



弛豫时间谱在研究黏弹性材料蠕变行为中的应用

乔吉超¹ 徐宗睿²

(¹ 西北工业大学力学与土木建筑学院, 陕西 西安 710072;

² 加泰罗尼亚理工大学物理学院, 西班牙 巴塞罗那 08930)

摘 要 蠕变是黏弹性材料的重要特征, 其已被证明是定量研究其与时间相关结构弛豫现象、滞弹性与塑性变形行为的有效手段。同时, 蠕变反映了材料在长时间外载荷作用下真实响应进程, 抗蠕变性能亦是评估工程材料服役性能以及寿命的关键指标。因此, 研究黏弹性材料的蠕变行为, 既有助于深入理解非晶固体变形断裂机制, 又可对其作为工程材料实际应用提供理论支撑。本文从经典蠕变概念出发, 首先介绍蠕变的宏观演化方式与微观机理; 其次结合黏弹性本构模型引入弛豫时间谱这一重要概念; 最后以非晶合金这种典型黏弹性材料为例, 阐述弛豫时间谱的构建方法并详细探讨其在分析非晶合金蠕变行为中的实际应用。本文综合笔者近年来对于非晶固体蠕变行为的研究成果, 提出了一种有助于深层次理解非晶固体蠕变机理的新研究方法, 并为深入探寻其时间依赖性动力学弛豫行为提供了全新视角。同时, 本文所涉及研究方法也可为其他讲授黏弹性力学课程的教师提供参考与借鉴。

关键词 蠕变; 黏弹性理论; 弛豫时间谱; 非晶合金

APPLICATION OF RELAXATION TIME SPECTRUM IN STUDYING CREEP BEHAVIOR OF VISCOELASTIC MATERIALS

QIAO Jichao¹ XU Zongrui²

(¹ School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072;

² Department of Physics, Institute of Energy Technologies, Polytechnic University of Catalonia, Barcelona, Spain 08930)

Abstract As a typical characteristic of viscoelastic materials, creep has been proven to be an effective method for quantitatively studying their time-dependent structural relaxation phenomena, anelastic and plastic deformation behaviors. At the same time, creep reflects the real response of materials under long-term external loading, the creep resistance also serves as a critical parameter for assessing the service reliability and lifespan of engineering materials. Therefore, the study of creep behavior of viscoelastic materials not only provides to understand the deformation and fracture mechanism of amorphous solids, but also helps us to realize theoretical support for their practical application as engineering materials. Starting from the classical concept of creep, this paper first introduces the macroscopic evolution modes and microscopic mechanisms of creep. Subsequently, the important concept of relaxation time

收稿日期: 2023-08-23

基金项目: 西北工业大学教育教学改革研究项目资助项目(项目编号: 2025JGZ17); 西北工业大学研究生教育综合改革创新发展创新项目(课程改革专项, 项目编号: KCJG202513)。

通信作者: 乔吉超, qjczy@nwpu.edu.cn。

引文格式: 乔吉超, 徐宗睿. 弛豫时间谱在研究黏弹性材料蠕变行为中的应用[J]. 物理与工程, 2025, 35(3): 31-37.

Cite this article: QIAO J C, XU Z R. Application of relaxation time spectrum in studying creep behavior of viscoelastic materials[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(3): 31-37. (in Chinese)

spectrum is introduced in conjunction with viscoelastic constitutive models. Taking amorphous alloy as a typical viscoelastic material as an example, the construction method of the relaxation time spectrum is described and its practical application in analyzing the creep behavior of amorphous alloy is discussed in detail. Synthesizing recent advances in our research on the creep behavior of amorphous solids, a novel approach that facilitates a deeper understanding of the time-dependent dynamical relaxation behavior of amorphous solids is proposed. This framework not only offers new perspectives for investigating the underlying mechanisms but also holds potential as a reference for educators teaching viscoelastic mechanics.

