

方位径向摆的简单物理图像

朱益辉 侯吉旋 陈 乾 黎秋航
(东南大学物理学院, 江苏 南京 211189)

摘 要 本文给出了 2018 年国际青年物理学家锦标赛(IYPT2018)中方位径向摆问题的简单物理图像。通过等效分析,方位径向摆可以等价于在两个相互垂直的方向上摆长不同的双线摆。因为在两个相互垂直的振动方向上的振动频率不同,使得摆球的轨迹呈现出李萨如图形。本文也通过实验演示了方位径向摆和双线摆的轨迹的一致性。

关键词 方位径向摆; 双线摆; 李萨如图形

SIMPLE PHYSICAL IMAGE OF AZIMUTH RADIAL PENDULUM

ZHU Yihui HOU Jixuan CHEN Qian LI Qiuhang

(School of Physics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 211189)

Abstract This paper provides a simple physical picture for the azimuthal-radial pendulum which was presented by the 31st International Young Physicists' Tournament (IYPT2018). Through equivalent analysis, the azimuthal radial pendulum can be regarded as a double-filament pendulum with different lengths in two mutually perpendicular directions. Due to the different vibration frequencies in the two perpendicular directions, the trajectory of the pendulum bob exhibits a Lissajous figure. This paper also demonstrates through experiments the consistency of the trajectories between the azimuthal radial pendulum and the double-filament pendulum.

Key words azimuthal-radial pendulum; bifilar pendulum; Lissajous figure

2018 年国际青年物理学家锦标赛(IYPT2018)的第十一题描述了一个有趣的动力学现象:将钢尺的一端固定,另一端挂上一个单摆,如图 1 所示。那么单摆的径向振动(与钢尺平行)能自发地转变成有横向振动(垂直于钢尺),然后横向振动又会转变为径向振动,如此往复。

这是单摆的摆动与钢尺的横向振动耦合而导致的现象,是一个力学中典型的复摆问题。由于复摆现象所需要的器械简单、操作简便,该实验已经成为我校“双语物理导论”课程的经典课堂演示实验。目前有多篇文献从理论上对该系统进行计算,计算结果也与实验数据吻合得较好^[1-6]。这些文献全部都是基于理论力学分析,即先分析单摆和钢尺的能量,再写出整个系统的拉氏量,最后解析地或数

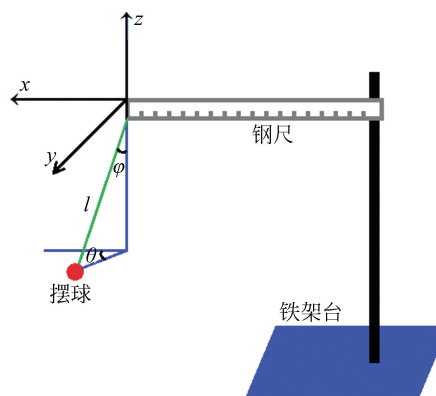


图 1 方位径向摆实验示意图

值地求解拉格朗日方程得到结果。然而对于没有学习过理论力学的导论课听众,要看懂上述分析还是较

收稿日期: 2024-05-17

基金项目: 东南大学教学改革研究与实践面上项目(2022-072); 东南大学教学改革研究与实践青年资助项目(2022-029)。

通信作者: 黎秋航, 125033853@qq.com。

引文格式: 朱益辉, 侯吉旋, 陈乾, 等. 方位径向摆的简单物理图像[J]. 物理与工程, 2025, 35(3): 214-217.

Cite this article: ZHU Y H, HOU J X, CHEN Q, et al. Simple physical image of azimuth radial pendulum[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(3): 214-217. (in Chinese)

为吃力。为了帮助初学者对该问题快速地建立起物理图像,本文通过等效的方法给出一个简单的解释。

1 等效分析

如果悬挂摆球的摆绳的长度为 l , 那么当摆球的振动方向与钢尺平行时(即径向摆动), 摆球所做的运动就是简单的单摆运动, 摆长也为 l , 如图 2(a) 所示。当摆球的振动方向与钢尺垂直时(即横向摆动), 必然导致钢尺的横向弯折形变, 如图 2(b) 所示。钢尺的横向形变使得摆线的悬挂点发生位移, 可以等效地认为摆线增加了一段长度 Δl , 于是摆球在做横向摆动时的摆长为 $l + \Delta l$ 。

