g = 1/\beta_1$ 因增量 $\Delta\beta_1$ 而变慢,这也反应了反常色散下长波长分量的传播慢于短波长分量(蓝快红慢)的现象。在图 1(e)、(f)所示的数值算例中,入射光孤子的中心波长仍设为 1560nm,并且在该算例中采用了上

一小节中介绍的频域动态修正方案。在该算例中,尽管光谱中心波长与频域中心参考频率存在偏移,如图 1(f)所示,但脉冲在光纤传播过程中,图 1(e)的时域脉冲始终保持在时间窗口中心,这正是在频域中通过计算引入的群速度偏移量并进行修正的结果。此时应该注意,如果脉冲光谱在光纤中传播过程中演化为非对称的复杂形状,则群速度偏移量的准确计算将变得困难,因而可能出现残余的时域脉冲走离。在图 1(g)、(h)所示的数值算例中,入射光孤子的中心波长仍偏移频域中心参考频率,如图 1(h)设在 1560nm 处。在该算例中,对移动坐标系与群速度失配采用了上一小节介绍的时域动态修正方案。如图 1(g)所示,可见脉冲在光纤传播的过程中始终保持在时间窗口中心。在时域中进行动态修正,即便频域光谱演化为复杂形状,仍然具有良好的效果,一般不需要担心残余走离的问题。对比上述四个算例,在图 1(a)、(b)中,入射脉冲光谱中心波长与频域中心参考波长一致,不存在移动坐标系与群速度失配,脉冲在时间窗口中不会走离。在图 1(c)、(d)中,由于入射脉冲光谱中心波长偏离频域中心参考波长,其时域脉冲相较于图 1(a)出现了严重的走离。在图 1(e)、(f)中,虽然入射脉冲中心波长与频域中心参考波长存在偏移,但其在频域动态修正的情况下,时域脉冲相较于图 1(c)没有出现走离,且与不存在频率偏移的图 1(a)一致。类似的,图 1(g)、(h)中,因采用了时域的动态修正方案,脉冲在时域没有出现走离且与图 1(a)保持一致。

上述数值算例表明,在利用基于傅里叶变换的数值解法对移动坐标框架下的非线性薛定谔方程的求解中,可能出现移动坐标系与群速度失配而导致脉冲在时间窗口走离的现象。在非线性光纤光学领域,阿戈沃(G. P. Agrawal)教授的《非线性光纤光学》在国际上具有很大影响力,是被广泛认可并使用的教材之一^[1]。该书在 4.4.3 节中讨论脉冲内拉曼散射时仅指出拉曼频移通过光纤色散反过来改变了脉冲在时域的位置。本文的讨论引起“非线性光纤光学”课程的老师与学生对于非线性薛定谔方程更深入的思考。例如,在具有大的频移的拉曼孤子自频移等现象中,需要谨慎考虑时域、频域离散化窗口的折中;或者,在光谱动态演化而难免导致脉冲走离的情况下,有时需采用合适的修正方案。