Key words creep; viscoelasticity theory; relaxation time spectrum; amorphous alloy

随着近年来新材料、新结构的不断涌现,一些在经典材料力学与流体力学范畴内不被考虑的力学行为,尤其是材料的黏弹性行为越来越受到关注与重视^[1-3]。在传统弹性力学、塑性力学等基础力学课程的教学中,我们进行构件的刚度、强度及稳定性分析时并未考虑加载时间对结构的潜在影响^[4]。作为结构材料,构件长期面临高温、高压及高应变速率等苛刻环境,材料性质随温度和应力变化时刻发生改变,构件内应力也不可避免地受到温度与时间双重影响。因此,结构件长期处于热力耦合服役状态,我们必须考虑材料所表现的“时间效应”,即蠕变行为。

我们知道,蠕变描述了材料在恒定外力作用下应变随时间的演化过程^[4]。其显著特征即为变形、应力与外力不再保持一一对应关系,同时该变形在应力小于屈服极限时也具有不可逆变形性质。对于大多数金属材料而言,蠕变引起的变形仅在高温时逐渐显著。而对于铅、锡、铝等低熔点金属以及有机玻璃、橡胶等高分子聚合物而言,蠕变在室温条件下就可发生且不可忽略^[5]。随着近年来能源动力、化工机械与航空事业的蓬勃发展,材料的蠕变行为越来越得到重视。在教学研究方面,这将进一步帮助我们深入理解蠕变力学、黏弹性力学以及连续介质力学等力学衍生学科的内在实质^[6]。事实上,探索材料蠕变变形机理与失效机制,正是将力学理论与工程实际应用有机融合,这对于新型结构与功能材料的设计与研发、综合力学性能改进与提升无疑都具有重要指导意义^[7]。

为了帮助读者认识并深刻理解黏弹性材料的蠕变行为,尤其是明晰其潜在物理内涵。本文将从最基本的蠕变概念入手,首先介绍蠕变的宏观演化方式及其可能存在的物理机制,为后续讨论

奠定理论基础。接下来以经典线性黏弹性模型为切入点,逐步从简单的弹簧黏壶单元过渡到较为复杂的广义开尔文模型。随后,本文将针对广义开尔文模型中的关键参数——特征弛豫时间开展深入讨论,结合特征弛豫时间分布形式,依次引出仅考虑有限个特征时间的离散谱模型以及考虑特征时间分布的连续谱模型,逐步建立描述非晶固体蠕变行为的系统性框架。最后,以非晶合金这类典型黏弹性材料作为模型体系,讲述特征弛豫时间谱在探究材料蠕变行为中的实际应用。本文着重考察金属材料的蠕变行为,但文中涉及的基本概念与研究方法对于其他黏弹性材料亦适用。

1 基本概念

1.1 蠕变

黏弹性材料典型力学特征就是其独特的蠕变 (creep) 与应力松弛 (stress relaxation) 行为。其中蠕变即指固体材料在应力恒定状态下,应变随时间延长而缓慢增加的现象^[3]。金属材料蠕变过程中应变 ϵ 随加载时间 t 的演化过程如图 1 所示。按照蠕变速率变化情况,其蠕变过程通常可划分为三个阶段^[3]。

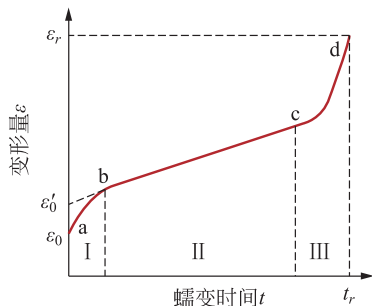


图 1 金属材料典型蠕变曲线

(I) 第一阶段为减速蠕变阶段(又称初始蠕变阶段),该阶段蠕变变形增加较快,但随时间延长,蠕变速率逐渐减小。蠕变变形逐渐产生应变硬化,位错源开动阻力及位错滑移阻力增大,进而导致蠕变速率不断降低。

(II) 第二阶段为恒速蠕变阶段(又称稳态蠕变阶段),应变硬化继续发展,该阶段促进动态回复,金属不断软化。当材料应变硬化与回复软化过程逐渐达到动态平衡时,蠕变速率保持恒定,一般也以此阶段稳态蠕变速率代表金属材料蠕变速率。