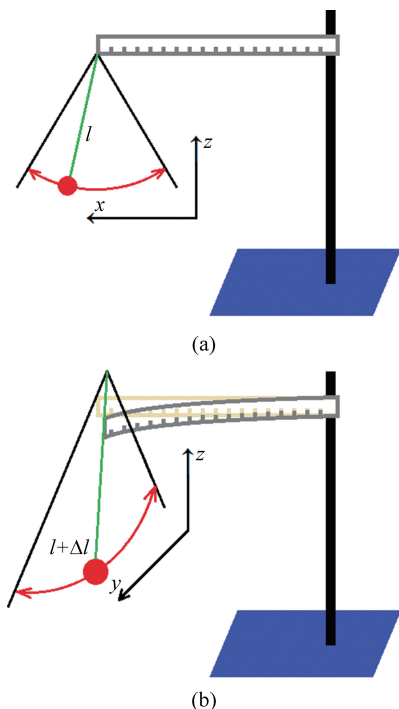


图 2 摆球振动示意图

(a) 振动方向与钢尺平行; (b) 振动方向与钢尺垂直

根据上述分析, 方位径向摆的摆球在做径向摆动和横向摆动时的摆长不一致, 刚好等效于图 3 所示的双线摆。所以在选取合适的实验参数时, 方位径向摆和双线摆给出的运动轨迹是一致的。

需要说明的是, 在上述推理过程中, 我们只考虑了钢尺弯折导致的悬挂点的横向运动(图 1、图 2 中的 y 方向), 而没有考虑悬挂点的径向运动(x 方向)。这是因为钢尺的形变量较小, 可视为一阶小量。悬挂点的横向位移正比于钢尺的形变量, 不可忽略。而径向位移正比于形变量的平方, 作

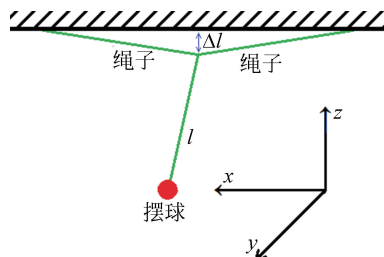


图 3 双线摆示意图

为高阶小量而被忽略。

因为摆球在两个相互垂直的方向上的振动摆长略有不同, 两个振动频率也有所偏差, 所以最终摆球运动轨迹将是李萨如图形。因此, 我们看到的摆平面会随时间而转动。

2 实验验证

为了验证方位径向摆和双线摆的等效性, 我们选取了恰当的实验参数进行展示, 实验装置和实验参数如图 4 所示。

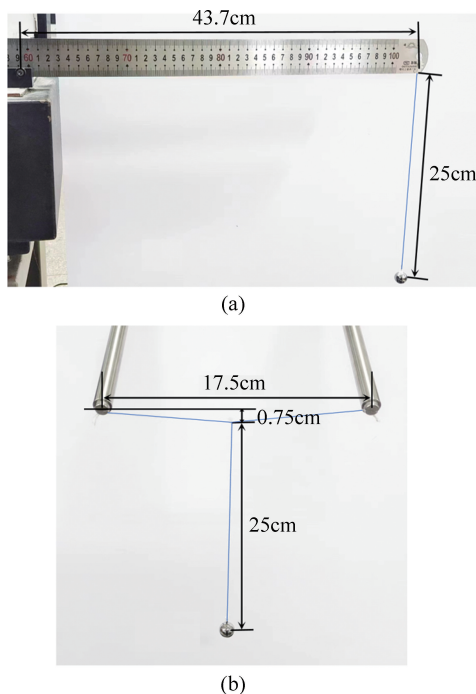


图 4 实验装置图

(a) 方位径向摆; (b) 双线摆

为了方便观看, 图中将绳子的颜色加深了在两个实验中, 钢球都是从 $\theta = 1.7^\circ$, $\varphi = 90.0^\circ$ 的初始位置由静止释放。 θ 和 φ 可见图 1, θ 为摆平面与 xz 平面之间的夹角, 而 φ 为摆线与重力方向的