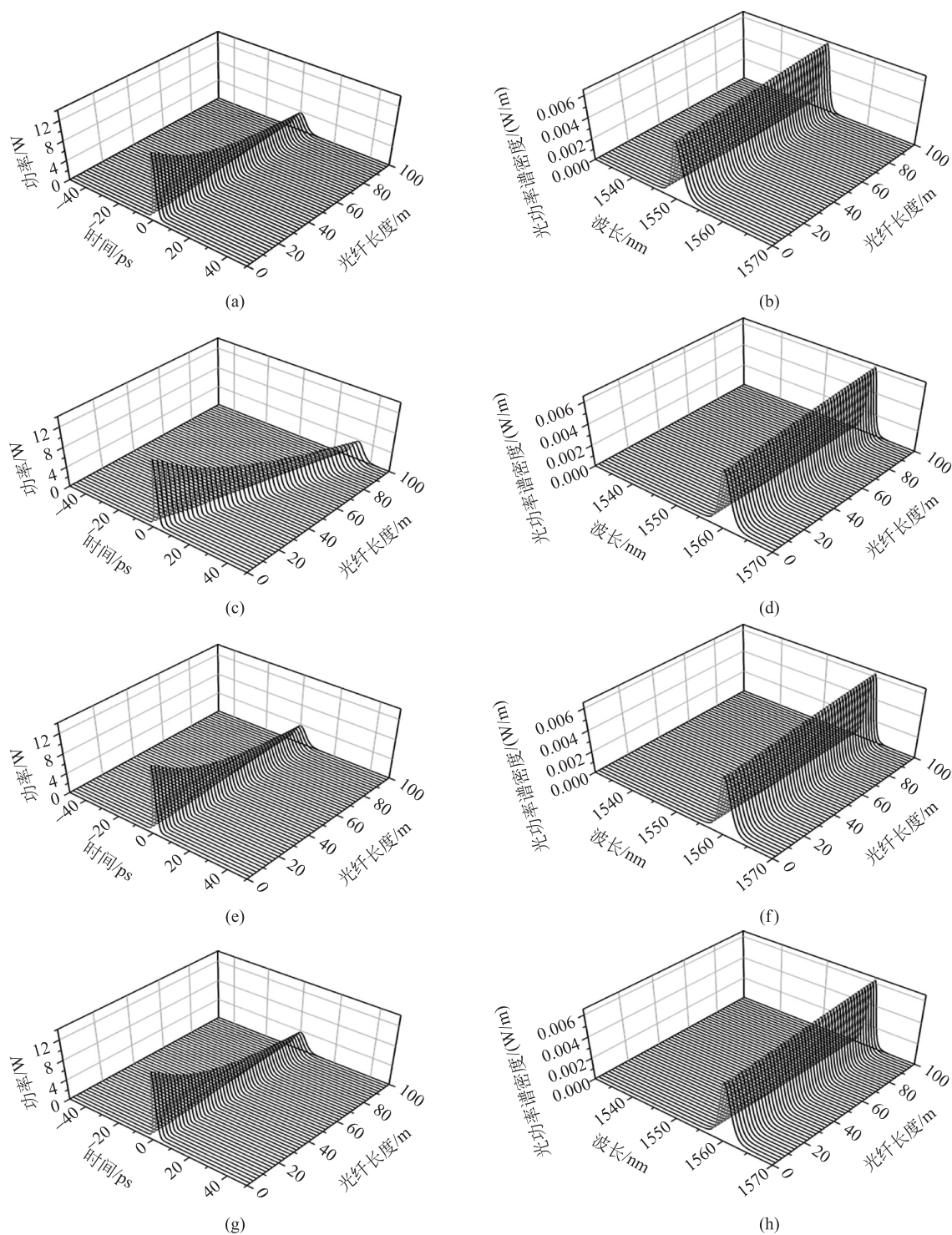


图1 光孤子(0.5阶)在反常色散光纤中传播的时域(左)、频域(右)演化

其中(a)、(b)的入射脉冲中心波长与频域中心参考波长一致;(c)~(h)的入射脉冲中心波长与频域中心参考波长偏移10nm;对于(c)~(h)中移动坐标系与群速度失配引起的脉冲走离,(c)、(d)没有使用动态修正;(e)、(f)在频域动态修正;(g)、(h)在时域动态修正

4 结语

在基于傅里叶变换的非线性薛定谔方程的数

值解法中,时常会出现光脉冲在时间窗口中的走离现象。本文从理论上分析了该问题出现的原因;当光脉冲的载波频率与数值求解初始阶段

(下转第279页)

- [8] COURTIAL J, DHOLAKIA K, ALLEN L, et al. Gaussian beams with very high orbital angular momentum[J]. Optics Communications, 1997, 144: 210-213.
- [9] CURTIS J E, GRIER D G. Structure of optical vortices[J]. Phys. Rev. Lett., 2003, 90: 133901.
- [10] ZHAO C, HUANG K, LU X. Propagation properties of Bessel and Bessel-Gaussian beams in a fractional Fourier transform optical system[J]. Optics & Laser Technology, 2010, 42: 280-284.
- [11] O'NEIL A T, MACVICAR I, ALLEN L, et al. Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam[J]. Physical Review Letters, 2022, 88: 053601.

(上接第 272 页)

设定的频域中心参考频率存在偏移时,移动坐标系将不再与实际光脉冲群速度匹配。在这种情况下,时频域离散化坐标框架的合理选择需要谨慎考虑,甚至在一些应用场景下需进行必要的动态修正。针对此问题,本文给出了在时域或者频域的修正方案,并在几个数值算例中演示了其效果。本文的讨论将有助于引发“非线性光纤光学”课程的教师和学生非线性薛定谔方程更深入的思考。

参 考 文 献

- [1] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics[M]. 6th ed. Waltham: Academic Press, 2019.
- [2] 张晓光,唐先锋,肖晓晨.非线性光学与非线性光纤光学贯通教程[M].北京:北京邮电大学出版社,2021.
- ZHANG X G, TANG X F, XIAO X S. A comprehensive tutorial on nonlinear optics and nonlinear fiber optics[M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2021. (in Chinese)
- [3] SINKIN O V, HOLZLÖHNER R, ZWECK J, et al. Optimization of the split-step Fourier method in modeling optical-fiber communications systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2003, 21(1): 61-68.
- [4] HULT J. A fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers[J]. Journal of Lightwave Technology, 2007, 25(12): 3770-3775.
- [5] VOELZ D G. Computational Fourier optics: a MATLAB tutorial[M]. 2011.
- [6] JIANG Y, ZHENG S K, DU G G, et al. 976nm all-polarization-maintaining mode-locked fiber laser based on nonlinear polarization evolution[J]. Optics Express, 2023, 31(9): 15170-15178.