(III) 第三阶段为加速蠕变阶段,愈来愈大塑性变形导致材料表面萌生大量微孔与裂纹,材料发生颈缩,实际受力面积减小而真应力增大,蠕变速率显著增加并最终引发试件断裂。

金属材料主要蠕变变形机制为位错滑移、原子扩散及晶界滑动,且随温度及应力的变化而有所不同^[6]。在较低应力状态下,随着温度由室温逐渐升高,原子和空位运动所需的热激活降低,位错可以克服某些障碍物而继续运动,进而继续产生塑性变形,此时材料的蠕变变形由位错滑移主导。但当温度进一步升高时(远大于 $0.5T_m$, T_m 为熔点),材料内部大量原子和空位进行定向移动,材料的蠕变变形由应力诱导的扩散行为主导。

1.2 黏弹性本构模型

为了在理论层面解释上述蠕变和应力松弛行为,通常采用“弹簧-黏壶”模型来描述这类线性黏弹性体的应力、应变与时间历程关系。在这类模型中,黏弹性材料的线弹性特征由弹簧元件表征,其应力-应变关系遵循胡克定律;材料线性黏性特征则由黏壶元件表征,其被抽象为一个充满黏度为 η 牛顿流体的油缸,应力与应变速率之间遵循牛顿黏性定律。若将弹簧和黏壶元件以串联或并联形式组合,便可得到如图 2 所示可描述材料线性黏弹性行为的两个最基本力学模型。图 2(a)为由弹簧和黏壶元件相互串联得到的麦克斯韦模型,其可以定性描述线性黏弹性体的应力松弛特性,适用于恒定应变条件下的力学行为分析。若将弹簧和黏壶元件相互并联,便可得到与之对应的开尔文(沃伊特)模型,如图 2(b)所示,其可以准确描述线性黏弹性体在恒定应力下的蠕变及其随后回复过程。这两种经典线性黏弹性模型,数学形式直观,物理意义明确,非常适用于对材料黏弹

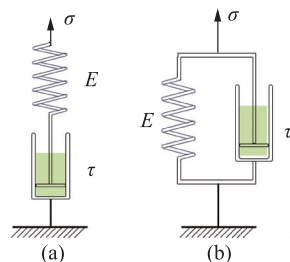


图 2 描述材料黏弹性行为的基本力学模型

(a) 麦克斯韦模型; (b) 开尔文模型

性行为的基础分析。然而,由于其对多级弛豫过程的叠加现象缺乏描述能力,单一麦克斯韦及开尔文模型在实际应用中仍然存在显著局限性,难以全面反映黏弹性材料的多尺度特性。

为了解决这一问题,基于麦克斯韦及开尔文模型,一系列由其组合或衍生的黏弹性本构模型相继被提出。包括由一个弹簧元件和一个开尔文单元串联、可描述材料应力松弛与蠕变特性的标准线性固体模型,能够刻画变形频率对材料力学性能影响程度的四参数模型,引入环境温度因素的有限元模型以及可在较宽频域内描述材料力学响应、利用分数导数理论建立的广义分数阶模型等^[8,9]。在非晶合金研究领域,同样提出类似三参数固体模型以及 Zener 模型对其黏弹性行为进行模拟和分析^[10]。基于非晶合金微观结构非均匀性,对其黏弹性行为的准确描述通常借助多个麦克斯韦及开尔文单元的并联或串联实现^[11],它们弛豫时间彼此不同,由此得到的广义麦克斯韦或广义开尔文模型,便可实现对非晶合金动力学非均匀性的充分考量。此外,也有研究者提出分数阶微分流变模型,利用分数阶黏壶元件代替传统牛顿黏壶元件,将唯象流变模型与非晶合金微观结构特征有机结合,为探索非晶固体微观结构信息与宏观力学性能之间关联提供新的切入口^[12]。