夹角。实验时用摄像机从上往下俯视拍摄视频以作记录,利用 Tracker 软件分析视频并追踪钢球

的轨迹。图 5 和图 6 分别展示了方位径向摆和双线摆的摆球在释放后 20 秒内的轨迹。

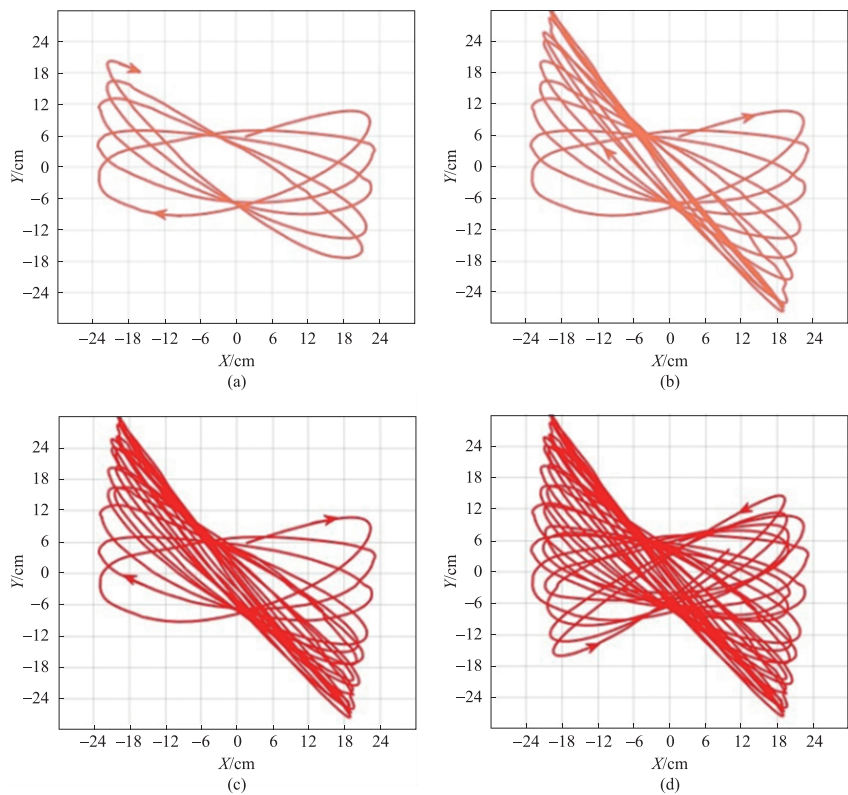


图 5 方位径向摆的摆球轨迹

(a) $t=0\sim5\text{s}$ 小球的运动轨迹; (b) $t=0\sim10\text{s}$ 小球的运动轨迹; (c) $t=0\sim15\text{s}$ 小球的运动轨迹; (d) $t=0\sim20\text{s}$ 小球的运动轨迹

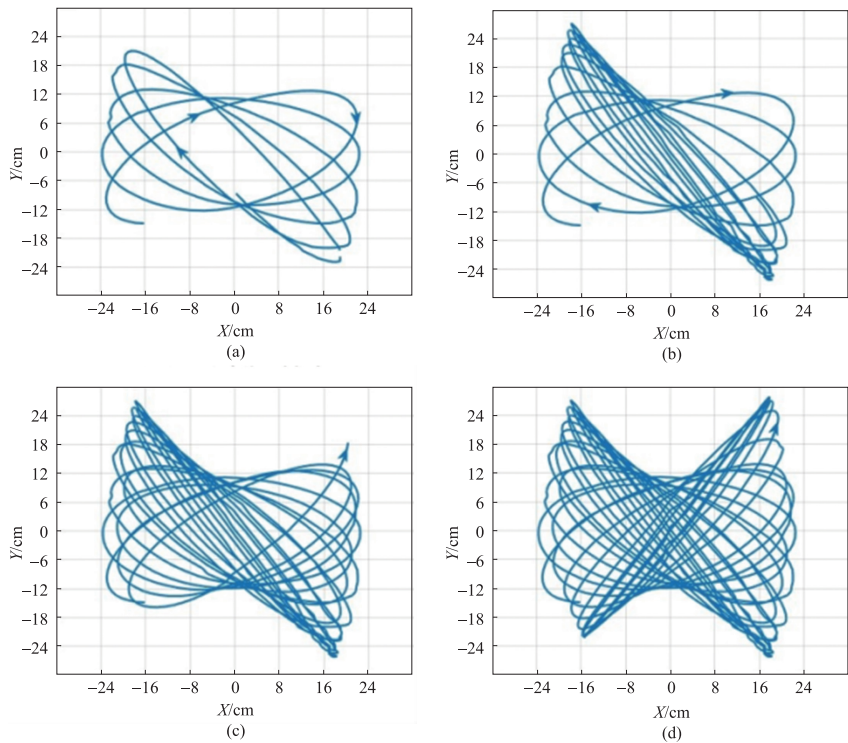


图 6 双线摆的摆球轨迹

(a) $t=0\sim5\text{s}$ 小球的运动轨迹; (b) $t=0\sim10\text{s}$ 小球的运动轨迹; (c) $t=0\sim15\text{s}$ 小球的运动轨迹; (d) $t=0\sim20\text{s}$ 小球的运动轨迹