在本文中,我们选择经典广义开尔文模型作为描述非晶合金这类黏弹性材料蠕变行为的基本本构模型。如图 3 所示,广义开尔文模型由一个麦克斯韦单元与若干个开尔文单元相互串联构成。其物理意义为:在应力 σ 作用下,弹性模量为 E_e 的弹簧元件承担初始瞬时蠕变变形 ϵ_e ,若干由弹性模量为 E_i 的弹簧与黏度为 η_i 的黏壶并联组成的开尔文单元共同承担与时间相关的黏弹性变形 ϵ_{ve} ,余下一个黏度为 η_{vp} 的黏壶元件则表征体

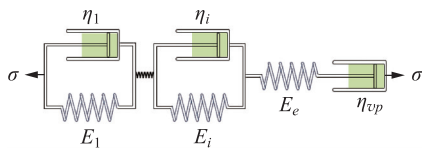


图3 广义开尔文模型

系不可回复黏塑性变形 ϵ_{vp} 。在该框架下,黏弹性材料在蠕变过程中遵循应力-应变关系可表述为:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma}{E_e} + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma}{E_i} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right)\right) + \frac{\sigma}{\eta_{vp}} t \quad (1)$$

式中 τ_i 为第 i 个开尔文单元中黏壶所对应特征弛豫时间,它可以被表示为弹簧弹性模量与黏壶黏度的比值,即 $\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i}$,其物理定义是应变达到极大值 ϵ_∞ 的 $1-1/e$ 倍所需时间。

在广义开尔文模型中,每个子单元的特征弛豫时间、模量以及黏度等参数均具有明确的物理意义,反映了材料内部微观结构在温度与应力激励下的多尺度响应特性。相比于单一模型,广义开尔文模型通过离散化的参数表征多级弛豫过程,能够精确描述材料在不同时间尺度上的蠕变行为,为进一步明晰黏弹性材料的时间依赖性动力学弛豫本质提供了理论基础。

1.3 弛豫时间谱

至此,我们已引出了本文一个关键物理量——弛豫时间(relaxation time)。在统计力学和热力学中,弛豫时间表示系统在受到外界扰动后由不稳定态趋于稳定态所需时间,而弛豫时间大小则可衡量体系趋于稳态过程的难易程度。对于非晶合金这类黏弹性材料而言,其内部各原子中短程序存在较大差异,在外界热力学激励下原子发生局域重排以容纳变形所经历的特征弛豫时间将跨越多个数量级。因此,为了准确描述黏弹性材料的应力松弛或蠕变行为,须考虑将不同特征弛豫时间叠加。在前述广义开尔文模型中,具有不同特征弛豫时间 τ_i ($i=0,1,\dots,n$) 的 n 个基本开尔文单元相互串联,每个开尔文单元都代表某一基本变形单元在蠕变激励下的独立激活事件,非晶固体整体蠕变变形则来源于它们的线性叠加。进而,对于在蠕变变形中起主导作用的黏弹性变形,我们可将式(1)简化为:

$$\epsilon(t) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right)\right) \quad (2)$$

式中, ϵ_i 定义为弛豫时间强度,其表征某一变形单元变形对整体变形的贡献程度。对于每一特征弛豫时间 τ_i ,均有与之唯一对应的弛豫时间强度 ϵ_i 。若选取一系列跨越各数量级的不同弛豫时间,并求出相应弛豫时间强度,便可得到广泛时间尺度下弛豫时间的强度分布情况,此即为弛豫时间的强度分布图谱,简称弛豫时间谱。

对于有限个特征弛豫时间,通常人为给定 3~5 个可能特征时间并通过最小二乘拟合获得其对应强度,或直接通过拟合蠕变实验曲线以获得有限个特征时间及其对应强度。需要指出,在采用此类方法描述非晶合金这类黏弹性材料的蠕变行为时须非常谨慎,一是由于非晶态固体的无序本质,在宏观尺度仅考虑少数几个特征时间的弛豫过程缺乏物理意义。二是未知量个数随特征时间个数成倍增加,且须合理对特征弛豫时间赋予初值,初值的选取不当将导致最小二乘拟合结果不收敛。因此,如何尽量多地选取特征弛豫时间并同时保证解的唯一性成为首要问题。在这一需求下,若首先定义一个合理的弛豫时间分布范围,并确保能够覆盖材料的主要时间响应。进而根据实际情况选择弛豫时间的分布形式,常见方法是采用对数间隔,即确定相邻两个特征弛豫时间的比值为固定值 γ ,从而尽可能保证各弛豫时间在不同数量级之间均匀分布。其中, γ 决定了弛豫时间的分布密度,合理选取 γ 对最终拟合结果至关重要。较小的 γ 值会导致更密集的弛豫时间点并引起问题的不适定性,而较大的 γ 值则会降低模型对实验数据的拟合精度。在确定了弛豫时间 τ_i 的分布后,为了进一步获得合理的强度分布 ϵ_i ,需要采用最小二乘拟合、正则化等优化算法对模型参数进行约束和求解,使模型预测的蠕变曲线尽可能接近实验曲线,同时有效约束解的唯一性。由于特征弛豫时间 τ_i 由小至大等比排列,它们的分布始终是离散化的,采取此种方法求得的弛豫时间谱又被称为离散谱。在实际应用中,由于计算机的算力有限,我们一般给定特征弛豫时间 τ_i 的分布范围一般为 $10^{-3} \sim 10^7$ s,这一时间范围跨越多个数量级,足以涵盖多种典型黏弹性材料的弛豫时间。另一方面,特征弛豫时间的数量一般选择为 50~100 个,相邻两个特征弛豫时间应

满足:

$$\tau_{i+1} = \gamma \tau_i \quad (3)$$

这里我们简要介绍了获得离散化特征弛豫时间谱的基本方法,上述方法均建立在特征弛豫时间离散分布的基础上,在追求对实验曲线更精准描述的同时一定程度忽略了非晶态固体的微观结构本质。非晶合金在急速快冷过程中继承了其金属熔体微观尺度上的能量和密度涨落,内部存在大量纳米尺度上的“类固体”和“类液体”区域,其不同区域的动力学特征时间可能相差十几个数量级。因此非晶合金具有典型时(动力学特征)空(空间结构特征)非均匀性。基于对非晶合金本征微观结构及动力学非均匀性的实验观察,考虑特征弛豫时间的广泛连续分布将更具有物理意义。在广义开尔文模型框架下,若继续增加开尔文单元数量,当 n 趋于无穷大时,此时蠕变响应可以积分形式表示为:

$$\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_0} = \int_0^{\infty} \left(g(\tau) \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \right) d\tau \quad (4)$$

式中, $g(\tau)$ 定义了特征弛豫时间的一个分布函数,以高斯分布为例,此时特征弛豫时间的连续分布形式可表述为:

$$g(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left(-\frac{(\ln(\tau) - \ln(\tau_m))^2}{s^2}\right) \quad (5)$$

式中, τ_m 为最可几特征弛豫时间, s^2 代表与连续分布谱延展宽度有关的方差,反映了弛豫时间分布的离散程度。遵循高斯分布的 $g(\tau)$ 在对数时间尺度下分布形状对称,可合理反映非晶合金特征弛豫时间的广泛连续分布情况。进一步地,我们同时考虑另一种非对称 Gumbel 分布^[13],其分布形式可被表示为:

$$g(\tau) = \frac{1}{B} \exp\left(B \ln\left(\frac{\tau}{\hat{\tau}}\right) - \exp\left(B \ln\left(\frac{\tau}{\hat{\tau}}\right)\right)\right) \quad (6)$$