从图 5 和图 6 可以看到摆球的轨迹都是清晰的李萨如图形,并且两者的轨迹极为相似,这说明了本文给出的物理图像的合理性与正确性。当然在 10 秒之后,依然可以在两个图中看到轨迹的差别。这是因为双线摆实验中对 Δl 的控制存在不可避免的偏差,微小的偏差随着时间的放大后就会变成肉眼可见的区别。

3 结语

本文对方位径向摆进行等效分析,认为方位径向摆可以等效为在两个相互垂直平面内摆长不同的双线摆。因为在两个相互垂直的振动方向上振动频率不同,使得摆球的轨迹呈现出李萨如图形。为了验证该物理图像的有效性,我们在实验中对比了方位径向摆和双线摆的运动轨迹,它们的相似性论为本文的理论提供了有力支撑。

不论是方位径向摆还是双线摆,其基本运动模式都可以近似地分解成 x 和 y 方向上的两个基本振动模式,机械能在这两个基本振动模式上往复传递,形成了每个基本模式的拍现象^[7]。类似的现象还可以在威尔伯福斯摆^[8]、弹簧摆^[9]以及磁力振荡器^[10]等实验中找到。

本文通过等效的方式探究方位径向摆,避免了对钢尺形变能量的讨论,也避免了复杂的理论力学分析,因此特别适合于对初学者(如大一新生)的授课讲解。另外,如果增加空气阻力的探讨,将会获得对实验结果更加全面的理解,也会使得课堂教学更为丰富。

参 考 文 献

- [1] FU X. Dynamic trajectory and parametric resonance in coupled pendulum-beam system[J]. American Journal of Physics, 2020, 88(8): 625-639.
- [2] JIA Q, LUO Y, ZHOU H, et al. Nonlinear coupling in an asymmetric pendulum[J]. American Journal of Physics, 2022, 90(8): 594-603.
- [3] 刘宗尧. 对轴向径向摆现象的探究[J]. 技术应用, 2018, 25(12): 170.
- LIU Z R. Exploration of axial radial swing phenomenon[J]. technology and market, 2018, 25(12): 170. (in Chinese)
- [4] 李佳迅, 邓邦林, 胡志刚, 等. 基于分析力学的方位径向摆运动特性研究[J]. 力学与实践, 2019, 41(5): 534-542.
- LI J X, DENG B L, HU Z G, et al. Characteristics of azimuthal-radial pendulum motion based on analytical mechanics[J]. Mechanics in Engineering, 2019, 41(5): 534-542. (in Chinese)
- [5] 吴明, 曾红, 张文鹏, 等. 方位径向摆的理论及实验研究[J]. 大学物理实验, 2020, 33(1): 1-6.
- WU M, ZENG H, ZHANG W P, et al. Theoretical and experimental research of azimuthal-radial pendulum[J]. Physical Experiment of College, 2020, 33(1): 1-6. (in Chinese)
- [6] 陈宗强, 王远, 余华. 径向摆的运动状态及其混沌状态的研究[J]. 物理与工程, 2019, 29(6): 52-57.
- CHEN Z Q, WANG Y, YU H. Research on the motion state and chaotic state of radial pendulum[J]. Physics and Engineering, 2019, 29(6): 52-57. (in Chinese)
- [7] 姚盛伟, 徐平, Jacques TABUTEAU. 耦合摆特性模拟及振动耦合现象演示[J]. 大学物理, 2012, 31(4): 28-32.
- YAO S W, XU P, TABUTEAU J. Simulation of the characteristics of coupled pendulum with mutual inductance[J]. College Physics, 2012, 31(4): 28-32. (in Chinese)
- [8] 邓欣雨, 张天宇, 陆建隆, 等. 威尔伯福斯摆的耦合运动研究[J]. 大学物理, 2022, 41(9): 43-50, 68.
- DENG X Y, ZHANG T Y, LU J L, et al. Research on the coupled vibrations of Wilberforce pendulum[J]. College Physics, 2022, 41(9): 43-50, 68. (in Chinese)
- [9] 何玉吉, 汪金芝, 梁卓凡, 等. 弹簧摆动力学行为演示仪[J]. 大学物理, 2021, 40(3): 62-65.
- HU Y J, WANG J Z, LIANG Z F, et al. Dynamic behavior demonstrator of spring pendulum[J]. College Physics, 2021, 40(3): 62-65. (in Chinese)
- [10] ZHAO S, WAN J, WANG L. Motion analysis of and experimental research on a magnetic and elastic coupling oscillation system[J]. Heliyon, 2024, 10: e34642.