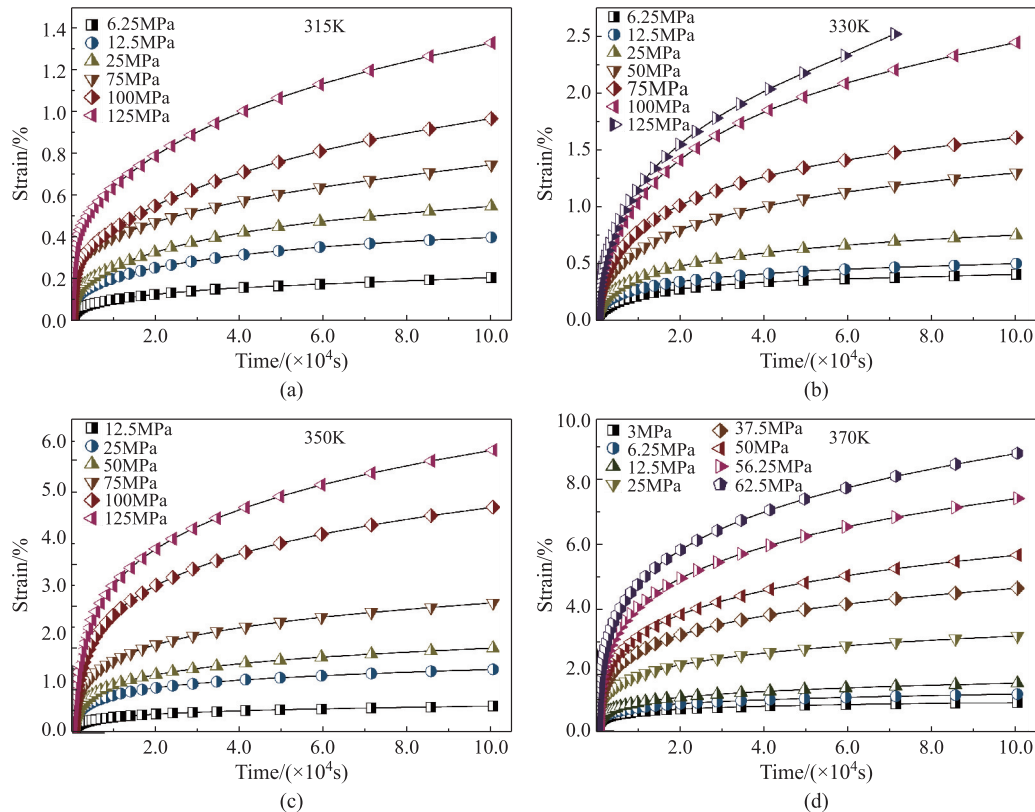
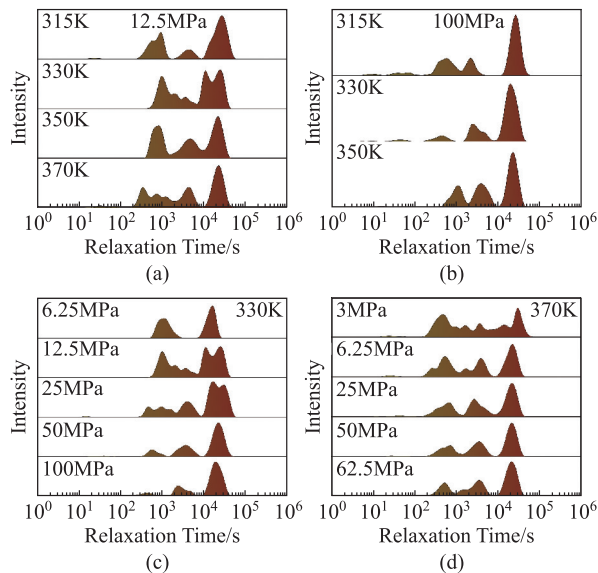
式中, $\hat{\tau}$ 为特征时间均值, B 为调控分布宽度的参数。Gumbel 分布独特非对称且“左密右疏”分布特征更加契合非晶合金特征弛豫时间的分布方式,在非晶态材料黏弹性定量表征方面得到了广泛运用^[14]。综上,这种预先给出一个具体弛豫时间分布函数,通过不断优化分布宽度、方差等参数进而拟合蠕变实验曲线,并进一步获得弛豫动力学信息的方法即为连续弛豫时间谱方法。这种方

法旨在结合非晶合金时空非均匀性物理本质,具有清晰明确的物理意义,但其缺点是分布函数 $g(\tau)$ 的选取存在偶然性,且真实情况下各个变形单元的特征弛豫时间分布并非严格平滑连续。尽管如此,连续弛豫时间谱依然为我们深层次理解非晶固体非均匀动力学弛豫过程提供了有力手段。

2 弛豫时间谱的实际应用

本文以非晶合金在蠕变激励下的弛豫过程为例,浅谈弛豫时间谱在弛豫动力学分析中的实际应用。图 4 展示了不同温度和应力条件下 $\text{La}_{56.16}\text{Ce}_{14.04}\text{Ni}_{19.8}\text{Al}_{10}$ 非晶合金的蠕变实验曲线^[11],实验借助 TA Q800 型动态力学分析仪的单轴拉伸模式开展,样品为宽度 0.60mm 厚度 0.04mm 的非晶合金条带。实验温度范围为 315~370K,应力范围为 3~250MPa,蠕变时间均设定为 10^5s 。可以观察到,非晶合金蠕变变形随时间推移逐渐增大,且这种影响呈现明显温度及应力依赖性,即随温度升高或应力增加,蠕变变形更加显著。

为了厘清应力与温度对非晶合金蠕变行为的潜在影响并实现变量解耦,我们继续探究了非晶合金特征弛豫时间强度分布情况。沿用前文讲述的解决思路,引入广义开尔文模型并结合式(2)和式(3)拟合当前蠕变实验数据。采用离散弛豫时间谱,特征弛豫时间 τ_i 个数设定为 80 个,弛豫时间范围设定为 $10^0 \sim 10^6\text{s}$, γ 确定为 1.296,基于逆拉普拉斯变换与正则最小二乘法等数值优化方法,我们最终得到一系列特征弛豫时间的强度分布图谱。经峰值强度归一化后的计算结果如图 5 所示,可以发现弛豫时间 τ 在 $10^1 \sim 10^5\text{s}$ 之间广泛分布,且在不同应力及温度条件下其分布形式存在显著差异。当应力为 12.5MPa 时,我们发现弛豫时间分布随温度不断升高而发生展宽,由离散分布逐渐转变为连续分布。相比之下,在 100MPa 的较高应力条件下,弛豫时间在不同温度状态下均呈现相似的分布形式,弛豫谱上依次出现规模由小渐大的三级弛豫峰。同时,进一步考虑固定温度下弛豫时间分布随应力的演变特征,如图 5(c) 所示,对于较低温度(330K),弛豫时间在 50MPa 及更高应力条件下均遵循着高度相似的分

图4 不同温度与应力下 $\text{La}_{56.16}\text{Ce}_{14.04}\text{Ni}_{19.8}\text{Al}_{10}$ 非晶合金蠕变曲线^[10]图5 $\text{La}_{56.16}\text{Ce}_{14.04}\text{Ni}_{19.8}\text{Al}_{10}$ 非晶合金特征弛豫时间分布强度谱^[11]

布形式,而当温度升高至 370K 时,这一阈值应力将降低至 25MPa。可以看到,弛豫时间谱为我们提供了充足的关于非晶合金蠕变弛豫动力学的定量分析判据,我们可以借此窥探潜在的受控于温

度与应力的蠕变机制转变情况。较低应力时,LaCe 基非晶合金弛豫时间分布表现出更强温度依赖性,其蠕变行为受控于热激活过程,而在高应力状态下,温度影响甚微,应力进一步控制体系蠕变进程。

3 结语

本文首先介绍了蠕变宏观演化方式以及可能的微观机理。接下来,结合基于弹簧黏壶单元建立的线性黏弹性本构模型,逐步引出了适用性更强的广义开尔文模型。进而,文章重点探讨了广义开尔文模型中的一个关键参数——特征弛豫时间,并结合其分布形式依次引出了仅考虑有限个特征时间的离散谱模型和考虑特征时间分布的连续谱模型。最后,本文以非晶合金这类典型黏弹性材料为例,阐述了弛豫时间谱的构建方法并详细探讨其在分析非晶合金蠕变行为中的实际应用。本文综合笔者近年来对于非晶固体蠕变行为的研究成果,提出了一种有助于深入揭示非晶固体蠕变机理的新研究方法,并为探究其时间依赖

性动力学弛豫行为提供了全新视角。同时,本文所涉及研究方法也可为其他讲授黏弹性力学课程的教师提供有益参考与启示。

参 考 文 献

- [1] 杨挺青,罗文波,徐平,等. 黏弹性理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2004.
YANG T Q, LUO W B, XU P, et al. Viscoelasticity: theory and applications[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [2] 乔吉超,梁淑一,张浪淳. 黏弹性本构关系构建方法及应用举例[J]. 力学与实践,2022,44(6):1411-1415.
QIAO J C, LIANG S Y, ZHANG L T. Teaching method of viscoelastic theory[J]. Mechanics in Engineering, 2022, 44(6): 1411-1415. (in Chinese)
- [3] 乔吉超,郝奇,邢光辉. 固体力学内耗理论讲授方法[J]. 物理与工程,2023,33(2):54-59.
QIAO J C, HAO Q, XING G H. Teaching methods of internal friction theory in solid mechanics[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 54-59. (in Chinese)
- [4] 穆霞英. 蠕变力学[M]. 西安:西安交通大学出版社,1989.
MU X Y. Creep mechanics[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1989. (in Chinese)
- [5] BETTEN J. Creep mechanics[M]. Berlin:Springer,2008.
- [6] 刘冬梅,董科,梁颖,等. 基于“三位一体”目标的力学一流课程的内涵建设与改革实践[J]. 物理与工程,2023,33(2): 218-224.
LIU D M, DONG K, LIANG Y, et al. Connotation construction and reform practice of the first-class mechanics course with the goal of “trinity”[J]. Physics and Engineering, 2023, 33(2): 218-224. (in Chinese)
- [7] 周光泉,刘孝敏. 粘弹性理论[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,1996.
ZHOU G Q, LIU X M. Viscoelasticity theory[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1996. (in Chinese)
- [8] 汪卫华. 非晶态物质的本质和特性[J]. 物理学进展,2013, 33(5):177-351.
WANG W H. The nature and properties of amorphous matter[J]. Progress in Physics, 2013, 33(5): 177-351. (in Chinese)
- [9] JU J D, JANG D, NWANKPA A, et al. An atomically quantized hierarchy of shear transformation zones in a metallic glass[J]. Journal of Applied Physics, 2011, 109(5): 053522.
- [10] HUO L S, ZENG J F, WANG W H, et al. The dependence of shear modulus on dynamic relaxation and evolution of local structural heterogeneity in a metallic glass[J]. Acta Materialia, 2013, 61(12): 4329-4338.
- [11] 徐宗睿,郝奇,张浪淳,等. 基于准点缺陷理论探索非晶合金蠕变机制[J]. 力学学报,2022,54(6):1590-1600.
XU Z R, HAO Q, ZHANG L T, et al. Probing into the creep mechanism of amorphous alloy based on quasi-point theory[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2022, 54(6): 1590-1600. (in Chinese)
- [12] 许福,李科锋,邓旭辉,等. 基于分数阶微分流变模型的非晶合金黏弹性行为及流变本构参数研究[J]. 物理学报, 2016,65(4):046101.
XU F, LI K F, DENG X H, et al. Research on viscoelastic behavior and rheological constitutive parameters of metallic glasses based on fractional-differential rheological model[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(4): 046101. (in Chinese)
- [13] RINALDI R, GAERTNER R, CHAZEAU L, et al. Modelling of the mechanical behaviour of amorphous glassy polymer based on the Quasi Point Defect theory—Part I: Uniaxial validation on polycarbonate [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2011, 46(3): 496-506.
- [14] HAO Q, LYU G J, PINEDA E, et al. A hierarchically correlated flow defect model for metallic glass: Universal understanding of stress relaxation and creep[J]. International Journal of Plasticity, 2022, 154: 103288.